

Proprietà colligative: esercizi risolti

Esercizio 1

La pressione osmotica di una soluzione contenente 3,8g di un composto in 150 ml è 14,5 Torr a 25,5°C. Calcola la massa molecolare del composto incognito.

Esercizio 1:soluzione

Dalla formula della pressione osmotica si ha

$$\pi V = nRT \longrightarrow \pi V = \frac{m}{PM} RT \quad \text{esplicitiamo } PM = \frac{mRT}{\pi V}$$

ma dobbiamo assicurarci che le unità di misura siano coerenti col sistema internazionale.

$$m = 3,8 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

$$R = 8,314 \text{ J/mol}^\circ\text{K}$$

$$T = 273 + 25,5 = 298,5^\circ\text{K}$$

$$V = 150 \text{ ml} = 0,15 \text{ l} = 0,15 \text{ dm}^3 = 1,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$$

$$p = 14,5 \text{ Torr} = 1933 \text{ Pa}$$

$$PM = \frac{3,8 \cdot 10^{-3} \cdot 8,314 \cdot 298,5}{1933 \cdot 1,5 \cdot 10^{-4}} = 32,5 \text{ g/mol}$$

Esercizio 2

Calcolare la concentrazione di una soluzione di glucosio isotonica con una soluzione 0,1M di NaCl, considerato completamente dissociato.
(due soluzioni sono isotoniche quando hanno la stessa pressione osmotica).

Esercizio 2:soluzione

Indicando con: M_1 la concentrazione molare della soluzione di glucosio isotonica con la soluzione 0,1M di NaCl (essendo per NaCl $i=2$) risulta:

$$\text{per NaCl} \quad \pi = M_1 RT = 2 \cdot 0,1 \cdot RT$$

$$\text{per il glucosio} \quad \pi = M_1 RT = MRT \quad \text{dunque}$$

$$MRT = 2 \cdot 0,1 \cdot RT \quad \longrightarrow \quad M = 2 \cdot 0,1 = 0,2 \quad \text{mol/l}$$

Esercizio 3

Il plasma del sangue umano ha una pressione osmotica di 7,65 Atm alla temperatura di 37°C. Calcola la quantità di glucosio $C_6H_{12}O_6$ che si deve sciogliere in acqua per ottenere 0,5 l di una soluzione che abbia la stessa pressione osmotica (isotonica) del plasma sanguigno.

Esercizio 3:soluzione

Per il glucosio $PM=180\text{g/mol}$
mentre $7,65\text{Atm}=775.136\text{ Pa}$
con $T=37^\circ\text{C}=310^\circ\text{K}$

$$\pi = MRT = \frac{n_{so}}{V_{sz}} RT \quad \longrightarrow \quad n_{so} = \frac{\pi V_{sz}}{RT} = \frac{775.136 \cdot 5 \cdot 10^{-4}}{8,314 \cdot 310} = 0,15 \quad \text{moli}$$

la quantità di glucosio necessaria è quindi

$$m = n \cdot PM = 0,15 \cdot 180 = 27 \quad \text{g}$$

Esercizio 4

In una soluzione ci sono 10g di zucchero $C_{12}H_{22}O_{11}$ e 100 g di acqua a $100^{\circ}C$. Calcola la tensione di vapore dell'acqua nella soluzione.

Esercizio 4:soluzione

$$PM(C_{12}H_{22}O_{11})=342,3g/mol$$

$$PM(H_2O)=18g/mol$$

$$n(C_{12}H_{22}O_{11}) = \frac{m}{PM} = \frac{10}{342,3} = 0,03 \text{ mol}$$

$$n(H_2O) = \frac{m}{PM} = \frac{100}{18} = 5,55 \text{ mol}$$

$$\text{numero di moli totali } n_T = 0,03 + 5,55 = 5,58 \text{ mol}$$

$$x(C_{12}H_{22}O_{11}) = \frac{n(C_{12}H_{22}O_{11})}{n_T} = \frac{0,03}{5,58} = 0,00538$$

$$x = \frac{n(H_2O)}{n_T} = \frac{5,55}{5,58} = 0,9946$$

Sapendo che per H_2O a $100^{\circ}C$ $p^{\circ} = 101325 \text{ Pa} = 1 \text{ Atm} = 760 \text{ mmHg}$

La tensione di vapore dell' H_2O nella soluzione vale:

Lo zucchero è un solido, dunque, applicheremo la formula

$$p = p_{sv}^{\circ} \cdot x_{sv}$$

$$p = x_{H_2O} \cdot p_{H_2O}^{\circ} = 0,9946 \cdot 760 = 756 \text{ mmHg}$$

Esercizio 5

Una soluzione viene preparata miscelando 200 ml di etanolo C_2H_6O e 300 ml di H_2O a $25^\circ C$. A questa temperatura si ha:

$$p_{C_2H_6O}^0 = 59,76 \text{ mmHg} \quad \delta_{C_2H_6O} = 0,786 \text{ g/ml}$$

$$p_{H_2O}^0 = 23,76 \text{ mmHg} \quad \delta_{H_2O} = 0,9971 \text{ g/ml}$$

Calcola le pressioni parziali dei due componenti e la pressione totale.

Esercizio 5:soluzione

Calcolo della massa dei componenti

$$m_{C_2H_6O} = V \cdot \delta_{C_2H_6O} = 200 \cdot 0,786 = 157,2 \text{ g}$$

$$m_{H_2O} = V \cdot \delta_{H_2O} = 300 \cdot 0,9971 = 299,13 \text{ g}$$

Calcolo il numero di moli dei componenti

$$n_{C_2H_6O} = \frac{m}{PM} = \frac{157,2}{46} = 3,41 \text{ mol}$$

$$n_{H_2O} = \frac{m}{PM} = \frac{299,13}{18} = 16,61 \text{ mol}$$

Calcolo la frazione molare dei componenti con $n_{Tot} = 3,41 + 16,61 = 20,03 \text{ mol}$

$$x_{C_2H_6O} = \frac{n_{C_2H_6O}}{n_{Tot}} = \frac{3,41}{20,03} = 0,17 \text{ mol}$$

$$x_{H_2O} = \frac{n_{H_2O}}{n_{Tot}} = \frac{16,61}{20,03} = 0,83 \text{ mol}$$

Calcolo la pressione parziale dei due componenti

$$P_{C_2H_6O} = x_{C_2H_6O} \cdot p_{C_2H_6O}^0 = 0,17 \cdot 59,76 = 10,2 \text{ mmHg}$$

$$P_{H_2O} = x_{H_2O} \cdot p_{H_2O}^0 = 0,83 \cdot 23,76 = 19,7 \text{ mmHg}$$

la pressione totale vale

$$P = P_{C_2H_6O} + P_{H_2O} = 10,2 + 19,7 = 29,9 \text{ mmHg}$$

Esercizio 6

L'abbassamento relativo della tensione di vapore di una soluzione ottenuta sciogliendo 2,8g di un soluto indissociato non volatile in 75 ml di benzene C_6H_6 ($\delta=0,879$ g/ml) è 0,0186. Calcola la il peso molecolare del soluto incognito e la concentrazione molare della soluzione conoscendo la densità di quest'ultima $\delta=0,901$ g/ml.

Esercizio 6:soluzione

La massa del benzene è $m = \delta V = 0,879 \cdot 75 = 66$ g

il numero di moli del benzene è $n = \frac{m}{PM} = \frac{66}{78} = 0,846$ moli

il numero di moli del composto incognito è $n = \frac{m}{PM} = \frac{2,8}{x}$

perché non ne conosciamo la massa molecolare

L'abbassamento relativo della tensione di vapore viene espresso come

$$\left(\frac{p - p^o}{p^o} \right) = x_{so} = \frac{n_{so}}{n_{so} + n_{sv}} \rightarrow 0,0186 = \frac{\frac{2,8}{x}}{0,846 + \frac{2,8}{x}}$$

facendo i calcoli

$$0,01574 + \frac{0,052}{x} = \frac{2,8}{x} \rightarrow 0,01574 = \frac{2,74}{x} \rightarrow x = 174,58 \text{ g/mol}$$

nella soluzione sono presenti $n = \frac{m}{PM} = \frac{2,8}{174,58} = 0,016$ moli di soluto

La densità per la soluzione è

$$\delta = \frac{m_{so} + m_{sv}}{V_{so} + V_{sv}} \rightarrow 0,901 = \frac{2,8 + 66}{75 + x} \rightarrow 67,57 + 0,901x = 68,8$$

$$V_{so} = \frac{68,8 - 67,57}{0,901} = 1,36 \text{ ml} \quad \text{quindi } V_{sz} = V_{so} + V_{sv} = 75 + 1,36 = 76,36 \text{ ml}$$

$$M = \frac{n_{so}}{V_{sz}} = \frac{0,016}{0,07636} \cong 0,21 \text{ mol/l}$$

Esercizio 7

Una soluzione acquosa al 10% in peso di urea $\text{CO}(\text{NH}_2)_2$ con densità $\delta=1,02 \text{ g/cm}^3$, si trova alla temperatura di 20°C . Calcolare la molarità, la molalità e le frazioni molari di urea e di acqua.

Esercizio 7:soluzione

Dobbiamo cercare $M = \frac{n_{SO}}{V_{SZ}}$ molarità [mol/l]: numero di moli del soluto contenute in un litro di soluzione.

$$\text{con } n_{SO} = \frac{m_{SO}}{PM_{SO}} \text{ cioè } M = \frac{m_{SO}}{PM_{SO}V_{SZ}} =$$

$$\text{la massa del soluto è } m_{SO} = 0,1 \cdot m_T = 0,1 \cdot (\delta \cdot V_{SZ})$$

$$\text{dove } m_T = \text{massa totale} = m_{SO} + m_{SV} \quad \text{con } \delta = 1,02 \text{ g/cm}^3 = 1020 \text{ g/dm}^3$$

$$M = \frac{0,1 \cdot \delta \cdot V_{SZ}}{PM_{SO}V_{SZ}} = \frac{0,1 \cdot \delta}{PM_{SO}} = \frac{0,1 \cdot 1020}{60} = 1,7 \text{ mol/l}$$

La molalità m [mol/kg]: numero di moli del soluto contenute in un chilogrammo di solvente, formalmente espressa come

$$m = \frac{n_{SO}}{m_{SV}} \quad m_{SV} = 0,9 \cdot m_T = 0,9 \cdot (\delta \cdot V_{SZ})$$

si è visto prima che per la definizione di molarità $n_{SO} = MV_{SZ}$

$$\text{la molalità risulta essere } m = \frac{M \cdot V_{SZ}}{0,9 \cdot \delta \cdot V_{SZ}} = \frac{M}{0,9 \cdot \delta} = \frac{1,7}{0,9 \cdot 1,02} = 1,85 \text{ mol/kg}$$

Calcolo delle moli dei componenti

$$\text{abbiamo visto } M = \frac{n_{SO}}{V_{SZ}} = \frac{0,1 \cdot \delta}{PM_{SO}} = \frac{0,1 \cdot 1020}{60} = 1,7 \text{ mol/l}$$

analogamente

$$\frac{n_{SV}}{V_{SZ}} = \frac{0,9 \cdot \delta}{PM_{SV}} = \frac{0,9 \cdot 1020}{18} = 51 \text{ mol/l}$$

$$x_{\text{H}_2\text{O}} = \frac{51}{51 + 1,7} = 0,967 \quad \longrightarrow \quad x_{\text{CO}(\text{NH}_2)_2} = 0,033$$

Col calcolatore otteniamo la tensione dell'acqua a 20° $p^0 = 2330 \text{ Pa}$
la tensione di vapore della soluzione a 20°

$$p = x_{SV} \cdot p^0 = 0,967 \cdot 2330 \text{ Pa} = 2254 \text{ Pa}$$

Esercizio 8

Sciogliendo 10g di un composto sconosciuto allo stato solido in 100g di benzene C_6H_6 la pressione di vapore di questo scende da 100 a 94 torr. Questo avviene alla temperatura di $26^\circ C$. Calcola il peso molecolare del composto incognito.

Esercizio 8:soluzione

Abbiamo già specificato che se il soluto è allo stato solido si ha

$$p_{so}^o = 0 \longrightarrow p = p_{sv}^o x_{sv} \quad \text{così sarebbe} \quad x_{sv} = \frac{p}{p_{sv}^o} = \frac{94}{100} = 0,94$$

$$x_{so} = 1 - x_{sv} = 0,06 \quad \text{poi per il solvente avremo}$$

$$n_{C_6H_6} = \frac{m}{PM} = \frac{100}{78} = 1,28 \text{ moli}$$

$$x_{so} = \frac{n_{so}}{n_{so} + n_{sv}} \longrightarrow 0,06 = \frac{n_{so}}{n_{so} + 1,28} \longrightarrow n_{so} = 0,0817 \text{ moli}$$

$$PM_{so} = \frac{m_{so}}{n_{so}} = \frac{10}{0,0817} = 122,4 \text{ g/mol}$$

Esercizio 9

Calcola l'innalzamento ebulliscopico di una soluzione acquosa contenente 0,15 mol/kg di zucchero $C_{12}H_{22}O_{11}$.

Esercizio 9:soluzione

Usando la $\Delta T_e = k_e \cdot m$

$$\Delta T_e = 0,51 \cdot 0,15 = 0,076^\circ\text{C}$$

Per la soluzione la nuova temperatura di ebollizione sar\`a pertanto

$$T_e = 100 + 0,076 = 100,076^\circ\text{C}$$

Esercizio 10

Calcola l'innalzamento ebullioscopico di una soluzione acquosa contenente 0,25 mol/kg di bromuro di potassio KBr

Esercizio 10:soluzione

Sapendo che KBr si dissocia nell'acqua nella forma $KBr \longrightarrow K^+ + Br^-$

essendo KBr completamente dissociato in K^+ e Br^- risulta $\alpha=1$ e $\nu=2$ per cui il coefficiente di Van't Hoff vale

$$i = \left[1 + \alpha(\nu - 1) \right] = 1 + 1(2 - 1) = 2$$

La formula da applicare è in questo caso

$$\Delta T_e = k_e \cdot m \cdot i = 0,51 \cdot 0,25 \cdot 2 = 0,255$$

essendo la temperatura normale di vaporizzazione dell'acqua 100°C la soluzione data vaporizza a $100,255^\circ\text{C}$.

Esercizio 11

Calcola la quantità di glicerolo $C_3H_8O_3$ che sciolto in 125,5ml di acqua ($\delta=0,996$) provoca un innalzamento ebullioscopico di $0,15^\circ C$.

Esercizio 11:soluzione

Dalla formula dell'innalzamento ebullioscopico

$$\Delta T_e = k_e m \longrightarrow m = \frac{0,15}{0,51} = 0,293 \text{ mol / kg}$$

dalla definizione di molalità

$$m = \frac{n_{so}}{m_{sv}} \text{ quindi } 0,293 = \frac{n_{so}}{0,125} \longrightarrow n_{so} = 0,293 \times 0,125 = 0,0366 \text{ mol}$$

$$\text{dalla formula } n = \frac{m}{PM} \rightarrow m = n \cdot PM = 0,0366 \cdot 92 = 3,37 \text{ g}$$

Esercizio 12

Vengono sciolti 3,55g di un composto incognito non volatile ed indissociato in 244ml di cicloesano C_6H_{12} ($\delta=0,779\text{g/ml}$; $k_e=2,8\text{kg}^\circ\text{C/mol}$). Sapendo che il cicloesano puro bolle a 81°C mentre questa soluzione bolle a $81,3^\circ\text{C}$ calcola la massa molecolare del composto incognito.

Esercizio 12:soluzione

Pare che vi sia un innalzamento ebulloscopico di $\Delta T_e = 81,3 - 81 = 0,3^\circ\text{C}$

$$\text{poi si sa che } m = \frac{\Delta T_e}{k_e} = \frac{0,3}{2,8} = 0,107 \text{ mol / kg}$$

la massa del solvente $m_{sv} = \delta V_{sv} = 0,779 \cdot 244 = 190 \text{ g}$ dalla definizione di molalità

$$m = \frac{n_{so}}{m_{sv}} \longrightarrow n_{so} = m_{sv} \cdot m = 0,19 \cdot 0,107 = 0,02036 \text{ moli}$$

$$\text{poi dalla } n = \frac{m}{PM} \longrightarrow PM = \frac{m_{so}}{n_{so}} = \frac{3,55}{0,02036} = 174,3 \text{ g / mol}$$

Esercizio 13

Una soluzione acquosa 0,14m congela a $-0,52^{\circ}\text{C}$, stabilire se il soluto è un elettrolita.

Esercizio 13:soluzione

Sappiamo che la costante crioscopica dell'acqua è $1,86 \text{ kg}^{\circ}\text{C/mol}$.

$$\Delta T_c = k_c \cdot m \cdot i \quad \longrightarrow \quad i = \frac{\Delta T_c}{k_c m} = \frac{0,52}{1,86 \cdot 0,14} = 2$$

il soluto è dunque un elettrolita

Esercizio 14

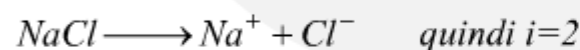
Calcolare l'innalzamento ebullioscopico di una soluzione di una miscela costituita da 3g di cloruro di sodio e da 7g di cloruro di magnesio $MgCl_2$ disciolta in 2,0 litri di acqua.

Esercizio 14: soluzione

$$\text{Per NaCl avremo } n = \frac{m}{PM} = \frac{3}{58,44} = 0,0513 \text{ moli}$$

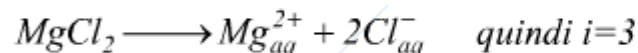
$$\text{per } MgCl_2 \text{ avremo } n = \frac{m}{PM} = \frac{7}{95,21} = 0,0735 \text{ moli}$$

Per il cloruro di sodio la dissociazione avviene come



$$\text{si ottengono } n_a = 0,0513 \times 2 = 0,1026 \text{ ioni}$$

Per il cloruro di magnesio la dissociazione avviene come



$$\text{si ottengono } n_b = 0,0735 \times 3 = 0,2205 \text{ ioni}$$

$$n_{so} = n_a + n_b = 0,1026 + 0,2205 = 0,3231$$

$$\text{ricalcoliamo la molarità come } m = \frac{n_{so}}{m_{sv}} = \frac{0,3231}{2} = 0,1615 \text{ mol / kg}$$

$$\Delta T_e = k_e m = 0,51 \cdot 0,1615 = 0,082^\circ C$$

allo stesso risultato si arrivava considerando le molarità

$$m_a = \frac{0,0513}{2} = 0,0265 \qquad m_b = \frac{0,0735}{2} = 0,0367$$

$$\Delta T_e = k_e (m_a i_a + m_b i_b) = 0,51 \cdot (0,0265 \cdot 2 + 0,0367 \cdot 3) = 0,082^\circ C$$

Esercizio 15:soluzione

Determinare la temperatura di congelamento di una soluzione acquosa contenente 4,5g di NaOH in 200,5 ml di acqua con densità $\delta=0,996\text{g/ml}$ ricordando che NaOH si dissocia totalmente in acqua.

Esercizio 15:soluzione

Dalle tabelle sappiamo che la costante crioscopia dell'acqua è $1,86\text{kg}^\circ\text{C/mol}$
Si calcola quindi il numero di moli di NaOH presenti nella soluzione

$$n=m/PM=4,52/40=0,113 \text{ moli}$$

0,113 moli di NaOH sono contenute in 200,5 ml di acqua, per cui la molalità della soluzione di acqua, intesa come numero di moli di NaOH indissociate in un kilogrammo di solvente è

$$\text{la massa del solvente } m_{sv} = \delta V$$

$$m = \frac{n_{so}}{m_{sv}} = \frac{n_{so}}{\delta V} = \frac{0,113}{(200,5 \cdot 10^{-3} \text{ l}) \cdot (0,996 \text{ g/l})} = 0,556 \text{ m}$$

essendo NaOH completamente dissociato in Na^+ e OH^- risulta $\alpha=1$ e $\nu=2$ per cui il coefficiente di Van't Hoff vale

$$i = \left[1 + \alpha(\nu - 1) \right] = 1 + 1(2 - 1) = 2$$

Calcoliamo l'abbassamento crioscopico

$$\Delta t_c = k_c \cdot m \cdot i = 1,86 \cdot 0,566 \cdot 2 = 2,11^\circ\text{C}$$

essendo la temperatura normale di congelamento dell'acqua 0°C la soluzione data solidifica a $-2,11^\circ\text{C}$.

