

## Meccanica Applicata Alle Macchine

Allievi meccanici AA. 2018 - 2019 prova del 28-06-2019

### Problema 1.1

Un asta OA, incernierata a terra in O, ruota con velocità angolare **costante**  $\omega$ . Un corpo rigido BCP scorre sull'asta OA tramite un pattino B ed è animata da una velocità di scorrimento **costante**  $v$ .

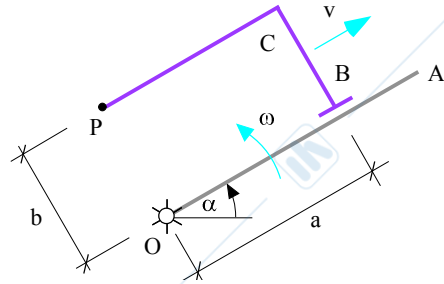
**Dati:**

$$\omega = 10 \text{ rad/s} \quad v = 2 \text{ m/s}$$

$$a = 0.6 \text{ m} \quad b = 0.4 \text{ m} \quad \alpha = 30^\circ$$

**Determinare:**

- 1) la velocità assoluta del punto P
- 2) l'accelerazione assoluta del punto P



### Problema 1.2

Sulla superficie  $\sigma$ , inclinata dell'angolo  $\alpha$ , sono appoggiati due corpi di massa rispettivamente  $M$  ed  $m$ , come mostrato in figura, collegati fra loro mediante una fune inestensibile che si avvolge, in assenza di strisciamento, sulla puleggia omogenea incernierata a terra in O di raggio  $r$ , massa  $m_p$  e **momento d'inerzia**  $J_p$ . Detta fune subisce inoltre un rimando da un piolo P perfettamente liscio. Sia  $f_{d1}$  il coefficiente d'attrito dinamico fra  $M$  e  $\sigma$  e  $f_{d2}$  il coefficiente d'attrito dinamico fra le due masse.

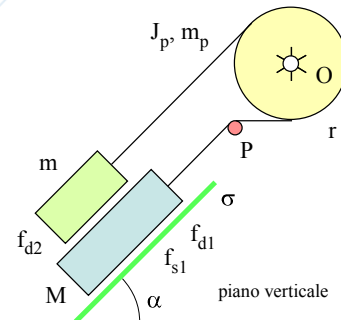
**Dati:**

$$M = 20 \text{ kg} \quad m = 10 \text{ kg} \quad m_p = 5 \text{ kg} \quad J_p = 0.2 \text{ kgm}^2 \quad r = 0.2$$

$$\alpha = 45^\circ \quad f_{s1} = 0.3 \quad f_{d1} = 0.2 \quad f_{d2} = 0.1$$

**Determinare:**

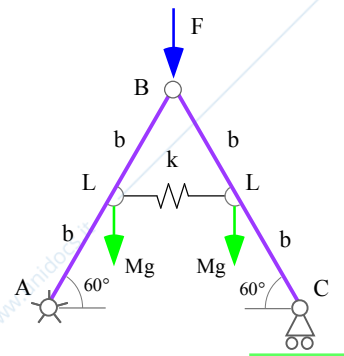
- 1) l'accelerazione della massa  $M$



### Problema 1.3

Il sistema in figura, che si trova nel piano verticale, è costituito da due aste omogenee AB e BC, di uguale massa  $M$  e lunghezza  $L=2b$ . Una forza  $F$ , orientata come indicato in figura, è applicata nel punto B. La molla di rigidezza  $k$ , che collega i punti di mezzieria delle due aste, ha lunghezza indeformata  $L_0$  pari a  $b$  (molla indeformata per  $\vartheta = 60^\circ$ )

Scrivere l'equazione che governa l'equilibrio statico del sistema.



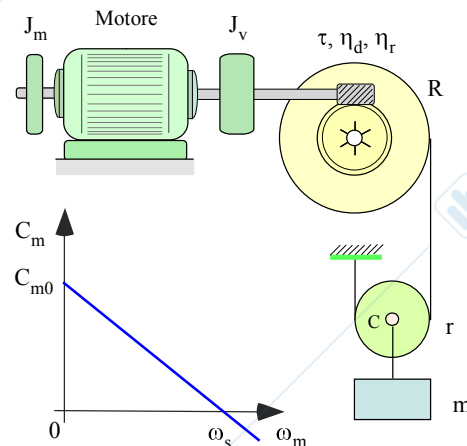
### Problema 1.4

Un motore elettrico aziona, tramite l'interposizione di un riduttore, una puleggia di raggio  $R$  su cui si avvolge una fune da considerarsi inestensibile e tramite una carrucola di centro  $C$  e raggio  $r$  movimentata il carico di massa  $m$ . Il motore elettrico presenta una caratteristica lineare con coppia allo spunto di valore  $C_{m0}$  e velocità angolare di sincronismo  $\omega_s$ , il momento d'inerzia della sua parte rotorica è pari a  $J_m$ . La trasmissione è caratterizzata dal rapporto di trasmissione  $\tau$ , dal rendimento diretto  $\eta_d$  e retrogrado  $\eta_r$ . Supponendo di trascurare le caratteristiche inerziali della puleggia e della carrucola, si vuole dimensionare il momento d'inerzia del volano  $J_v$ , installato sull'albero motore, in modo che allo spunto con carico  $m$  in **discesa** l'accelerazione della massa  $m$  sia limitata a  $2 \text{ m/s}^2$

**Dati:**

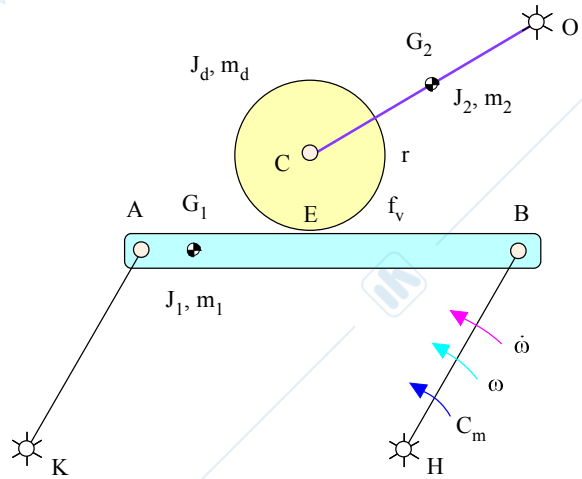
$$m = 500 \text{ kg} \quad J_m = 0.02 \text{ kgm}^2 \quad R = 0.2 \text{ m} \quad r = 0.1 \text{ m} \quad \tau = 1/20 \quad \eta_d = 0.9 \quad \eta_r = 0.8$$

$$C_{m0} = 50 \text{ Nm} \quad \omega_s = 50 \text{ rad/s}$$



**Problema 2**

In figura è riportato lo schema di un sistema meccanico, posto nel **piano verticale**, costituito dal quadrilatero articolato KABH con le aste KA e HB di ugual lunghezza e parallele fra loro e di caratteristiche inerziali trascurabili. L'asta AB ha baricentro  $G_1$  con massa  $m_1$  e momento d'inerzia baricentrico  $J_1$ . Su tale asta rotola senza strisciare un disco omogeneo di raggio  $r$ , centro  $C$ , massa  $m_d$  e momento d'inerzia baricentrico  $J_d$ . Nel centro  $C$  del disco è incernierata l'asta OC, vincolata dalla cerniera  $O$  a terra e di baricentro  $G_2$ , massa  $m_2$  e momento d'inerzia baricentrico  $J_2$ . Sono note tutte le caratteristiche geometriche del sistema. Sono inoltre assegnate la velocità angolare  $\omega$  dell'asta BH e la corrispondente accelerazione angolare  $\dot{\omega}$ .



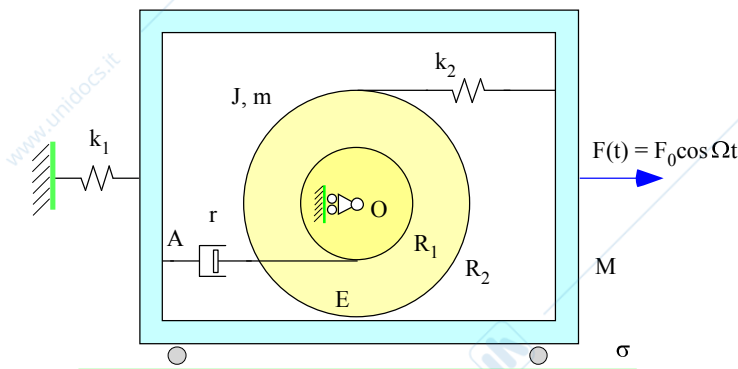
**Determinare:**

- 1) La velocità del punto C, la velocità angolare  $\omega_d$  del disco e le velocità dei baricentri  $G_1$  e  $G_2$ ;
- 2) L'accelerazione del punto C, l'accelerazione angolare  $\dot{\omega}_d$  del disco e le accelerazioni dei baricentri  $G_1$  e  $G_2$ ;
- 3) La coppia motrice  $C_m$  necessaria a garantire il moto del sistema trascurando la resistenza al rotolamento del disco sull'asta AB;
- 4) La coppia  $C_m$  necessaria a garantire il moto considerando la resistenza al rotolamento di coefficiente  $f_v$  del disco sull'asta AB.

**Problema 3**

Un disco di baricentro e centro  $O$  massa  $m$  e momento d'inerzia baricentrico  $J$  è montato su un carrello libero di scorrere nella direzione verticale. Il disco, tramite la forza peso presenta un contatto di puro rotolamento con un corpo di sezione rettangolare di massa  $M$  libero di scorrere senza attriti sulla superficie  $\sigma$ . Oltre al punto  $E$  il disco è collegato al corpo  $M$  tramite un elemento elastico di rigidità  $k_2$  e a uno smorzatore viscoso di coefficiente  $r$  secondo lo schema riportato in figura.

Il corpo  $M$  è inoltre vincolato a terra tramite un elemento elastico di rigidità  $k_1$  ed è soggetto ad una forzante esterna  $F(t) = F_0 \cos \Omega t$ .



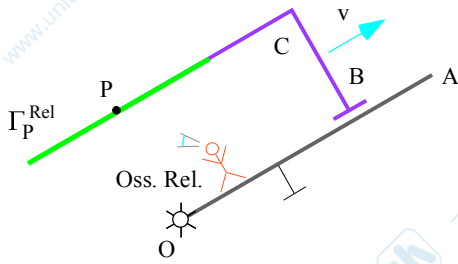
**Dati:**

- $M = 10 \text{ kg}$
- $m = 5 \text{ kg}$
- $J = 2 \text{ kgm}^2$
- $R_2 = 0.4 \text{ m}$
- $R_1 = 0.2 \text{ m}$
- $k_1 = 2000 \text{ N/m}$
- $k_2 = 1000 \text{ N/m}$
- $r = 20 \text{ Ns/m}$
- $F_0 = 100 \text{ N}$
- $\Omega = 30 \text{ rad/s}$

**Determinare:**

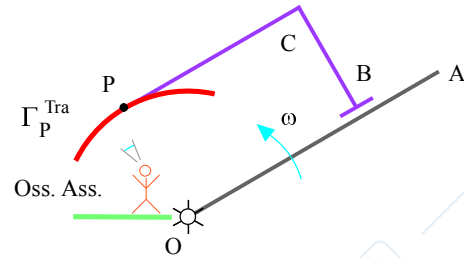
- 1) La frequenza propria del sistema non smorzato e smorzato, lo smorzamento critico e il rapporto di smorzamento adimensionale ( $h$ );
- 2) L'ampiezza di vibrazione a regime indotta dalla forzante  $F(t)$ ;
- 3) La reazione vincolare, a regime, nel punto A;

**Problema 1.1**

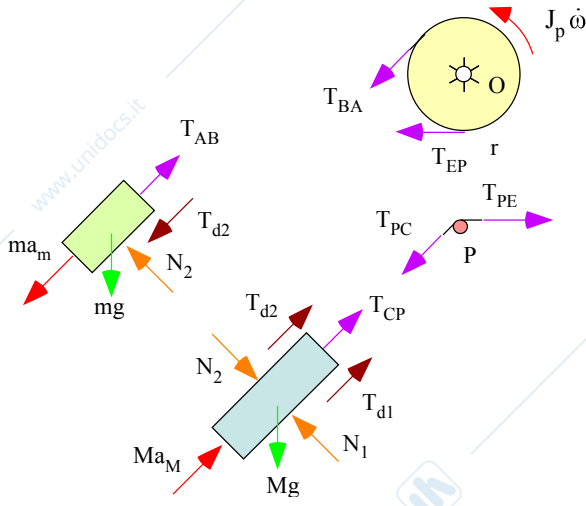


$$v_P = v - \omega b = 2 - 4 = -2 \text{ m/s}$$

$$a_P = \omega^2 b - 2v\omega = 100 \cdot 0.4 - 2 \cdot 2 \cdot 10 = 40 - 40 = 0$$



**Problema 1.2**

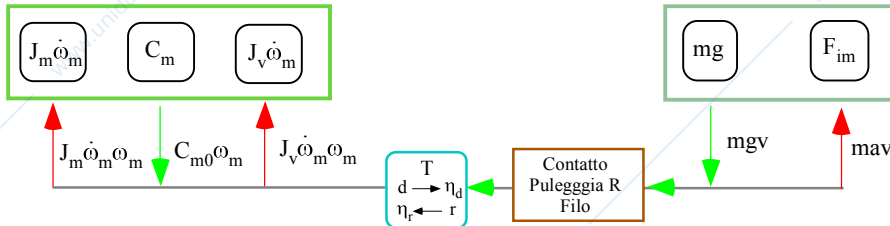


$$a = \frac{(M - m)g \sin \alpha - (M + m)g f_{d1} \cos \alpha - 2 m g f_{d2} \cos \alpha}{M + m + J_p / r^2} = 0.3964 \text{ m/s}^2$$

$M = 20 \text{ kg}$     $m = 10 \text{ kg}$     $m_p = 5 \text{ kg}$     $J_p = 0.2 \text{ kgm}^2$     $r = 0.2$     $\alpha = 45^\circ$     $f_{s1} = 0.3$     $f_{d1} = 0.2$     $f_{d2} = 0.1$

**Problema 1.4**

Flusso di potenza



equazione di bilancio energetico

$$(mgv - mav)\eta_r + C_{m0}\omega_m - J_m\dot{\omega}_m\omega_m - J_v\dot{\omega}_m\omega_m = 0$$

$$v = \frac{1}{2} R\tau\omega_m$$

$$\frac{1}{2} mgR\tau\eta_r\omega_m - \frac{1}{2} maR\tau\eta_r\omega_m + C_{m0}\omega_m - J_m\dot{\omega}_m\omega_m - J_v\dot{\omega}_m\omega_m = 0$$

$$\frac{1}{2} mgR\tau\eta_r - \frac{1}{2} maR\tau\eta_r + C_{m0} - J_m\dot{\omega}_m - J_v\dot{\omega}_m = 0$$

$$\dot{\omega}_{m\_max} = \frac{2a_{max}}{R\tau}$$

$$J_v = \frac{C_{m0} + \frac{1}{2} mgR\tau\eta_r}{\dot{\omega}_{m\_max}} - J_m - \frac{1}{2} ma_{max}R\tau\eta_r = 0.1441 \text{ kg m}^2$$

$m = 500 \text{ kg}$     $J_m = 0.02 \text{ kgm}^2$     $R = 0.2 \text{ m}$     $r = 0.1 \text{ m}$     $\tau = 1/20$     $\eta_d = 0.9$     $\eta_r = 0.8$     $C_{m0} = 50 \text{ Nm}$

**Problema 3**

$$m_{eq}\ddot{\vartheta} + r_{eq}\dot{\vartheta} + k_{eq}\vartheta = -F_0R_2 \cos\Omega t$$

$$m_{eq} = J + MR_2^2 = 3.2 \text{ kgm}^2$$

$$r_{eq} = (R_1 + R_2)^2 r = 7.2 \text{ Nsm}$$

$$k_{eq} = 4R_2^2k_2 + R_2^2k_1 = 960 \text{ Nm}$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k_{eq}}{m_{eq}}} = 16.33 \text{ rad/s}$$

$$r_c = 2m_{eq}\omega_n = 117.57 \text{ Nsm}$$

$$h = r/r_c = 0.17$$

Ampiezza vibrazione

$$\theta = \frac{F_0R_2}{\sqrt{(k_{eq} - \Omega^2m_{eq})^2 + (r_{eq}\Omega)^2}} = 0.007 \text{ rad}$$