V.a. continue

UNIFORME: $X \sim U[a,b]$

$$f_x(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{se } x \in [a,b] \\ 0 & \text{se } x \notin [a,b] \end{cases}$$

$E(x) = \frac{a+b}{2}$ oppure $\int_a^b f_x(x) \cdot x \, dx$ $\qquad I(x) = [a, b]$

$V(x) = \frac{(a-b)^2}{12}$ $\qquad$ PROPRIETÀ: $P(x_1 < X < x_2) = P(x_1 + h < X < x_2 + h)$

oppure: $V(x) = E(x^2) - [E(x)^2]$

$$E(x^2) = \int_a^b f_x(x) \cdot x^2 \, dx$$

NORMALE: $X \sim N(\mu, \sigma^2)$

$$f_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot \sigma^2}} \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2 \cdot \sigma^2}}, \quad x \in \mathbb{R}$$

$E(x) = \mu$

$V(x) = \sigma^2$

$I(x) = \mathbb{R}$

STANDARD: $\boxed{X \sim N(\mu, \sigma^2) \Rightarrow \frac{X-\mu}{\sqrt{\sigma^2}} \sim N(0,1)}$

PROPRIETÀ:

1. Se a e $b \in \mathbb{R}$ e $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ allora $aX + b \sim N(a \cdot \mu + b, \, a^2 \cdot \sigma^2)$

2. se $X \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$ e $Y \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$ e sono INDIPENDENTI, allora $X+Y \sim N(\mu_1 + \mu_2, \, \sigma_1^2 + \sigma_2^2)$

3. se X e Y sono gaussiane con $COV(X,Y) = 0$ allora X e Y sono indipendenti

$$a \cdot X + b \cdot Y + c \sim N(\underbrace{a \cdot E(x) + b \cdot E(Y) + c}_{\mu}, \, \underbrace{a^2 \cdot V(x) + b^2 \cdot V(Y)}_{\sigma^2})$$

costante non conta nulla nella varianza!

ESPONENZIALE

per tempi di attesa

si ottiene quando $X \sim Gamma(a, \lambda)$ e $a = 1$

$X \sim Exp(\lambda)$

$$f_x(x) = \begin{cases} \lambda \cdot e^{-\lambda x} & se \quad x > 0 \\ 0 & se \quad x \leq 0 \end{cases}$$

$E(x) = \frac{1}{\lambda}$

$V(x) = \frac{1}{\lambda^2}$

$I(x) =]0, +\infty[$

$P(X > x) = e^{-\lambda x}, \quad x \geq 0$

PROPRIETÀ ASSENZA DI MEMORIA $\Rightarrow P(X > x + h \mid X > x) = P(X > h)$

CALCOLO F. DENSITÀ ALTRA VARIABILE

$Y := h(x)$

$\Rightarrow$

1) $I(Y) \rightarrow$ sostituisco estremi immagine di X in $Y = h(x)$

2) $h^{-1}(y) \rightarrow$ isolo x : ottengo $X = \ldots$ $\uparrow h^{-1}(y)$

3) $(h^{-1})'(y) \rightarrow$ derivata $h^{-1}(y)$

4) Applica formula: $f_Y(y) = \underbrace{f_x(h^{-1}(y))} \cdot |(h^{-1})'(y)|$

nella f. di densità di X, dove compare la X sostituisco la funzione $h^{-1}(y)$.

! se f_x è una COSTANTE, non sostituisco niente, resta così.

Teo. limite centrale

$P(X_1 + \ldots + X_{100} > k)$

$$P\left(\underbrace{\frac{X_1 + \ldots + X_{100} - (n \cdot E(x_1))}{\sqrt{n \cdot V(x_1)}}}_{z} > \frac{k - (n \cdot E(x_1))}{\sqrt{n \cdot V(x_1)}}\right) =$$

! RICORDA: se $X_1 \ldots X_{100}$ sono diverse da X (es. sono $X_1^2 \ldots X_{100}^2$) anche $E(x)$ e $V(x)$ devono essere calcolati così

$\Rightarrow$ ES. $E(x^2)$ e $V(x^2)$ ...

$E\left(\frac{1}{x}\right) = \int_a^b f_x(x) \cdot \left(\frac{1}{x}\right)$

deve essere uguale!!