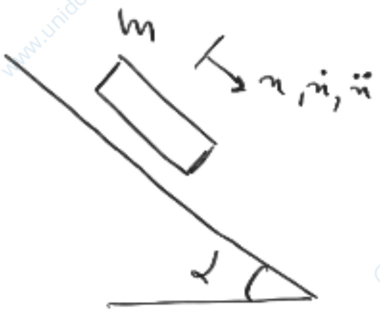
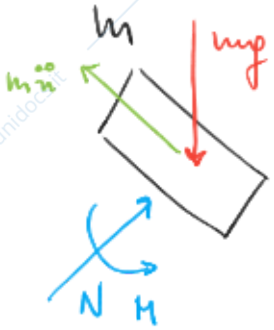
Dinamica massa su piano inclinato



Calcolo dell'accelerazione

1) senza forze resistenti
2) con attrito radente
3) con resistenza aerodinamica

1)

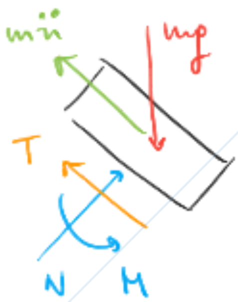


$$mg \sin\alpha - m\ddot{x} = 0$$

$$\ddot{x} = g \sin\alpha = \text{costante} > 0 \quad (\alpha > 0)$$

$$\dot{x}(t) = \dot{x}_0 + \ddot{x}\, t$$

2)



In condizioni di moto ($\dot{x} \neq 0$)

$$\vec{T} = -f_d \, |\vec{N}| \, \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|}$$

$$T = f_d N$$

$$\sum F_n = 0 \qquad N - mg\cos\alpha = 0 \qquad N = mg\cos\alpha$$

$$\sum F_t = 0 \qquad mg\sin\alpha - T - m\ddot{x} = 0$$

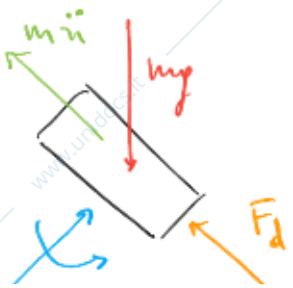
$$mg\sin\alpha - f_d\, mg\cos\alpha - m\ddot{x} = 0$$

$$\ddot{x} = g(\sin\alpha - f_d\cos\alpha) = \text{costante}$$

> 0 se $\sin\alpha > f_d \cos\alpha$

$$\dot{x}(t) = \dot{x}_0 + \ddot{x}\, t$$

3)



La resistenza aerodinamica (drag) è

$$F_d = \frac{1}{2} \rho C_d S v_{rel}^2$$

N M

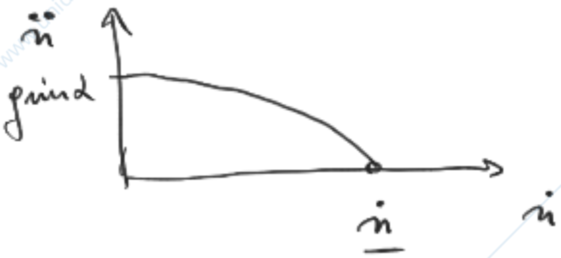
$$\vec{F}_d = -\frac{1}{2}\rho C_d S |\vec{v}_{rel}| \vec{v}_{rel}$$

se l'aria è ferma $v_{rel} = \dot{x}$

$\sum F_t = 0$

$$mg \sin\alpha - m\ddot{x} - F_d = 0$$
$$mg \sin\alpha - m\ddot{x} - \frac{1}{2}\rho C_d S \dot{x}^2 = 0$$
$$mg \sin\alpha - m\ddot{x} - b\dot{x}^2 = 0$$
$$\ddot{x} = g \sin\alpha - \frac{b}{m}\dot{x}^2$$

$\ddot{x} \neq$ costante ma dipende da $\dot{x}$



$\ddot{x} = 0$ per $\frac{b}{m}\dot{x}^2 = g\sin\alpha$

$$\underline{\dot{x}} = \sqrt{g \sin\alpha \, \frac{m}{b}}$$

ovvero quando componente del peso e F_d si bilanciano

$$\ddot{x} = g\sin\alpha - \frac{b}{m}\dot{x}^2$$ equazione differenziale non lineare