Esercizi svolti

di

Elettrotecnica

a cura del prof. Vincenzo Tucci

NOVEMBRE 2002

NOTA SUL METODO PER LA SOLUZIONE DEGLI ESERCIZI

La soluzione degli esercizi è un momento della fase di apprendimento nel quale l'allievo è chiamato ad utilizzare sia i metodi appresi durante lo specifico corso (ad esempio, quello di Elettrotecnica) sia il bagaglio di nozioni acquisite negli studi precedenti.
Sebbene la complessità dei problemi da risolvere possano variare molto (da corso a corso nell'ambito degli studi e, successivamente, nella vita professionale) è importante acquisire una metodologia valida in generale che consenta di affrontarne la soluzione in modo efficace.

In ogni caso, la soluzione di un problema si può ottenere adottando una procedura operativa che può essere sintetizzata nei seguenti punti:

1) **identificazione degli obiettivi;**
2) **scelta del metodo;**
3) **elaborazioni analitiche e numeriche;**
4) **analisi e controllo dei risultati; nel caso i risultati ottenuti non risultino soddisfare principi elementari (ad esempio, leggi di Kirchhoff, conservazione dell'energia, ecc.) occorre reiterare la procedura, adottando eventualmente un diverso metodo di soluzione;**
5) **presentazione e discussione dei risultati.**

Nel caso dei problemi di Elettrotecnica, il processo risulta, nella maggior parte dei casi, molto più agevole, in quanto alcuni punti della procedura generale sono già specificati nel quesito. Ad esempio, la grandezza da calcolare ed il metodo da adottare per effettuare il calcolo sono indicati nel testo dell'esercizio. Pertanto, la procedura per la soluzione dei problemi può essere ristretta ai seguenti punti:

1) **scelta del metodo;**
2) **elaborazioni analitiche e numeriche;**
3) **presentazione e discussione dei risultati.**

La chiara identificazione di tali passi della procedura, oltre ad essere un utile strumento per lo studente impegnato nella soluzione del problema, consente inoltre una più agevole ed efficiente valutazione della bontà della soluzione.
In particolare, nei problemi inerenti l'analisi dei circuiti (la maggior parte dei problemi affrontati durante il corso di Elettrotecnica I e II) occorre:

1) **indicare sul grafico del circuito i riferimenti per i versi delle grandezze;**
2) **esprimere le sole equazioni necessarie e sufficienti a risolvere il problema;**
3) **scegliere il procedimento più semplice ed efficace;**
4) **presentare in maniera logica e coerente il procedimento e i calcoli;**
5) **verificare la congruenza numerica e dimensionale dei risultati ottenuti.**

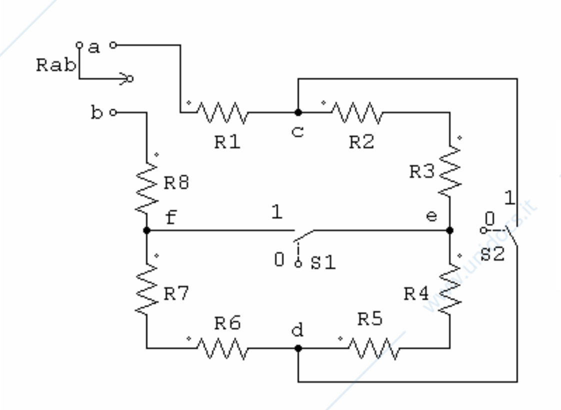
Negli esempi che vengono proposti si cercherà di mettere in evidenza tali fasi.

CIRCUITI STATICI

ESERCIZIO N. 1

Si determini il valore della resistenza equivalente R_{ab} nei seguenti casi:

a) interruttori S1 e S2 aperti (posizione 0);
b) interruttore S1 aperto (posizione 0) e interruttore S2 chiuso (posizione 1);
c) interruttore S1 chiuso (posizione 1) e interruttore S2 aperto (posizione 0);
d) interruttori S1 e S2 chiusi (posizione 1).



R1=2Ω; R2=10Ω;
R3=15Ω; R4=10Ω
R5=40Ω; R6=20Ω
R7=30Ω, R8= 8Ω

SOLUZIONE

Caso a)

Quando i due interruttori sono aperti la resistenza equivalente risulta data dalla serie delle resistenze:

$$\mathrm{R}_{ab} = \sum_{i=1}^{8} R_i = 135\Omega$$

Caso b)

Quando l'interruttore S1 è aperto e S2 è chiuso le resistenze R2, R3, R4 e R5 si trovano in parallelo con un corto circuito. Si ha quindi:

$$\mathrm{R}_{ab} = \sum_{i=6}^{8} R_i + R_1 = 60\Omega$$

Caso c)

Quando l'interruttore S1 è chiuso e S2 è aperto le resistenze R4, R5, R6 e R7 si trovano in parallelo con un corto circuito. Si ha quindi:

$$\mathrm{R}_{ab} = \sum_{i=1}^{3} R_i + R_8 = 35\Omega$$

Caso d)

Quando entrambi gli interruttori sono chiusi, la valutazione della resistenza equivalente può essere semplificata facendo riferimento allo schema di figura 1.1 nel quale si sono considerate le serie tra le resistenze R2 e R3, R4 e R5 e R6 e R7.

$$\mathrm{R}_{23} = R_2 + R_3 = 25\Omega \qquad \mathrm{R}_{45} = R_4 + R_5 = 50\Omega \qquad \mathrm{R}_{67} = R_6 + R_7 = 50\Omega$$

Si osservi ora che, per la presenza dei due corto circuiti, le resistenze precedentemente definite si trovano collegate tra i nodi c≡d ed e≡f: esse risultano pertanto in parallelo (figura 1.2). Indicando con Rp la resistenza equivalente a tale parallelo:

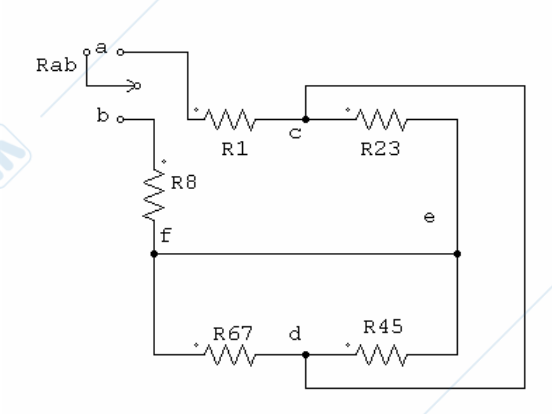


figura 1.1

$$\mathrm{R_p} = \frac{1}{\frac{1}{R_{23}} + \frac{1}{R_{45}} + \frac{1}{R_{67}}} = 12.5\Omega$$

Pertanto con riferimento allo schema di figura 1.2, si ottiene:

$$\mathrm{R_{ab}} = R_1 + R_p + R_8 = 22.5\Omega$$

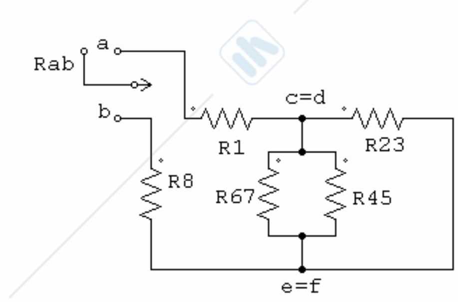


figura 1.2

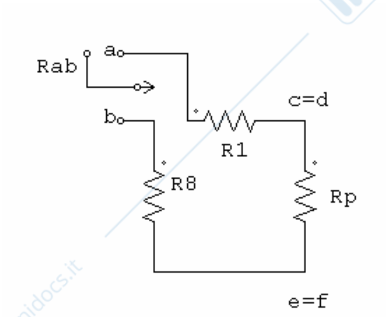


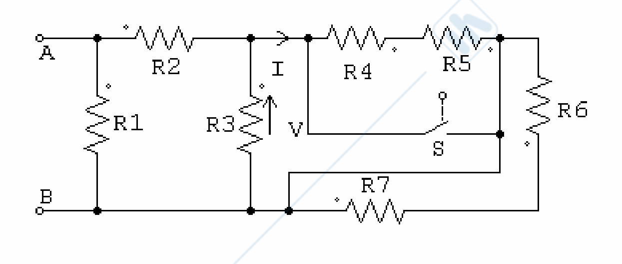
figura 1.3

ESERCIZIO N. 2

Per il circuito in figura, sia per la condizione di interruttore S aperto (posizione 0) che di interruttore chiuso (posizione 1), si determini:

a) la resistenza vista dai morsetti A-B;

b) la corrente I e la tensione V quando la tensione ai morsetti A-B è pari a 100V.



R1=20Ω ; R2=4Ω; R3=20Ω;
R4=50Ω; R5=30Ω; R6=R7=10Ω

SOLUZIONE

Notiamo innanzitutto che, sia quando l'interruttore è aperto che quando è chiuso, le resistenze R6 e R7 risultano corto circuitate. Esse, pertanto non intervengono nè nella espressione di R_{S0} che di R_{S1}.

Calcolo R_{S0}, I_{S0}, V_{S0}

Quando l'interruttore S è aperto il circuito da esaminare può essere più convenientemente rappresentato come in fig. 1 in cui si osserva che tra A e B è presente il parallelo tra R1 con una resistenza data dalla serie tra R2 ed il parallelo tra R3 e (R4+R5).

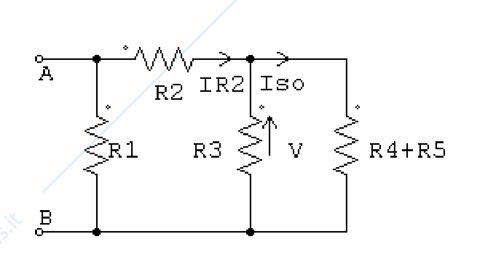


figura 2.1

Pertanto si ha:

$$R_{S0} = \frac{R1\cdot\left[R2+\frac{R3\cdot(R4+R5)}{R3+(R4+R5)}\right]}{R1+\left[R2+\frac{R3\cdot(R4+R5)}{R3+(R4+R5)}\right]} = 10\Omega$$

La corrente I_{S0} è la corrente che interessa la serie R4, R5 di figura 2.1. Essa si ottiene a partire dalla corrente totale, applicando due volte la regola del partitore di corrente.

$$I_{R2} = \frac{V_{AB}}{R_{S0}}\frac{R1}{R1+\left[R2+\frac{R3\cdot(R4+R5)}{R3+(R4+R5)}\right]} = 5A$$

$$I_{SO} = I_{R2}\frac{R3}{R3+R4+R5} = 1A$$

La tensione V_{S0} è la tensione ai capi del parallelo tra R3 e la serie R4, R5:

$$V_{SO} = I_{R2}\frac{R3\cdot(R4+R5)}{R3+R4+R5} = 80V$$

Calcolo R_{S1}, I_{S1}, V_{S1}

Quando l'interruttore S è chiuso il parallelo tra R3 e (R4+R5) è cortocircuitato. Il circuito si riduce pertanto al parallelo tra R1 e R2.

Pertanto si ha:

$$R_{S1} = \frac{R1\cdot R2}{R1+R2} = \frac{10}{3}\Omega$$

La corrente I_{S1} è la corrente che interessa la resistenza R2.

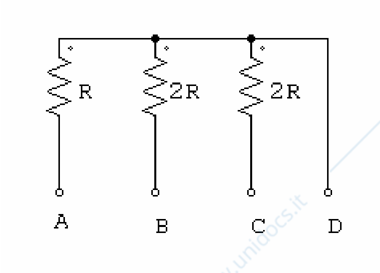
$$I_{S1} = \frac{V_{AB}}{R_{S1}} = 30A$$

La tensione V_{S1} è la tensione ai capi di un corto circuito e pertanto risulta nulla:

$$V_{S1} = 0V$$

ESERCIZIO N. 3

Utilizzando i possibili collegamenti tra i resistori si determinino i corrispondenti valori di resistenza ottenibili.



SOLUZIONE

Osserviamo innanzitutto che i collegamenti che coinvolgono i nodi B e C con gli altri due rami risultano equivalenti a causa dell'identico valore della resistenza (2R). I collegamenti possibili risultano pertanto A-B (coincidente ai fini dei valori possibili di resistenza con A-C), A-D; B-C e B-D (coincidente ai fini dei valori possibili di resistenza con C-D). In figura 3.1 sono mostrati i collegamenti che coinvolgono il nodo A. Per tali casi i possibili valori di resistenza ottenibili sono (si omettono per semplicità i valori di resistenza tra coppie di morsetti per i quali il collegamento effettuato non introduce modifiche rispetto alla struttura originaria):

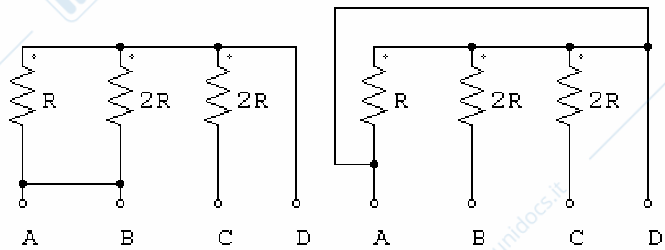


figura 3.1

$$A \equiv B\,(\text{ovvero con C}) \begin{cases} R_{AC} = 2R + \dfrac{2}{3}R = \dfrac{8}{3}R \\ R_{AD} = \dfrac{2}{3}R \end{cases} \qquad A \equiv D \begin{cases} R_{AD} = 0 \\ R_{AB} = R_{AC} = 2R \end{cases}$$

In figura 3.2 sono mostrati i collegamenti che coinvolgono il nodo B (ovvero C); per tali configurazioni si avrà:

$$C \equiv B \begin{cases} R_{AB} = R_{AC} = \dfrac{R}{2} \\ R_{BD} = R_{CD} = \dfrac{R}{2} \end{cases} \qquad D \equiv B \,(\text{ovvero con } C) \begin{cases} R_{BC} = R \\ R_{CD} = 0 \end{cases}$$

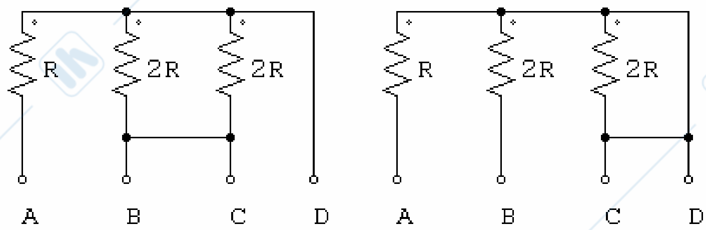
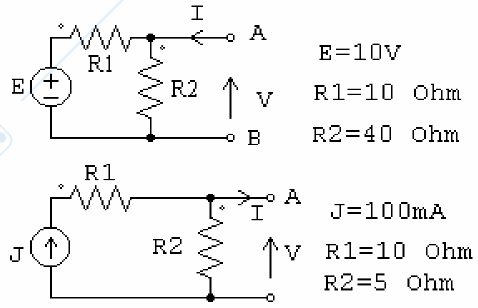


figura 3.2

ESERCIZIO N. 4

Per i due circuiti in figura si determinino le caratteristiche dei bipoli equivalenti viste ai morsetti A-B e le si disegnino sul piano I-V.



SOLUZIONE

Poiché i singoli bipoli sono "normali", ovvero esibiscono una caratteristica rappresentabile sul piano I-V tramite una retta, in generale non passante per l'origine, la caratteristica del bipolo equivalente sarà anch'essa di tipo rettilineo. Il metodo più semplice per individuarla è quella di valutarla in due punti "notevoli", rispettivamente per I= 0 e V=0.

Per il bipolo contenente il generatore di tensione la condizione V=0 si ha collegando A e B tramite un corto circuito (figura 3.1):

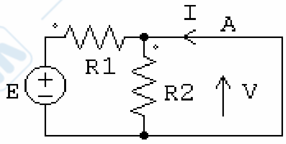


figura 4.1

Si ottiene:

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

$$V = 0; \qquad I = -\frac{E}{R_1} = -1A$$

Il secondo punto notevole si ottiene quando I=0; in tal caso la tensione si ottiene applicando la regola del partitore di tensione e valutando la tensione ai capi di R_2.

$$I = 0; \qquad V = E\frac{R_2}{R_1 + R_2} = 8V$$

L'equazione che descrive la caratteristica del bipolo sarà pertanto:

$$V = E(\frac{R_2}{R_1 + R_2}) - \frac{E(\frac{R_2}{R_1 + R_2})}{(-\frac{E}{R_1})} I = E(\frac{R_2}{R_1 + R_2}) + (\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2})I = 8 + 8I$$

Si osservi che:
a) affinché la corrente risulti positiva con il riferimento scelto occorre che la tensione ai morsetti A-B sia maggiore di 8V;
b) la pendenza della retta è data dal valore della resistenza equivalente vista dai morsetti A-B quando il generatore di tensione sia stato spento; tale risultato trova riscontro nell'ambito di un teorema generale, che sarà illustrato nel seguito, che va sotto il nome di teorema di Thèvenin (o del generatore equivalente di tensione).

Per il secondo circuito risulta:

$$V = 0; \qquad I = J = 0.1A$$
$$I = 0; \qquad V = JR_2 = 0.5V$$

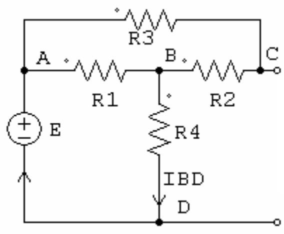
L'equazione che descrive la caratteristica del bipolo sarà pertanto:

$$V = JR_2 - \frac{JR_2}{J} I = JR_2 - R_2 I = 0.5 - 5I$$

Si osservi che la pendenza della retta è data dal valore della resistenza equivalente vista dai morsetti A-B quando il generatore di corrente sia stato spento (cioè al suo posto vi sia un circuito aperto). Tale risultato trova riscontro nell'ambito di un teorema generale, illustrato nel seguito, che va sotto il nome di teorema di Norton (o del generatore equivalente di corrente).

ESERCIZIO N. 5

Per il circuito in figura si determini il valore della tensione E ai morsetti del generatore tale che la corrente I_{BD} nel resistore R_4 sia pari a 5 mA.



R1=3kΩ; R2=500Ω;
R3=250Ω; R4=400Ω

SOLUZIONE

L'esercizio fornisce un esempio di metodo di "soluzione a ritroso" nel quale si parte dal valore della grandezza di uscita e, applicando opportunamente le leggi dei circuiti, si valutano le diverse grandezze che servono per ricavare l'incognita. Naturalmente è ancora possibile una soluzione attraverso il modello fondamentale del circuito (LKC+LKT+caratteristiche), ma essa risulta senz'altro più onerosa dal punto di vista del calcolo.

Infatti si può scrivere

$$
\begin{aligned}
&-\mathrm{I}_{DA} + \mathrm{I}_{AB} + \mathrm{I}_{AC} = 0\\
&-\mathrm{I}_{AB} - \mathrm{I}_{AC} + \mathrm{I}_{BD} = 0\\
&R_1\mathrm{I}_{AB} + R_4\mathrm{I}_{BD} = E\\
&R_1\mathrm{I}_{AB} - (R_2 + \mathrm{R}_3)\mathrm{I}_{AC} = 0
\end{aligned}
$$

che rappresenta il sistema fondamentale del circuito (4 equazioni, 4 incognite) in cui la corrente I_{BD} nella R4 è un termine noto mentre non lo è la tensione E del generatore. Adottando, invece, l'approccio della soluzione a ritroso, nota la corrente I_{BD} nella R4, è possibile applicare la LKC alla superficie gaussiana Σ rappresentata in figura 5.1.

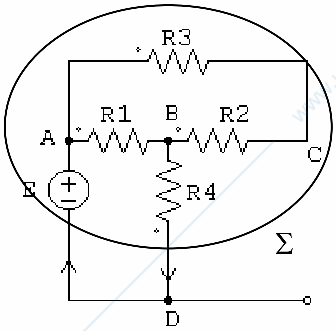


figura 5.1

Si ottiene così la corrente nel generatore di tensione:

$$\mathrm{I}_{BD} = \mathrm{I}_{DA} = 5mA$$

Osserviamo ora che la resistenza R_1 si trova in parallelo con la serie tra R_2 e R_3; è quindi possibile applicare a tale parallelo la regola del partitore di corrente per ricavare la corrente I_{AB} in R_1.

$$I_{AB} = I_{DA} \frac{R_2 + R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = 5 \cdot 10^{-3} \frac{750}{3750} = 1mA$$

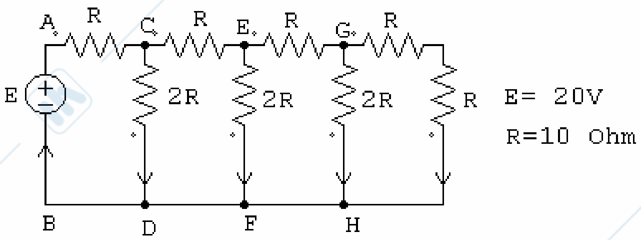
Nota la corrente in R_1 si può applicare la LKT alla maglia ABDA per ottenere il valore richiesto:

$$E = R_1 I_{AB} + R_4 I_{BD} = 3 \cdot 10^3 \cdot (1 \cdot 10^3) + 5 \cdot 10^3 \cdot (400) = 5V$$

La soluzione di questo esercizio consente di mettere in evidenza un risultato generale (proprietà di non amplificazione delle tensioni e delle correnti) valido per circuiti costituiti da soli resistori (lineari e non lineari) e da un solo generatore (di tensione o corrente). In tali classi di circuiti le correnti e le tensioni sui resistori non possono essere mai maggiori (al più possono essere uguali) della corrente e della tensione sul generatore.

ESERCIZIO N. 6

Per il circuito "a scala" (in inglese, "ladder") mostrato in figura si determini la corrente nel generatore di tensione e quella in ognuno dei resistori di valore 2R.



SOLUZIONE

Per risolvere l'esercizio conviene ridurre la complessità topologica giungendo ad un circuito ad una sola maglia nella quale sia immediato calcolare la corrente richiesta. In particolare, partendo dalla estrema destra del circuito si osserva che le due resistenze di valore R risultano in serie. Si ottiene così una resistenza equivalente di valore pari a 2R che risulta essere in parallelo con una delle resistenze "trasversali" di valore 2R. La resistenza equivalente a questo parallelo, di valore pari a R sarà a sua volta in serie con una resistenza "longitudinale" di valore R ottenendo ancora una volta una resistenza equivalente di valore 2R. Il procedimento a questo punto si ripete fino ad arrivare alla resistenza in serie al generatore che, quindi vedrà come resistenza equivalente totale una di valore 2R. In sintesi, ogni "cella" della scala equivale ad una resistenza di valore R come mostrato in figura 5.1.

Pertanto la corrente totale erogata dal generatore risulta pari a

$$I_{BA} = \frac{E}{2R} = 1A$$

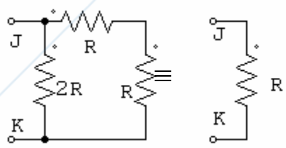
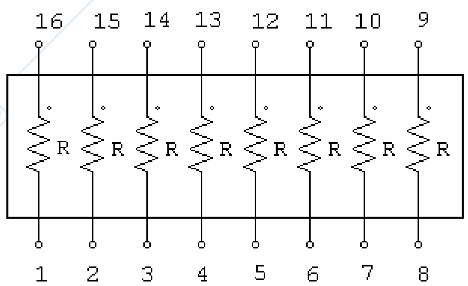


figura 6.1

Per calcolare la corrente in ogni resistore di valore 2R occorre applicare la regola del partitore di corrente in modo iterativo ai nodi C, E e G osservando che, sulla base delle considerazioni precedenti, la corrente si ripartisce in parti uguali. Pertanto la corrente nel resistore di valore 2R più a sinistra (quello tra i nodi C e D) risulterà pari a 0.5 A, nel successivo (quello tra i nodi E e F) 0.25 A e nell'ultimo 0.125 A.

ESERCIZIO N. 7

In figura è mostrato un "chip" di resistenze nella forma detta "dual-in-line", largamente adoperato nella realizzazione di circuiti elettronici. Effettuando gli opportuni collegamenti tra i diversi morsetti, realizzare una rete "a scala" ("ladder") del tipo precedentemente illustrato. Quante celle elementari si possono ottenere con un solo chip?



SOLUZIONE

In figura 7.1a a è mostrata un cella elementare della rete a scala in cui sono presenti un resistore di valore pari a R e uno di valore 2R. Quindi per realizzare ogni cella elementare occorrono 3 resistori del chip di cui due sono collegati in serie. Si potranno quindi ottenere al più due celle complete; una possibile scelta dei collegamenti esterni tra i piedini del chip è mostrata in figura 7.1b. I due resistori liberi possono essere utilizzati per "terminare" il circuito, come mostrato nello schema circuitale dell'esercizio n. 6.

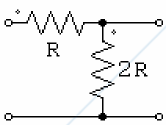


figura 7.1a

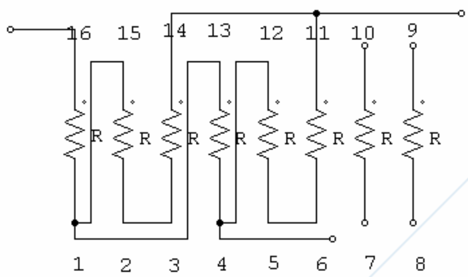
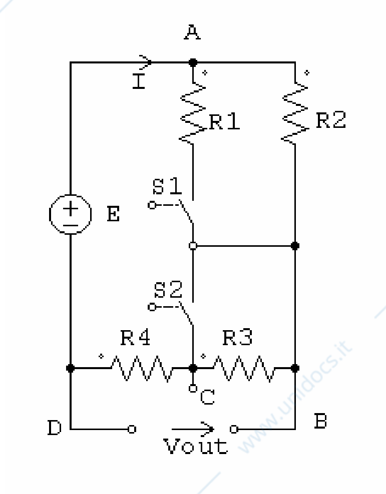


figura 7.1b

ESERCIZIO N. 8

Nel circuito in figura i due interruttori S_1 e S_2 possono trovarsi nella posizione aperta (0) o chiusa (1). Determinare il valore della tensione V_{out} e della corrente I per ognuna delle quattro possibili combinazioni degli interruttori (0,0), (0,1), (1,0) e (1,1). Quale configurazione dà luogo al massimo valore di V_{out} e quale a quello minimo? E' possibile giustificare tale risultato?



E=10V;
R_1= 3kΩ;
R_2= 6kΩ;
R_3= 3kΩ;
R_4= 1kΩ

SOLUZIONE

- Configurazione (0,0). Entrambi gli interruttori ("switch") sono aperti. In tal caso la resistenza equivalente vista tra i morsetti A-D sarà:

$$R_{AD}^{(0,0)} = R_2 + R_3 + R_4 \tag{8.1}$$

La corrente I risulterà pertanto pari a:

$$I^{(0,0)} = \frac{E}{R_{AD}^{(0,0)}} = 1mA$$

mentre la tensione sarà data da:

$$V_{out}^{(0,0)} = E\frac{R_3 + R_4}{R_{AD}^{(0,0)}} = 4V$$

- Configurazione (0,1). S1 aperto, S2 chiuso. In questo caso R_3 è in parallelo con un corto circuito. La resistenza equivalente vista tra i morsetti A-D sarà:

$$R_{AD}^{(0,1)} = R_2 + R_4$$

La corrente I risulterà pertanto pari a:

$$I^{(0,1)} = \frac{E}{R_{AD}^{(0,1)}} = 1.43mA$$

mentre la tensione sarà data da:

$$V_{out}^{(0,1)} = E\frac{R_4}{R_{AD}^{(0,1)}} = 1.43V$$

- Configurazione (1,0). S1 chiuso, S2 aperto. In questo caso R_1 e R_2 sono in parallelo. La resistenza equivalente vista tra i morsetti A-D sarà:

$$R_{AD}^{(1,0)} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_3 + R_4$$

La corrente I risulterà pertanto pari a:

$$I^{(1,0)} = \frac{E}{R_{AD}^{(1,0)}} = 1.67\,mA$$

mentre la tensione sarà data da:

$$V_{out}^{(1,0)} = E\frac{R_3 + R_4}{R_{AD}^{(0,1)}} = 6.67\,V$$

- Configurazione (1,1). S1 e S2 entrambi chiusi. In questo caso R_1 e R_2 sono in parallelo mentre R_3 è in corto circuito. La resistenza equivalente vista tra i morsetti A-D sarà:

$$R_{AD}^{(1,1)} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + R_4$$

La corrente I risulterà pertanto pari a:

$$I^{(1,1)} = \frac{E}{R_{AD}^{(1,1)}} = 3.33\,mA$$

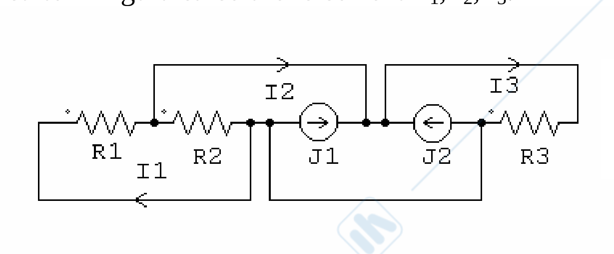
mentre la tensione sarà data da:

$$V_{out}^{(1,1)} = E\frac{R_4}{R_{AD}^{(0,1)}} = 3.33\,V$$

Dall'esame dei quattro risultati si trovano i casi corrispondenti ai valori massimi e minimi delle due grandezze. Osserviamo che mentre per la corrente, che rappresenta una grandezza globale (dipendente, cioè, fissato il valore di E, solo dalla resistenza equivalente vista dai morsetti del generatore), è possibile affermare che i valori massimo e minimo si otterranno per le configurazioni caratterizzate rispettivamente dal valore minimo e massimo della R_{AD} (in particolare, la (1,1) e la (0,0)), non si può in generale affermare nulla per la tensione V_{out} in quanto dipendente da due parametri: la R_{AD} e la resistenza R_{BD}.

ESERCIZIO N. 9

Per il circuito in figura calcolare le correnti I_1, I_2, I_3.



R_1= 8Ω; R_2=16Ω; R_3= 12Ω;
J_1= 4A; J_2= 9A

SOLUZIONE

La soluzione del circuito risulta certamente più agevole ridisegnando lo schema circuitale ed utilizzando l'equivalenza tra bipoli. In particolare, ai due generatori ideali di corrente in parallelo può essere sostituito un unico generatore J3=J1+J2=13A. Le diverse correnti si possono calcolare attraverso la formula del partitore di corrente.

Il circuito può essere ridisegnato come mostrato in figura 9.1.

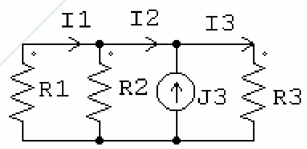


figura 9.1

Applicando la regola del partitore di corrente è semplice a questo punto ricavare le correnti richieste.

$$\mathrm{I}_3 = \mathrm{J}_3 \cdot \frac{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}{R_3 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} = 4A \qquad \mathrm{I}_2 = -\mathrm{J}_3 \cdot \frac{R_3}{R_3 + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} = -9A$$

$$\mathrm{I}_1 = \mathrm{I}_2 \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} = -6A$$

Tali valori sono compatibili con le leggi di Kirchhoff ed i principi di non amplificazione delle correnti.

ESERCIZIO N. 10

Per il circuito in figura si hanno le seguenti condizioni di funzionamento:

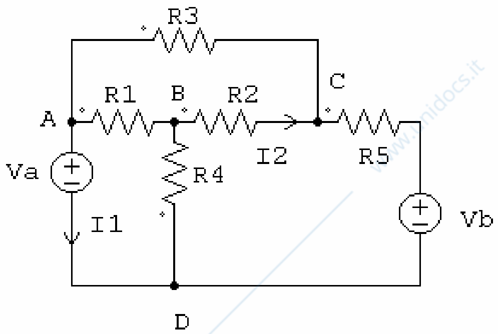
a) con V_a = 20V, V_b = 0V si ha I_1=-0.5A. Determinare il valore di I_1 quando V_a = 50V, V_b = 0V.

Si ha, inoltre:

b) con V_a=20V, V_b=50V ⇒ I_2=2A.

con V_a=50V, V_b=20V ⇒ I_2=0.25A.

Si calcoli il valore di I_2 quando V_a=V_b = 40V.



SOLUZIONE

L'esercizio rappresenta un esempio nel quale il principio di sovrapposizione degli effetti consente di ricavare la soluzione senza che sia necessario calcolare tutte le grandezze di lato; si nota peraltro che non è noto il valore dei singoli resistori. In generale, per ogni corrente I_k del circuito è possibile scrivere una relazione del tipo:

$$\mathrm{I}_k = A_k \cdot V_a + B_k \cdot V_b$$

dove le costanti A_k e B_k, dimensionalmente omogenee con delle conduttanze, dipendono unicamente dalla topologia del circuito e dal valore delle resistenze

Per rispondere al quesito **a)** occorre determinare A_1 soluzione della seguente equazione:

$$-0.5 = A_1 \cdot 20 + B_1 \cdot 0$$

da cui si ricava:

$$A_1 = -0.025\,[S]$$

Quando V_a=50V e V_b=0V il circuito ha un solo ingresso V_a e quindi l'uscita risulta legata ad esso tramite una semplice relazione di proporzionalità:

$$I_1 = A_1 \cdot 50 = -1.25\text{A}$$

Per rispondere al quesito **b)** occorre determinare A_2 e B_2 che sono soluzioni del seguente sistema di equazioni:

$$2 = A_2 \cdot 20 + B_2 \cdot 50$$
$$0.25 = A_2 \cdot 50 + B_2 \cdot 20$$

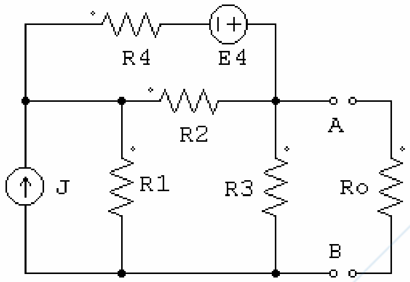
la cui soluzione è:

$$A_2 = -0.013$$
$$B_2 = 0.04$$

Si ricava pertanto: $V_a=V_b$= 40V $\Rightarrow$ $I_2 = A_2 \cdot 40 + B_2 \cdot 40 = 1.08$A.

ESERCIZIO N. 18

Per il circuito in figura, utilizzando la sovrapposizione degli effetti, si determini:
a) il generatore equivalente di tensione ai morsetti A-B;
b) l'energia assorbita dal resistore Ro in un intervallo pari a 10s;



J= 4A; E4=24V;
R1=R2=12Ω;
R3=10Ω; R4=4Ω
Ro= 18Ω

SOLUZIONE

a) Calcolo generatore equivalente

Per determinare il generatore equivalente di tensione ai morsetti A-B occorre valutare la resistenza R_{eq} e la tensione a vuoto E_0. La resistenza equivalente si ottiene spegnendo i generatori presenti nel circuito. Con riferimento alla figura 18.1, essa risulta:

$$R_{eq} = \frac{R3 \cdot \left[R1 + \frac{R2 \cdot R4}{R2+R4} \right]}{R3 + \left[R1 + \frac{R2 \cdot R4}{R2+R4} \right]} = 6\Omega$$

La tensione a vuoto E_0 si può valutare, utilizzando la sovrapposizione degli effetti, come somma dei contributi dovuti al generatore di corrente ed al generatore di tensione:

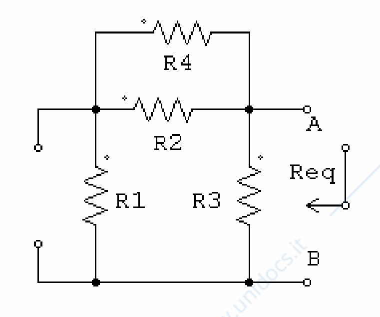


figura 18.1

$$E_0 = E'_0 + E''_0$$

Quando agisce il solo generatore di corrente *J* (figura 18.2), la tensione E'_0 risulta quella ai capi della resistenza R3.
Quando agisce il solo generatore di tensione E4 (figura 18.3), la tensione E''_0 si può ottenere valutando la corrente erogata dal generatore, I_{e4}, e quindi applicando la regola del partitore di corrente per determinare la corrente che interessa R3.

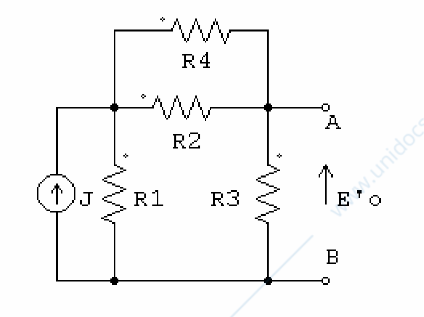


figura 18.2

$$E'_O = J \frac{R1}{R1 + \left[R3 + \frac{R2 \cdot R4}{R2+R4} \right]} \cdot R3 = 19.2V$$

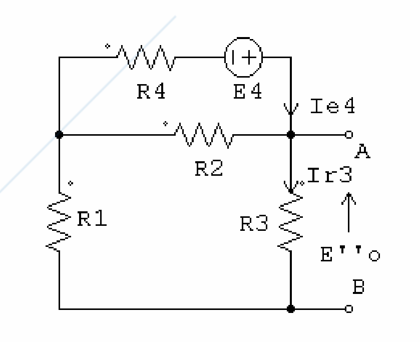


figura 18.3

$$I_{e4} = \frac{E4}{R4 + \left[\frac{R2 \cdot (R1 + R3)}{R2 + (R1 + R3)} \right]} = 2.04A$$

$$E''_0 = I_{e4} \frac{R2}{R2 + (R1 + R3)} \cdot R3 = 7.2V$$

In definitiva:

$$E_0 = E'_0 + E''_0 = 26.4V$$

b) Calcolo energia assorbita da Ro

Per ottenere l'energia assorbita dal resistore Ro in 10s occorre determinare la potenza assorbita. Con riferimento allo schema di figura 18.4, questa è data da:

$$P_{Ro} = \frac{E_0^2}{(R_{eq} + R_o)^2} \cdot R_o = 21.78W$$

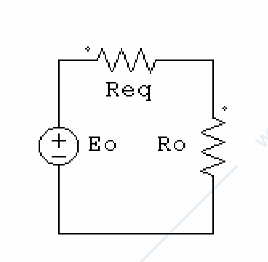


figura 18.4

L'energia sarà data da:

$$W_{Ro} = \int_0^{10s} P_{Ro} dt = 217.8J$$

Esercizi non svolti

ESERCIZIO N. 1

Per il circuito in figura 1 si determini la resistenza equivalente vista ai morsetti A-B. I valori sono espressi in Ω.

[Risp.: 15Ω]

ESERCIZIO N. 2

Per il circuito in figura 2, in cui i valori delle resistenze sono espressi in Ω, si determini la resistenza equivalente:

a) vista ai morsetti A-B con i morsetti C-D aperti;
b) vista ai morsetti A-B con i morsetti C-D in corto circuito;
c) vista ai morsetti C-D con i morsetti A-B aperti;
d) vista ai morsetti C-D con i morsetti A-B in corto circuito.

E' possibile giustificare i risultati relativi alle coppie di domande a)-b) e c)-d) ? (*si applichi ad una coppia di morsetti un generatore di corrente di valore qualsiasi e si determini il valore della differenza di potenziale all'altra coppia di morsetti*).

Si determinino i nuovi valori delle resistenze quando la resistenza R4=20 Ω e la resistenza R2=25 Ω.

[Risp.: a) 7.5Ω; b) 7.5Ω; c) 13.3Ω; d) 13.3Ω; a') 22.5Ω; b') 22.2Ω ; c') 22.2Ω; d') 22.5Ω]

ESERCIZIO N. 3

Per il circuito in figura 2, in cui i valori delle resistenze sono espressi in Ω, si determini il valore della resistenza affinché la resistenza equivalente vista i morsetti A-B risulti pari a 45 Ω.

[Risp.: a) 7.5Ω; b) 7.5Ω; c) 13.3Ω; d) 13.3Ω; a') 22.5Ω; b') 22.2Ω ; c') 22.2Ω; d') 22.5Ω]

ESERCIZIO N. 4

Per il circuito in figura 4, in cui i valori delle resistenze sono espressi in Ω, si determini:

a) la tensione (a vuoto) V_{AB};
b) la corrente (di corto circuito) quando i nodi A e B sono collegati mediante n corto circuito;
c) la tensione a vuoto e la corrente di corto circuito quando la resistenza V2=5 V e R2=10 Ω.

[Risp.: a) 10V; b) 1 A; c) 7.5V, 1.5 A]

ESERCIZIO N. 5

Per il circuito in figura 5, in cui i valori delle resistenze sono espressi in Ω, si determini:

a) la tensione V_{CD};
b) la tensione V_{AD}.

[Risp.: a) 16V; b) 40 V]

ESERCIZIO N. 6

Per il circuito in figura 6, in cui i valori delle resistenze sono espressi in Ω, si determini:

a) il valore delle correnti in ogni lato;
b) la potenza generata dai generatori.

[Risp.: a) I_{V1}=-372.3 mA; I_{V2}=695.75 mA; I_{R1}=127.7 mA; I_{R2}=-323.0 mA; I_{R3}=107.8 mA; I_{R4}=215.6 mA; I_{R5}= -195.75 mA; b) P_{V1}= -3.72W; P_{V1}= 8.35W; P_{Io}= -1W]

ESERCIZIO N. 7

Per il circuito in figura 7, in cui i valori delle resistenze sono espressi in Ω, si determini:

a) la tensione V_{AB};
b) la potenza generata dai generatori e quella assorbita dai resistori.

[Risp.: a) V_{AB}= 12 V; b) P_{V1}= 2.4W; P_{Io}= 12W; P_{R1}= P_{R2} 7.2W]

ESERCIZIO N. 8

Per il circuito in figura 8, in cui i valori delle resistenze sono espressi in Ω, si determini:
a) il valore delle correnti in ogni lato;
b) la potenza generata dai generatori e quella assorbita dai resistori.

[Risp.: a) I_{R1}=1 mA; I_{R2}=-2 mA; I_{R3}=-4 mA;
b) P_{V1}= -3.72W; P_{J1}= 80μW; P_{J2}= -24μW; P_{R1}=8 μW; P_{R2}=16 μW; P_{R3}= 32 μW]

ESERCIZIO N. 9

Per il circuito in figura 9, , si determini (i valori delle resistenze sono espressi in kΩ: ad es. 2k=2 kΩ):
a) il valore delle correnti in ogni lato;
b) la potenza generata dal generatore di corrente.

[Risp.: a) I_{R1}=-1.25 mA; I_{R2}=-5.625 mA; I_{E3}=-6.875 mA; I_{R4}=-3.125 mA; I_{R5}=7.4 mA; I_{E6}=2.6 mA; b) P_{J0}= 358.5mW]

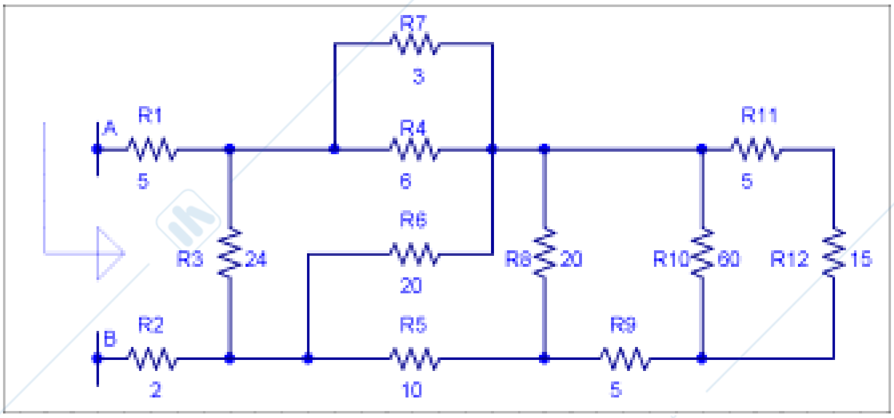


figura 1

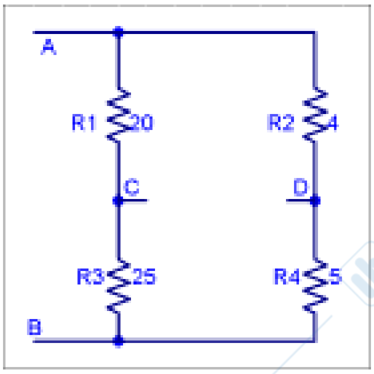


figura 2

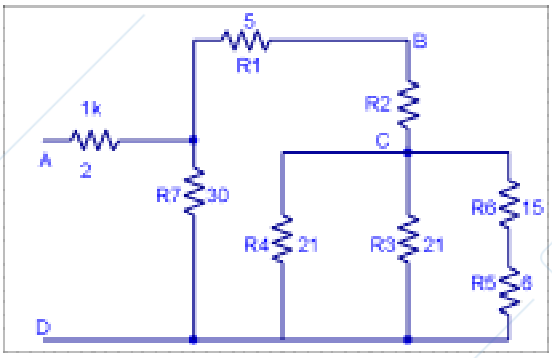


figura 3

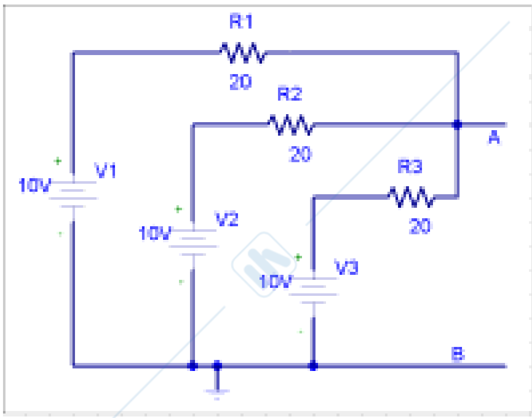


figura 4

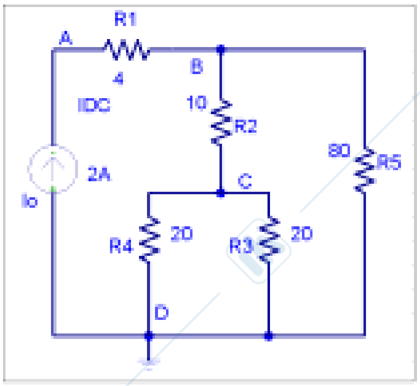


figura 5

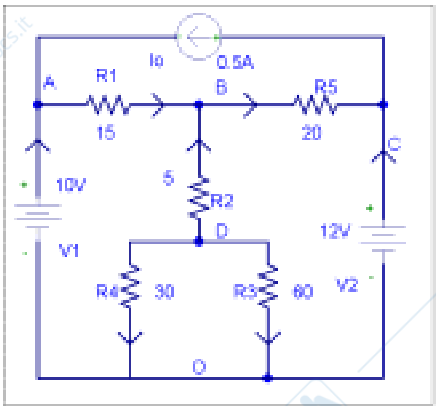


figura 6

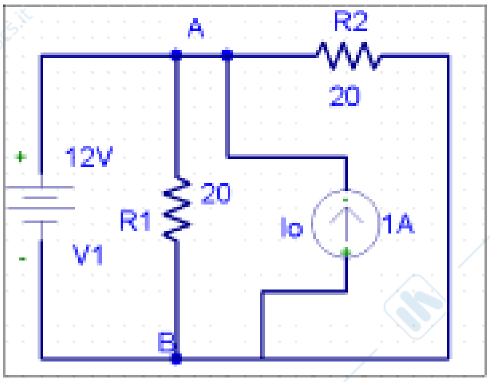


figura 7

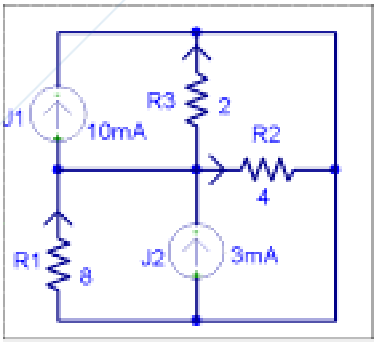


figura 8

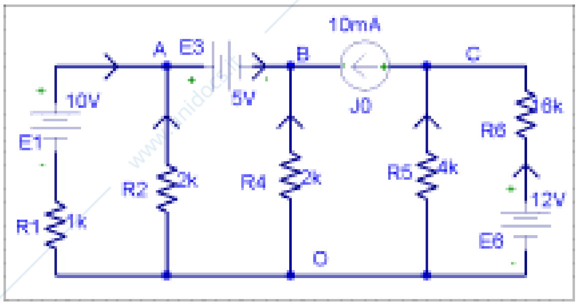


figura 9