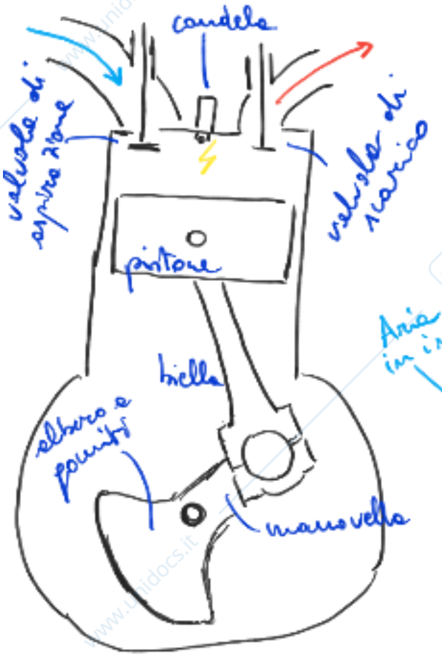
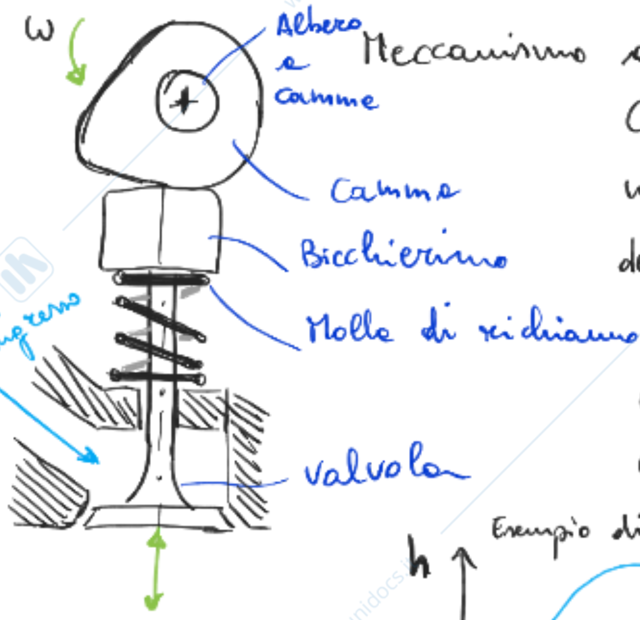
Dinamica: Camma Circolare

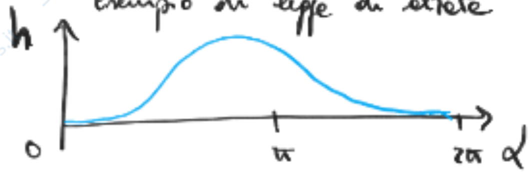


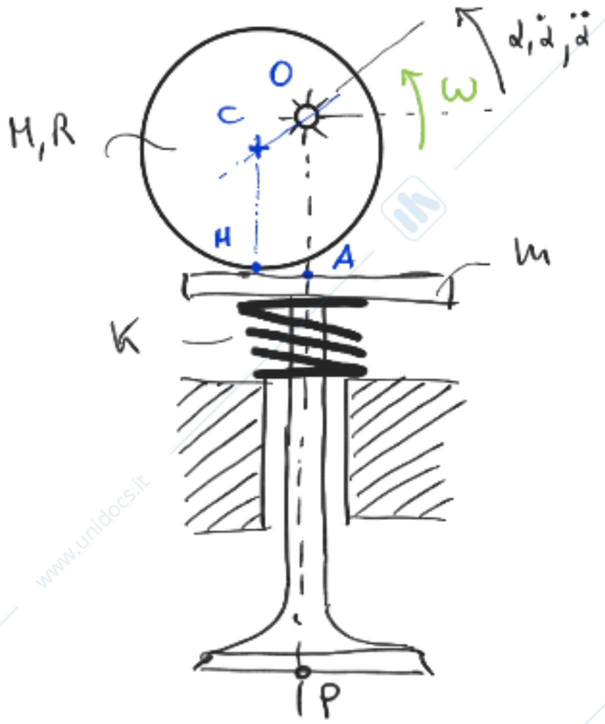


Meccanismo a camme

Converte il moto rotatorio dell'albero a camme in un moto traslatorio delle valvole

Esempio di legge di alzata





2 corpi	6 gdl
1 cerniera	2 gdv
1 manicotto	2 gdV
1 contatto	1 gdV
	1 gdl

$\alpha, \dot{\alpha}, \ddot{\alpha}$ $\quad \dot{\alpha} = \omega$

Cinematica

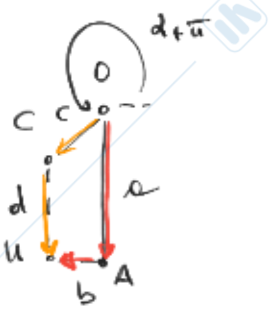
$$(C-O)+(H-C)=(A-O)+(H-A)$$

$$c\, e^{i(\alpha+\pi)} + (-d\, i) = -a\, i - b$$

c fisso noto = eccentricità

d fisso noto = raggio camma

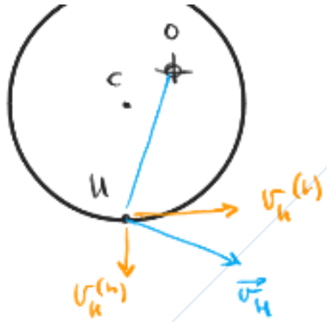
b variabile



a variabile

$-ce^{i\alpha} - di = -ai - b$

$\begin{cases} -c\cos\alpha = -b \\ -c\sin\alpha - d = -a \end{cases}$ $\quad\begin{cases} \dot b = -c\dot\alpha\sin\alpha \\ \dot a = c\dot\alpha\cos\alpha \end{cases}$



$$\vec v_H = \vec\omega \wedge (H-O) = \vec\omega \wedge \left[(H-C)+(C-O)\right]$$
$$= \omega\vec k \wedge \left[(-R\vec j) + (-c\cos\alpha\,\vec i - c\sin\alpha\,\vec j)\right]$$
$$= \omega\vec k \wedge \left[-c\cos\alpha\,\vec i - (R + c\sin\alpha)\vec j\right]$$
$$= -\omega c\cos\alpha\,\vec j + \omega(R + c\sin\alpha)\vec i$$

$$\begin{cases} v_{H_x} = \dot\alpha(R + c\sin\alpha) = v_H^{(t)} \\ v_{H_y} = -\dot\alpha c\cos\alpha = v_H^{(n)} \end{cases}$$

Il vincolo di contatto impone che non ci sia compenetrazione tra camma e piattello → v_H normale al piano di contatto è la stessa per camma e piattello

$$\vec v_{piattello} = v_p\vec j = \vec v_H^{(n)} = -\dot\alpha c\cos\alpha$$

La differenza tra $\vec v_H$ e $\vec v_p$ è la velocità di strisciamento

$$\vec v_{Str} = \vec v_H - \vec v_p = \vec v_H^{(t)} = \dot\alpha(R + c\sin\alpha)\vec i$$

Per trovare $\vec a_p$ deriviamo $\vec v_p$ → $\vec a_p = -\ddot\alpha c\cos\alpha + \dot\alpha^2 c\sin\alpha$

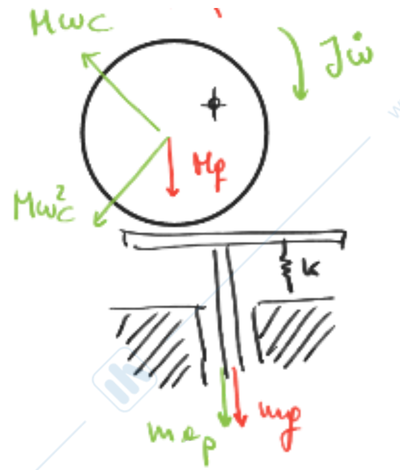
Attenzione $\quad \vec a_p \neq \vec a_H^{(n)}$

$$\vec v_C = \vec\omega \wedge (C-O) = \dot\alpha\vec k \wedge c(-\cos\alpha\,\vec i - \sin\alpha\,\vec j)$$
$$= \dot\alpha c(\sin\alpha\,\vec i - \cos\alpha\,\vec j)$$

$|\vec v_C| = \dot\alpha c = \omega c$

$\vec v_p = -\dot\alpha c\cos\alpha$

Bilancio di Potenze



$$\sum W = \frac{dE_c}{dt}$$

$$E_c = \frac{1}{2} M v_{cx}^2 + \frac{1}{2} M v_{cy}^2 + \frac{1}{2} J\omega^2 + \frac{1}{2} m v_p^2$$

$$= \frac{1}{2}(Mc^2 + J)\omega^2 + \frac{1}{2} m c^2 \cos^2\alpha\, \omega^2$$

$$\frac{dE_c}{dt} = (Mc^2+J)\dot\omega\omega + \left(\frac{1}{2} mc^2\right)\cdot\left(2\cos\alpha(-\sin\alpha\,\dot\alpha)\omega^2 + 2\cos^2\alpha\,\omega\dot\omega\right)$$

$$= (Mc^2+J)\dot\omega\omega + mc^2(-\sin\alpha\cos\alpha\,\omega^2 + \cos^2\alpha\,\dot\omega)\,\omega$$

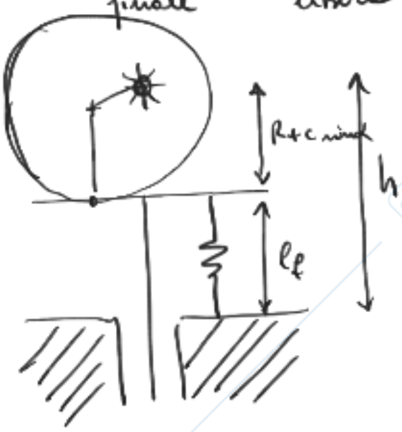
$$\sum W = M\vec{g}\cdot\vec{v}_c + m\vec{g}\cdot\vec{v}_p + \vec{F}_k\cdot\vec{v}_p + \vec{C}\cdot\vec{\omega}$$
$$= -Mg\,v_{cy} - mg\,v_p + F_k v_p + C\omega$$

F_k = forza elastica della molla

$$F_k = -k\,\Delta l = -k(\Delta l_d + \Delta l_0)$$

$$\Delta l = l_f - l_l = l_f - l_0 + l_0 - l_f = \Delta l_d + \Delta l_0$$

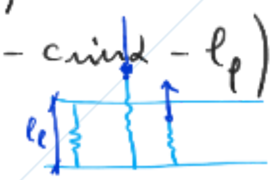
l_f: lunghezza finale; l_l: lunghezza libera; l_0: lunghezza di assemblaggio; Δl_d: Elongazione dinamica; Δl_0: precarico



$$l_f = h - (R + c\sin\alpha)$$

$$F_k = -k(l - l_l)$$
$$= -k(h - R - c\sin\alpha - l_l)$$

Nota che se $\begin{cases} l > l_l & F \downarrow \\ l < l_l & F \uparrow \end{cases}$



$$\sum W = -Mg(-\dot\alpha c\cos\alpha) - mg(-\dot\alpha c\cos\alpha) - k(h - R - c\sin\alpha - l_l)\cdot(-\dot\alpha c\cos\alpha) + C\omega$$

$$\bar{l} = h - R - l_l$$

$$\Sigma W = \left((M+m)g + k\left(\bar{l} - c\sin\alpha\right)\right)\omega c\cos\alpha + C\omega$$

$$\Sigma W = \frac{dE_c}{dt}$$

$$\left((M+m)g + k\left(\bar{l} - c\sin\alpha\right)\right)\cancel{\omega} c\cos\alpha + C\cancel{\omega} = \left(Mc^2 + J\right)\dot{\omega}\cancel{\omega} + mc^2\left(-\sin\alpha\cos\alpha\,\omega^2 + \cos^2\alpha\,\dot{\omega}\right)\cancel{\omega}$$

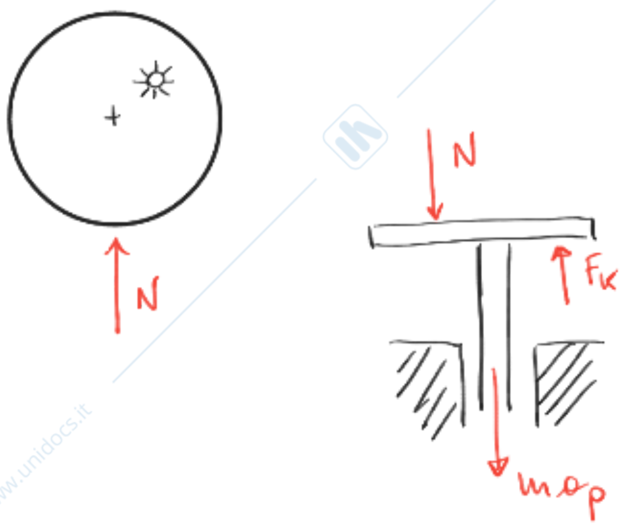
$$\dot{\omega} = \frac{\left[\left((M+m)g + k\left(\bar{l} - c\sin\alpha\right)\right)\cos\alpha + mc^2\sin\alpha\cos\alpha\,\omega^2 + C\right]}{Mc^2 + J + mc^2\cos^2\alpha}$$

Ipotesi $\omega =$ costante $\dot{\omega} = 0$ quanto vale C?

$\Sigma W = \frac{dE_c}{dt}$ Attenzione $\frac{dE_c}{dt} \neq 0$, non tutti i termini dipendono da $\dot{\omega}$

$$C = -\left[(M+m)g + k\left(\bar{l} - c\sin\alpha\right) + mc^2\sin\alpha\,\omega^2\right]\cos\alpha$$

Un problema tipico di tali meccanismi è il distacco tra camme e piattello. Il vincolo di contatto non è bilatero



Trascurando il peso del piattello si ha

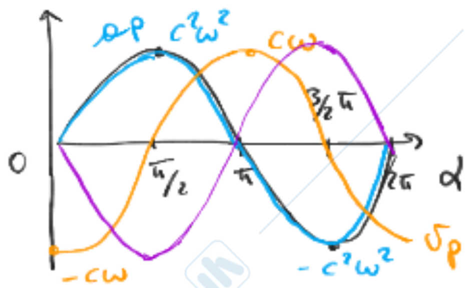
$$N + m a_p = F_K$$

Il distacco si ha per $N < 0$

$$N < F_K - m a_p$$

La condizione limite è $N=0$ ovvero

$$F_k = m\,a_p$$



$$N = F_k - m\omega^2 c^2 \sin\alpha > 0$$

$$F_k > m\omega^2 c^2 \sin\alpha$$

$$-k\Delta l > m\omega^2 c^2 \sin\alpha$$

$$\Delta l < -\frac{m\omega^2 c^2 \sin\alpha}{k}$$

$$\Delta l(\alpha = \pi/2) < -\frac{m\omega^2 c^2}{k}$$

$$\Delta l(\alpha = \tfrac{3}{2}\pi) < +\frac{m\omega^2 c^2}{k}$$

Δl deve essere negativo
$l_e >> l$ sempre

$a_p = c^2\omega^2 \sin\alpha$

$v_p = -c\omega\cos\alpha$

$s_p = -c\sin\alpha$

$$l = h - R - c\sin\alpha$$

$$l_{max} = h - R + c \qquad \alpha = \tfrac{3}{2}\pi$$

$$l_{min} = h - R - c \qquad \alpha = \pi/2$$

$$\begin{cases} \Delta l_{max} = l_{max} - l_e & (\alpha = \frac{3}{2}\pi) \\ \Delta l_{min} = l_{min} - l_e & (\alpha = \pi/2) \end{cases}$$

$$k(l_e - l) = m c^2\omega^2 \sin\alpha$$

$$\begin{cases} k(l_e - l_{max}) = -m c^2\omega^2 + N_1 \\ k(l_e - l_{min}) = m c^2\omega^2 + N_2 \end{cases}$$

$$N_1 = k l_e - k(h - R + c) + m c^2\omega^2 > 0$$

$$N_2 = k l_e - k(h - R - c) - m c^2\omega^2 > 0$$

$\hookrightarrow$ noto l_e $\rightarrow$ $k = \dfrac{m c^2\omega^2}{l_e - l_{min}}$

$\hookrightarrow$ noto k $\rightarrow$ $l_e = \dfrac{m c^2\omega^2}{k} + (h - R - c)$