

# PAVIMENTAZIONI SU SUOLO

(prima parte)

Progettazione

44

di Sergio Tattoni\*,  
Mauro Madeddu\*\*,  
Mauro Civati\*\*\*

## SOMMARIO

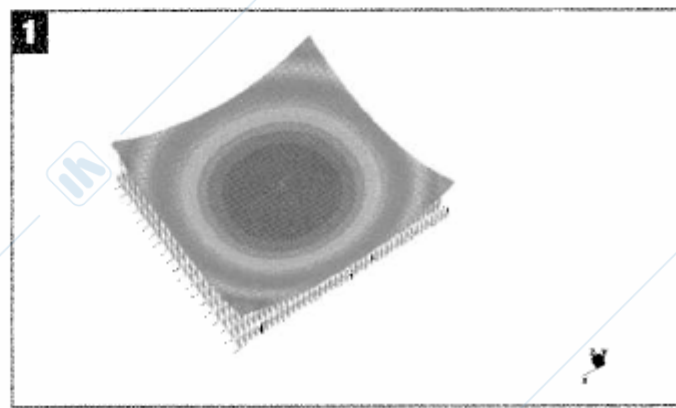
Il presente articolo riguarda un programma di ricerca che si prefigge di indagare sulle più significative problematiche delle pavimentazioni industriali gettate su suolo.

Mentre sono abbastanza ben definite le problematiche connesse ai sovraccarichi di esercizio (veicoli, carichi concentrati) per le quali vengono anche fornite formule chiuse (Westergaard, Lösberg, ecc.) abachi o diagrammi di ausilio alla progettazione, non sempre è correttamente affrontata la problematica delle fessurazioni che si generano nei primi periodi di vita delle pavimentazioni.

Alla base del problema c'è il ritiro differenziale del calcestruzzo, con il conseguente distacco dal supporto (*curling*). La natura delle interazioni lastra-terreno può introdurre una non-linearità nel problema (contatto unilatero, attrito). Questa ricerca mira a chiarire e quantificare i contributi offerti dalle varie grandezze, giungendo infine a fornire un strumento sintetico per la corretta progettazione dei giunti di contrazione.

## 1 INTRODUZIONE

Si definisce *curling* (o imbarcamento) la curvatura delle lastre di pavimentazione indotta da ritiro differenziale o variazioni termiche differenziali (Figura 1); se la lastra è soggetta al solo peso proprio, può verificarsi il sollevamento e distacco parziale della stessa dal sottofondo.



1 - Deformazione dovuta al curling in una lastra. Schema e modello

\* [tattoni@stru.polimi.it](mailto:tattoni@stru.polimi.it)

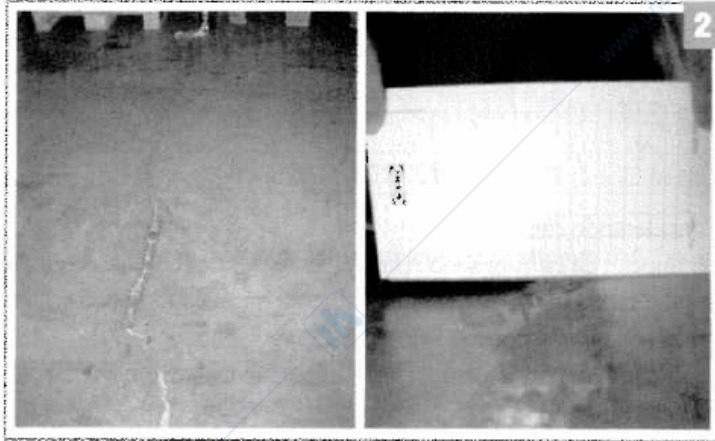
\*\* [madeddu@stru.polimi.it](mailto:madeddu@stru.polimi.it)

\*\*\* [maurocivati@interfree.it](mailto:maurocivati@interfree.it)

Il passaggio dei carrelli e dei mezzi di trasporto su lastre parzialmente appoggiate, induce flessioni nella pavimentazione con effetti dinamici e di fatica. L'abbassamento differenziale ed alternato di due lastre contigue può provocare la rottura dei giunti e delle porzioni di lastra a sbalzo, quando le sollecitazioni superano la soglia di resistenza a trazione per flessione del calcestruzzo, che può ridursi per l'effetto della fatica.

Il fenomeno del *curling* pertanto comporta la necessità di verificare alcuni stati limite che sono caratteristici delle pavimentazioni industriali, dei quali si riferirà nel presente lavoro:

- Stato limite di deformazione (innalzamento dei bordi delle lastre).
- Stato limite di sollecitazione (il cui superamento provoca la formazione di fessure).



2 - Fessura lungo più lastre e innalzamento tra lastre adiacenti

Il superamento di uno di questi stati limite può pregiudicare il corretto utilizzo della pavimentazione o portare ad un incremento dei costi di manutenzione. Questa situazione è purtroppo assai frequente dato che si è sempre sottovalutata l'importanza di questi manufatti, a lungo trascurati anche dalla normativa nazionale. I danni economici possono essere molto ingenti: l'impossibilità del pavimento di raggiungere gli standard richiesti può ridurre l'efficienza dell'azienda e può arrivare a costituire un pericolo sia per i lavoratori che per i mezzi operativi.

Nonostante ciò, è stato stimato che più del 10% delle pavimentazioni in uso nel mondo non raggiunge le prestazioni richieste<sup>1</sup>, ed i danni nelle pavimentazioni industriali costituiscono l'oggetto delle contestazioni nella maggior parte delle controversie che riguardano gli edifici civili e industriali [10].

È quindi opportuno porre la massima attenzione al fenomeno del *curling*, partendo già dalla fase progettuale: purtroppo la complessa modellazione del fenomeno, sostanzialmente non lineare, rende ardua nella pratica corrente la verifica degli stati limite indicati. In questo lavoro pertanto gli Autori si propongono, dopo aver analizzato il fenomeno con l'ausilio di modelli non lineari, di fornire al progettista uno strumento agevole di verifica.

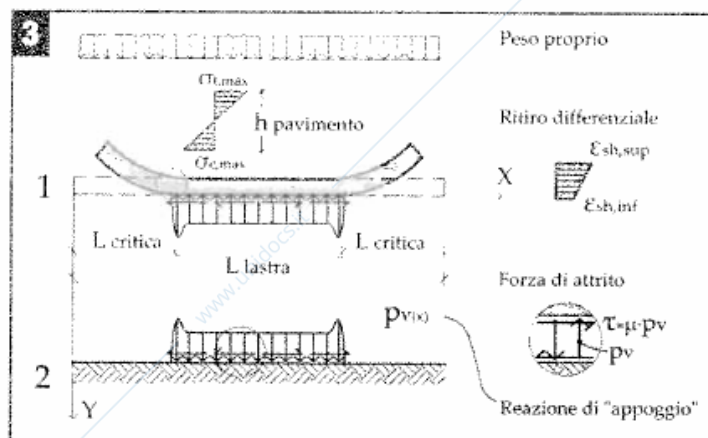
<sup>1</sup> Ricerca di mercato del 1994 citata da R.S. HARBRON [16]

## Articoli

## 3 - Indicazione forze all'interfaccia e andamento tensioni

## 2 MODELLI

I risultati presentati in questo articolo sono ottenuti da modelli tridimensionali agli elementi finiti. Il suolo è stato modellato alla Winkler, tenendo però conto della dissimmetria di comportamento a trazione e a compressione del terreno stesso (problema unilatero e distacco della piastra).



Considerando che:

- i dissesti da *curling* sono relativamente precoci e le sollecitazioni sul terreno sono modeste e consentono di trascurare consolidamenti primari e secondari;
- gli effetti del ritiro assumono un'importanza notevole già nei primi giorni dopo il getto;
- gli effetti dovuti allo scorrimento viscoso assumono importanza significativa a lungo termine e riducono gli effetti del ritiro;
- nella realtà costruttiva, in caso di "errata" progettazione, è possibile osservare il formarsi delle fessure già nei primi giorni dopo il getto [15];

si è deciso di condurre un' **analisi a breve termine**, ossia:

- si è usata una caratteristica elastica di sottofondo costante;
- non si è considerata l'influenza dei carichi accidentali (concentrati e distribuiti): le azioni applicate alle lastre sono state quindi solo peso proprio e ritiro;
- sono state trascurate le caratteristiche reologiche del conglomerato.

In conformità con le osservazioni ed i pareri precedentemente esposti, la modellazione del calcestruzzo è stata fatta pensando a questo materiale come **omogeneo e isotropo** (non fessurato) e non si è considerata l'influenza dell'armatura tradizionale (rete elettrosaldata) o dell'armatura diffusa (fibre). Questa approssimazione è comunemente accettata nella progettazione delle pavimentazioni industriali<sup>2</sup>.

<sup>2</sup> Per una trattazione completa dei diversi tipi di modellazione di pavimentazioni industriali: P.H. BISCHOFF, A. J. VALSANGKAR [17]

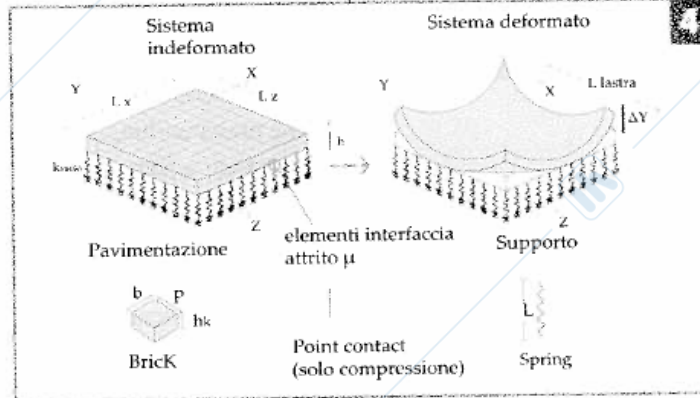
## 3 PARAMETRI CARATTERISTICI

I valori di sforzi e spostamento riportati nei paragrafi seguenti sono

stati ottenuti variando un singolo parametro in un modello di riferimento (**analisi parametrica**), ed in particolare:

- Lunghezza della lastra (L)
- Altezza pavimentazione (h)
- Ritiro differenziale ( $\Delta\epsilon_{sh}$ )
- Modulo elastico pavimentazione (E)
- Rapporto lati lastra ( $L_x/L_y$ )
- Costante di sottofondo (k)

I valori sono riportati nella tabella 1.



Tab. 1 - Risultati ottenuti da modello 3D su suolo

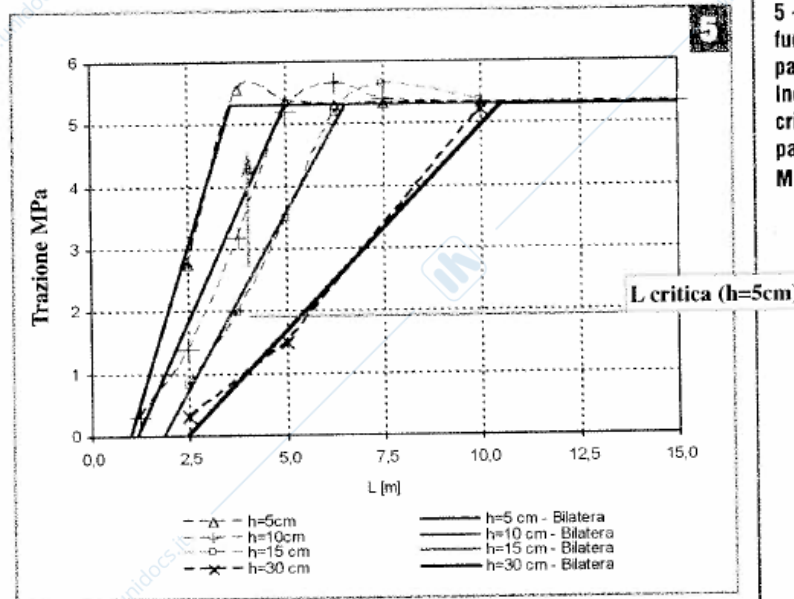
Condizioni	Max	Min
$\Delta\epsilon_{sh}$ [ $\mu\text{m}/\text{m}$ ]	400	100
L [m]	7	3
E[GPa]	30,86 ( $f_c = 32$ MPa)	24,77 ( $f_c = 20$ MPa)

Si riporta ora il dettaglio dei risultati tensionali ottenuti dalla variazione di ogni singolo parametro.

### 3.1 Lunghezza della lastra

Prendendo come riferimento una lastra quadrata di lato L e spessore h, soggetta a ritiro differenziale, è stata calcolata la massima sollecitazione di trazione al variare della dimensione L.

I risultati delle analisi numeriche, effettuate sul modello 3D (in Figura 4) precedentemente descritto, mostrano un andamento non lineare, riportato in Figura 5.



### 4 - Modello 3D su suolo elastico e indicazione delle principali caratteristiche

5 - Andamento tensioni normali in funzione della lunghezza della pavimentazione. Individuazione della lunghezza critica al variare dell'altezza della pavimentazione (a parità di  $f_c=25$  MPa e  $\Delta\epsilon=300$   $\mu\text{m}/\text{m}$ )

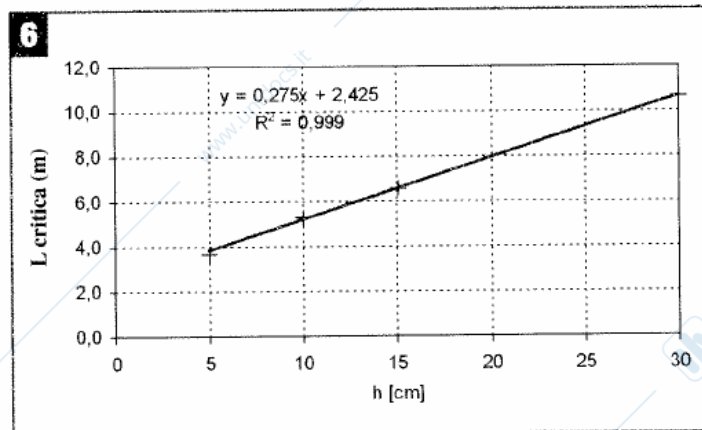
## Articoli

### 6 - Andamento lunghezza critica al variare dell'altezza della pavimentazione (a parità di $f_c=25$ MPa e $\Delta\varepsilon=300$ $\mu\text{m/m}$ )

Si osserva che dopo un accrescimento progressivo della massima sollecitazione con la lunghezza  $L$ , segue una stabilizzazione della sollecitazione stessa; pertanto è possibile schematizzare la relazione trazione massima-lunghezza  $L$  con una bilatera. Nella Figura 5 sono riportati tali schematizzazioni per diversi spessori della lastra.

È possibile quindi individuare una lunghezza critica, funzione dei parametri caratteristici della pavimentazione, tale per cui:

- Per  $L > L$  critica, gli sforzi e le deformazioni rimangono costanti (indipendentemente dalla lunghezza  $L$  della lastra).
- Per  $L < L$  critica, gli sforzi e le deformazioni variano linearmente con la lunghezza della lastra  $L$ .



È possibile osservare dal grafico di Figura 6 come la  $L$  critica sia funzione lineare dell'altezza della pavimentazione.

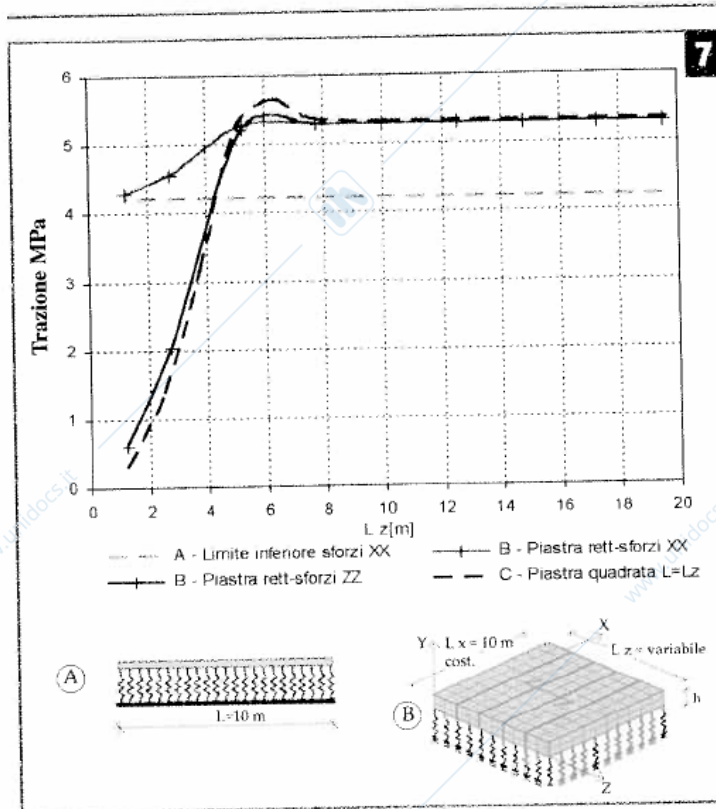
### 3.2 Rapporto lati lastra

Nel caso di lastra a lati diseguali ovviamente lo stato tensionale dipende dal rapporto fra i lati. Per valutare tale dipendenza sono state calcolate le massime trazioni secondo l'asse  $X$  o l'asse  $Y$  in modelli di lastre rettangolari nelle quali si è mantenuto fisso un lato (nel caso di Figura 7  $L_x=10$  m) ed è stato fatto variare l'altro.

Dalla Figura 7 si può notare che non vi è grande differenza tra le trazioni massime sia in direzione  $X$  che in direzione  $Y$  fintanto che le dimensioni  $L_x$  e  $L_y$  sono maggiori di  $L$  critica. Al ridursi della dimensione variabile  $L_z$ , al di sotto di quella critica, si osserva una rapida diminuzione delle sollecitazioni  $ZZ$ , mentre le tensioni  $XX$  tendono ad un valore diverso da zero, pari a quello che avrebbe una trave di lunghezza  $L_x$  su suolo elastico soggetta a ritiro differenziale (Figura 7 A).

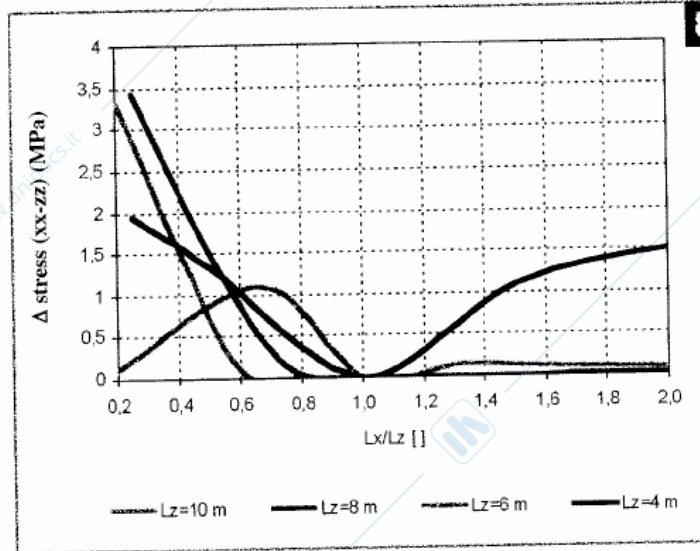
Ripetendo sistematicamente tali analisi per lastre con vari rapporti fra i lati e con varie lunghezze  $L_z$ , si perviene al grafico di Figura 8 ove sono riportate, in funzione del rapporto tra i lati  $L_x/L_z$  e per vari valori di  $L_z$ , la massima differenza tra le trazioni massime secondo gli assi  $X$  e  $Z$  ( $\Delta = \sigma_x - \sigma_z$ ).

Ovviamente la differenza tra sforzi  $XX$  e  $ZZ$  presenta un minimo



7 - Confronto tra sforzi piastra (rettangolare e quadrata) e trave (da modello 3D e 2D)

in corrispondenza del valore  $Lx/Lz=1$ , ossia nel caso di elementi quadrati, mentre spostandosi dal valore unitario del rapporto la differenza di tensioni aumenta fino a valori di 3,3 MPa (caso di pavimentazione con  $Lz=10$  m e  $Lz=8$  m).

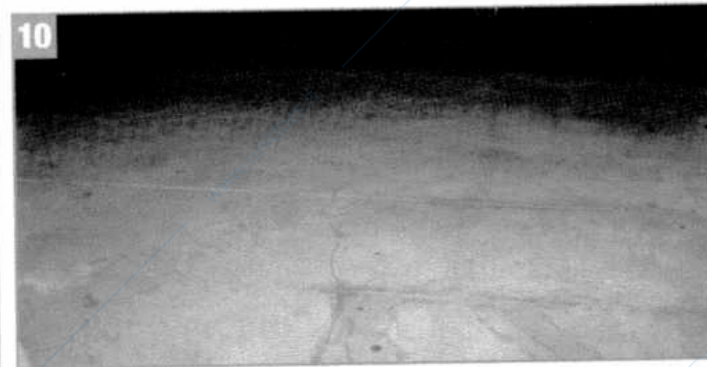
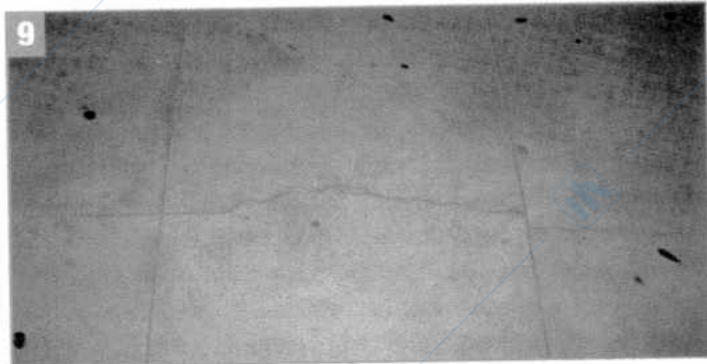


8 - Differenza in valore assoluto degli sforzi normali in funzione  $Lx/Lz$

Nel grafico di Figura 8 è stata riportata il rapporto tra le tensioni tra XX e ZZ in funzione del rapporto tra le dimensioni dei lati di una piastra. Si comprende quindi il motivo per cui lastre rettangolari con rapporto fra i lati molto diverso da 1:1, tendono a fessurarsi al centro del lato più lungo (vedi Figure 9 e 10).

## Articoli

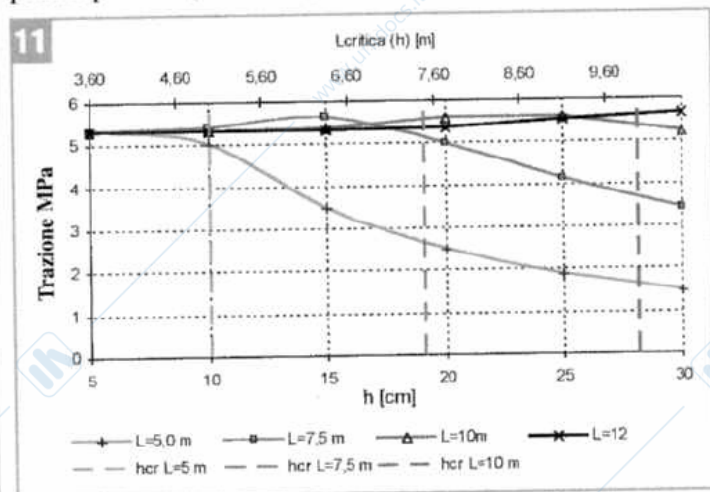
9 e 10 - Fessurazione al centro di lastre rettangolari con rapporto tra i lati di 1 a 6 (foto degli Autori)



## 3.3 Altezza della pavimentazione

L'altezza della pavimentazione è un parametro significativo nella determinazione dello stato tensionale e deformativo. Sono state effettuate prove variando l'altezza da 5 a 30 cm, per luci tra 5 e 12 m. Come si può vedere dai grafici all'aumentare dell'altezza per luci di 5 m le tensioni diminuiscono in modo monotono di circa 4 volte, mentre per luci di 10 m (o maggiori) le tensioni hanno una variazione di poca importanza (circa il 2%).

11 - Variazione tensione normale di trazione per luci di 5, 7.5, 10 e 12 m. Sull'asse delle ascisse secondario  $L$  critica corrispondente alle altezze (vedi anche grafico 2). Con linea tratteggiata indicata altezza critica



Questa osservazione può essere messa in correlazione con la lunghezza critica (vedi punto successivo 3.4), individuando due comportamenti tipici:

a) Per  $L > L$  critica (nel grafico  $L=10$  m,  $L=12$  m): gli sforzi restano

quasi costanti con l'altezza  $h$  (variazione solo del 2%).

b) Per  $L < L_{critica}$  (nel grafico  $L=5\text{ m}$ ,  $L=7,5$ ): gli sforzi diminuiscono con l'altezza  $h$  (fino a circa 4 volte).

Si può quindi individuare un'altezza critica associata alla lunghezza critica (da Figura 6); dal grafico (Figura 1) si può notare che, per qualsiasi lunghezza della lastra:

a) Per  $h < h_{critica}$  (nel grafico, zona prima della linea tratteggiata) gli sforzi sono pressoché costanti.

b) Per  $h > h_{critica}$  (nel grafico, zona dopo della linea tratteggiata) gli sforzi diminuiscono all'aumentare di  $h$ .

Vi è da notare che per piastre con altezza superiore ai 30 cm il ritiro differenziale può avvenire in tempi anche molto lunghi [20], mentre per lastre con spessori comunemente utilizzati questo avviene in tempi brevi.

### 3.4 Lunghezza critica

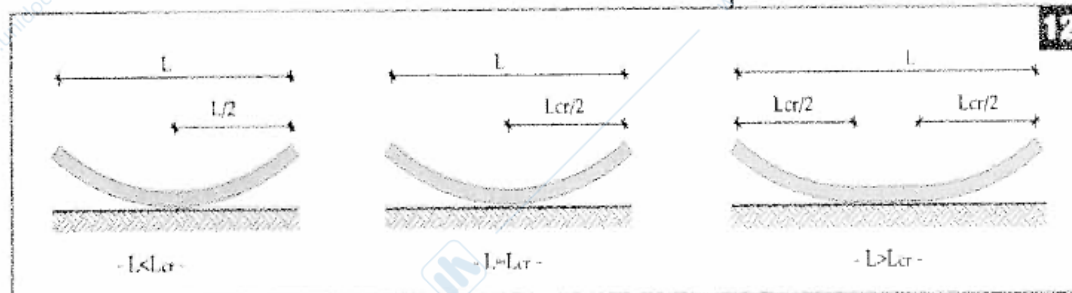
In molte delle analisi numeriche effettuate si è trovato che il comportamento delle lastre aveva una discontinuità in corrispondenza di una lunghezza denominata critica; si è notato che i parametri che la definiscono sono gli stessi che influenzano la variazione degli sforzi, e che fra sforzi e lunghezza critica vi è una proporzionalità diretta.

Anche nelle norme ACI [6] si trova il concetto di lunghezza critica e questa viene descritta nel modo seguente:

*"Several sources have shown that the warping stress increases as the slab length increases only up to a certain slab length. The slab lengths at which these warping stresses reach a maximum are referred to as critical slab lengths..."*

Si può quindi dare la seguente definizione di lunghezza critica: la lunghezza sopra la quale non aumentano gli sforzi di trazione per effetto del *curling*.

12 - Deformazione di piastra su suolo elastico e indicazione della lunghezza critica e della lunghezza parte a sbalzo



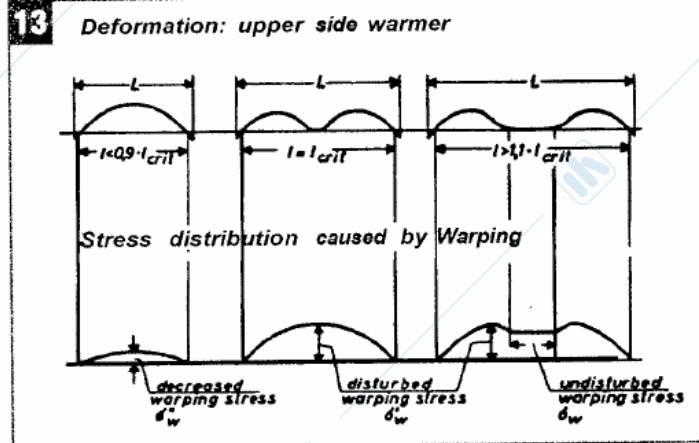
Si è effettuato un paragone tra i valori di lunghezza critica ottenuti dal nostro modello con quelli proposti dalla normativa ACI 360R.

Bisogna notare che queste norme fanno riferimento esclusivamente alle tensioni prodotte da *warping*.

Questo fenomeno è simile negli effetti al *curling* non è però prodotto dal ritiro differenziale ma dalla differenza di temperatura tra le due facce della piastra.

## Articoli

13 - Effetto della lunghezza del pavimento in funzione delle deformazioni e delle tensioni prodotte da warping in pavimentazioni stradali [6]



La norma riporta delle lunghezze critiche per pavimentazioni ottenute attraverso un modello numerico che presenta le seguenti caratteristiche:

$l_{cr}$  - lunghezza critica sulla diagonale [m] secondo ACI 360R

spessore solaio [cm]	$\Delta T$ [°C]		
	-6,66	-1,10	4,45
10,16	6,48	-	-
15,24	8,02	8,33	-
20,32	-	10,49	10,79
25,4	-	11,72	12,34

$K = 100 \text{ pci} = 0,03 \text{ N/mm}^3$

$E_c = 3 \times 10^6 \text{ psi} = 20,69 \text{ GPa}$

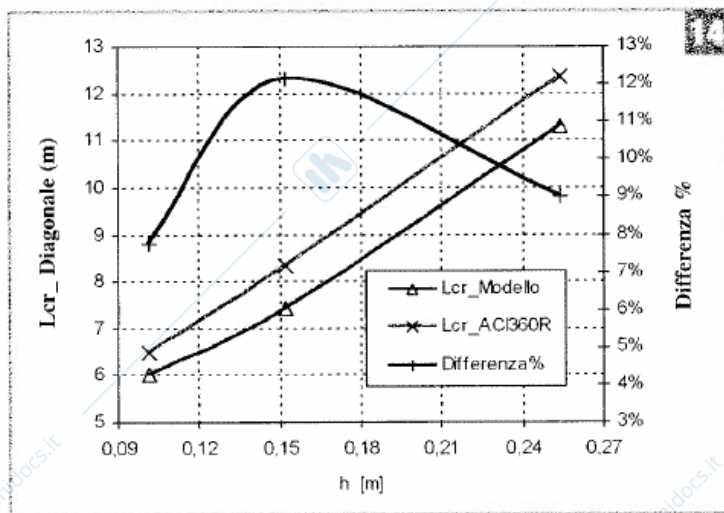
Appare interessante confrontare questi dati con il modello numerico utilizzato nel nostro lavoro.

Si può osservare come la differenza dei risultati ottenuti si mantenga minima con una differenza inferiore al 13%.

La norma ACI sottolinea come le lunghezze critiche individuate sono principalmente funzione dello spessore della pavimentazione e del gradiente di umidità e in modo minore risentono del modulo elastico del calcestruzzo e della rigidità del sottofondo del terreno. Inoltre secondo la norma ACI è possibile individuare tre intervalli di lunghezza associati allo stato della pavimentazione (Figura 13).

### 3.5 Parametro L/h

Molte raccomandazioni tecniche, nazionali (UNI, CONPAVIPER) e internazionali (PCA [4], ACI [5],[6]) indicano il valore massimo che può assumere il parametro L/h senza che nella pavimentazione insorgano problemi funzionali o estetici. Questo presuppone che vi sia un legame biunivoco tra le tensioni (o le deformazioni) e il rapporto L/h.



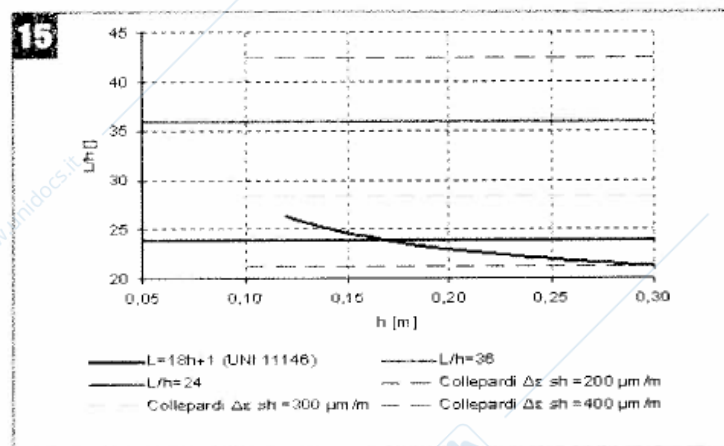
14 - Lunghezza critica (misurata sulla diagonale) in funzione dell'altezza della pavimentazione

La proposta delle PCA [4], condivisa anche dalle ACI [6], è quella di limitare la lunghezza della lastra a 24 o 36 volte l'altezza, in funzione del tipo di aggregati utilizzati nel conglomerato.

La normativa UNI 11146 [2] e altre raccomandazioni tecniche [13] suggeriscono i seguenti limiti dimensionali:

$$\begin{cases} L < 18 \cdot h + 1 \text{ [m]} \\ h > 12 \text{ cm} \end{cases}$$

Riduzione del 20% della distanza tra giunti nel caso di barriera vapore. Infine la proposta di Collepari, Coppola, Troli [10], è quella di limitare la lunghezza della lastra in funzione del massimo innalzamento dello spigolo ammissibile ( $\Delta y/L < 1.5 \text{ mm/m}$ ).



15 - Rapporto L/h in funzione di h da diverse fonti

Come mostreremo nel seguito<sup>3</sup>, il rapporto L/h è significativo, ma non può costituire l'unico elemento caratterizzante, dato che non sussiste biunivocità fra tale parametro e lo stato tensionale.

*L'articolo prosegue sul numero 16 della rivista trattando altri aspetti progettuali, per esempio il ritiro, il modulo elastico, e la gestione della combinazione dei diversi paragrafi. Inoltre viene trattato anche l'argomento rottura e fornito un utile abaco per le pavimentazioni su suolo elastico*

<sup>3</sup> Vedi fig. 21: a parità di L/h gli sforzi di trazione possono essere molto diversi

# PAVIMENTAZIONI SU SUOLO

(seconda parte)

di Sergio Tattoni\*,  
Mauro Madeddu\*\*,  
Mauro Civati\*\*\*

16 - Deformazioni da ritiro differenziale

\* [tattoni@stru.polimi.it](mailto:tattoni@stru.polimi.it)  
\*\* [madeddu@stru.polimi.it](mailto:madeddu@stru.polimi.it)  
\*\*\* [maurocivati@interfree.it](mailto:maurocivati@interfree.it)

Continua dalla rivista numero 15

### 3.6 Ritiro igrometrico

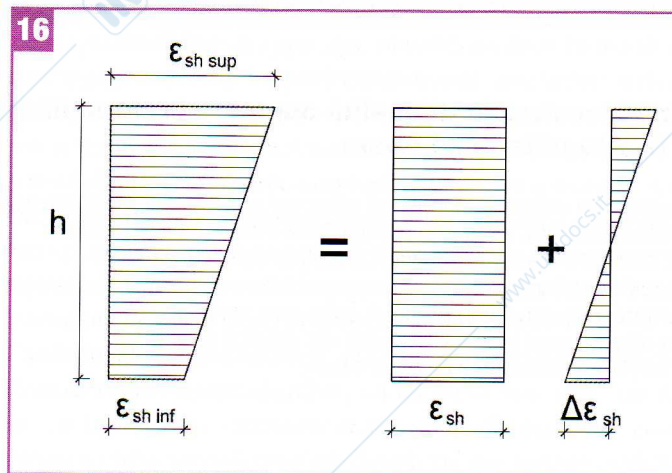
La contrazione di volume nel calcestruzzo è influenzata dal ritiro autogeno e dal ritiro igrometrico. Il primo si manifesta per lo più tra inizio e fine presa senza che vi sia alcuna perdita di acqua verso l'esterno, mentre il secondo avviene per evaporazione dell'acqua del calcestruzzo verso l'ambiente insaturo di vapore.

Le deformazioni da ritiro autogeno ad un mese sono nell'ordine di 40  $\mu\text{m}/\text{m}$  e di 100  $\mu\text{m}/\text{m}$  a 5 anni, decisamente meno di quello provocato dall'essiccamento che può arrivare anche a 4000  $\mu\text{m}/\text{m}$  [20]. Per queste ragioni nel nostro lavoro si considererà solo il ritiro igrometrico.

Si suppone inoltre che la deformazione dovuta al ritiro igrometrico sia non uniforme e vari linearmente nello spessore della lastra; questa si può scomporre in due componenti (vedi Figura 16), dovute a:

a) ritiro uniforme:  $\epsilon_{sh} = (\epsilon_{sh\ sup} + \epsilon_{sh\ inf})/2$

b) ritiro differenziale:  $\Delta\epsilon_{sh} = (\epsilon_{sh\ sup} - \epsilon_{sh\ inf})/2$ .

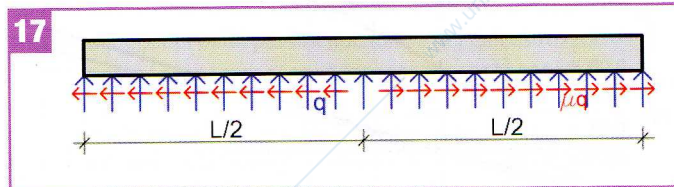


In generale gli effetti di queste due componenti non si possono sovrapporre in quanto il ritiro differenziale origina un distacco della piastra, con il conseguente comportamento non lineare.

### 3.6.1 Ritiro uniforme

Diversi Autori<sup>4</sup>, sono concordi nella valutazione degli sforzi normali causati dal ritiro uniforme:

$$\sigma = \frac{T}{A} = \frac{q \cdot \mu \cdot \frac{L}{2}}{A} = \frac{\gamma \cdot A \cdot g \cdot \mu \cdot \frac{L}{2}}{A} = \gamma \cdot g \cdot \mu \cdot \frac{L}{2} \quad (3.1)$$



17 - Schema forze interfaccia piastra-suolo

dove:

$\mu$ : attrito tra pavimentazione e suolo, generalmente si ritiene che questo vari tra 0,8 e 2,0<sup>5</sup>. In generale è funzione del tipo di strato di separazione, del tipo di suolo e dalla finitura del calcestruzzo;

$\gamma$ : peso specifico calcestruzzo;

$L$ : lunghezza lastra.

Lo sforzo calcolato secondo la (3.1) è indipendente dal valore del ritiro, infatti è sufficiente che la lastra si muova per generare gli sforzi tangenziali di attrito costanti all'interfaccia.

Inserendo valori tipici:

$\mu=2$ ,  $L=4,6$  m,  $\gamma=2400$  Kg/m<sup>3</sup>, si ottiene una tensione di 0,094 MPa.

Anche aumentando la lunghezza della lastra è agevole verificare che le tensioni normali di trazione sono trascurabili se paragonate a quelle di rottura per trazione del calcestruzzo. Per avere valori di trazione pari alla resistenza a trazione di un calcestruzzo di media qualità (C25/30) si dovrebbero avere pavimentazioni di dimensioni 20x20 m e oltre, tipiche delle pavimentazioni senza giunti. A ulteriore sostegno della scarsa significatività del ritiro uniforme nello stato tensionale di una pavimentazione si riporta l'affermazione di due noti autori<sup>6</sup>:

*"The great majority of the floor cracks that people attribute to shrinkage are actually due to a combination of curling and linear shrinkage stresses, with the curling stresses far greater than the linear shrinkage stresses typically. ... the linear shrinkage stresses usually are no more than 0,1 MPa to 0,4 MPa whereas the curling stresses can be 1,4 to 2,8 MPa or more."*

Nel grafico in Fig. 18 si sono paragonati i risultati ottenuti con la formula proposta da Lösberg, con i risultati ottenuti dal modello bidimensionale agli elementi finiti, nel caso di rigidità del suolo finita e rigidità infinita. È evidente l'inadeguatezza del modello di Lösberg, che trascura il contributo della flessione data dalle eccentricità delle forze di attrito e dalla cedevolezza del sottofondo.

I risultati proposti da Lösberg coincidono con quelli del modello solo nel caso di suolo infinitamente rigido. Nel caso di terreno con rigidità finita invece, la cedevolezza del sottofondo modifica l'andamento

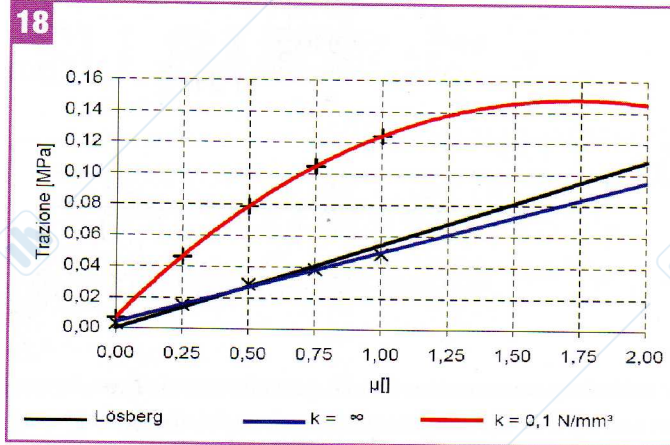
<sup>4</sup> Lösberg pag 94/95 [3]; PCA pag. 18 [4]; ACI 360 6.3 pag 20 [5]

<sup>5</sup> PCA pag 18 [4]; UNI 8.4.3 pag 16 [2]; ENCO pag 61 [10]

<sup>6</sup> Articolo Holland e Walker [7]

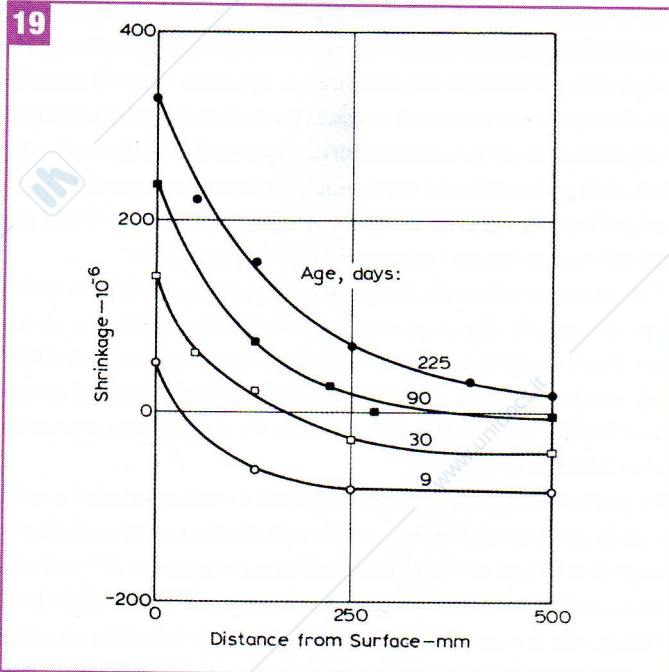
**18 - Paragone nel caso di ritiro uniforme tra risultati ottenuti da Lösberg e dal modello bidimensionale agli elementi finiti con diverse rigidzze delle molle di sottofondo**

delle sollecitazioni anche per il ritiro lineare; infatti le forze tangenziali all'interfaccia terreno-pavimentazione sono eccentriche rispetto al piano medio della lastra e ne provocano la flessione.



**3.6.2 Ritiro differenziale**

L'entità del ritiro differenziale condiziona notevolmente il comportamento della pavimentazione. Questo è fortemente influenzato da numerosi parametri: dalle cure post-getto, dalla presenza della barriera a vapore, dal tipo e dalla quantità di cemento e di aggregati utilizzati nel mix-design. Si riporta un grafico in Fig. 19 indicante valore di ritiro igrometrico, in funzione della distanza dalla superficie e dell'età del calcestruzzo.



Nonostante la sua grande variabilità, nel caso di pavimentazioni industriali con spessori tra 50 mm e 250 mm si può ipotizzare<sup>7</sup> che il ritiro differenziale abbia variazione lineare nello spessore e valori che

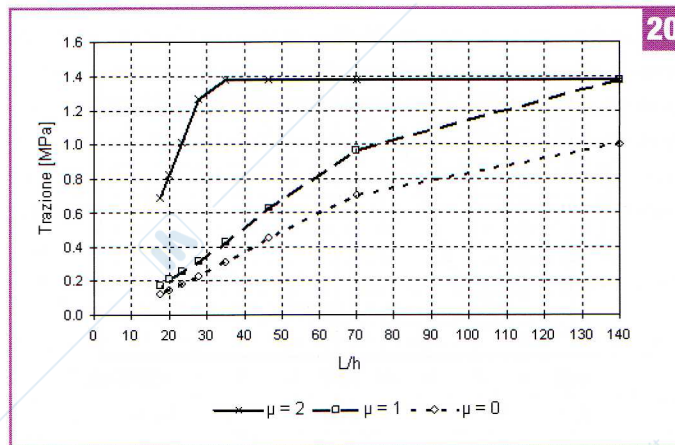
**19 - Variazione del ritiro igrometrico con il tempo, in funzione della distanza dalla superficie di essiccazione (asciugamento non possibile in altre direzioni)**

<sup>7</sup> ACI 324, ACI 302 [5], ACI 360 pag 26 [6], Collepari, Coppola, Troli pag 63,69 [10], Integrated design and construction [11], Differential shrinkage of concrete [12]

possono anche raggiungere  $\Delta\epsilon_{sh} = 600 \mu\text{m/m}$ . La barriera fa sì che l'evaporazione nella parte inferiore della pavimentazione sia praticamente nulla, e quindi il ritiro differenziale è molto superiore al caso senza barriera a vapore.

### 3.6.3 Tensioni da ritiro secondo la norma UNI 11146

Secondo la norma UNI [2], di recente emanazione, il valore dello sforzo massimo di trazione al centro della piastra è in funzione dei parametri caratteristici della pavimentazione e del calcestruzzo.



20 - Sforzo massimo di trazione secondo la norma UNI 11146 per diversi coefficienti di attrito pavimento-suolo

Nel grafico di Figura 20 sono stati inseriti i seguenti parametri col significato e con i valori indicati:

$\Psi$  : fattore di vincolo, funzione del rapporto  $L/h$  e del coefficiente  $\mu$ , varia tra meno di 0,5 e 2.

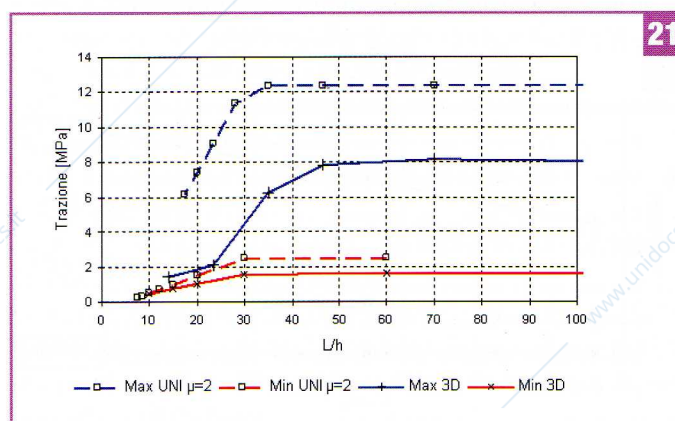
L'attrito assume tre valori rappresentati con un diverso tratto  $\mu=0$  (linea punteggiata),  $\mu=1$  (linea tratteggiata),  $\mu=2$  (linea continua).

$\phi$  : fattore di rilassamento.

$E_c$  : modulo elastico del calcestruzzo di pavimentazione.

$\Delta\epsilon_{sh}$ : ritiro differenziale (*shrinkage*)<sup>8</sup>.

Dalla formula (3.1) si ottiene il seguente grafico in Fig. 21, posti  $\phi = 5$  (calcestruzzi giovani),  $E_c = 24,76 \text{ GPa}$  (Rck 35) e  $\Delta\epsilon_{sh} = 300 \mu\text{m/m}$ .



21 - Sforzo massimo di trazione in piastra calcolato secondo la norma UNI 11146 per diversi coefficiente di attrito pavimento-suolo

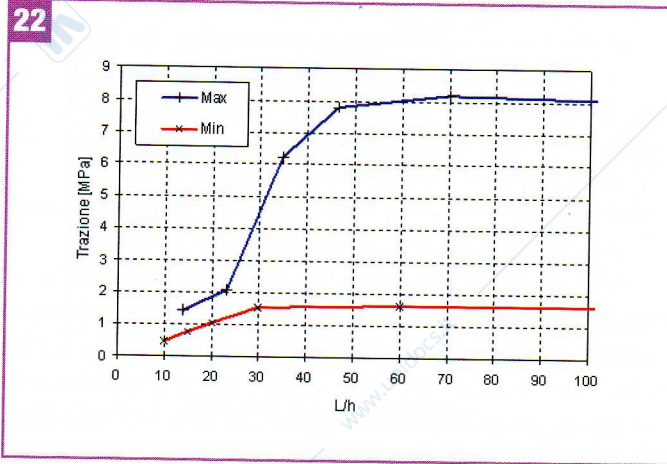
<sup>8</sup> Nella norma UNI 11146 il ritiro differenziale è chiamato  $\Delta\epsilon_{sh}$ . [Per chiarezza si è mantenuta la simbologia fin ora utilizzata ossia si è indicato il ritiro differenziale con  $\Delta\epsilon_{sh}$ ]

**22 -** Paragone fra norma UNI (linea tratteggiata) e risultati modello ad elementi finiti (linea continua). Questi ultimi sono indipendenti dal valore di attrito  $\mu$ .

Si può notare come in questa formulazione abbia notevole importanza l'attrito e che in pratica viene considerato un legame biunivoco tra gli sforzi e il rapporto  $L/h$ .

Per poter paragonare i risultati ottenuti nella nostra ricerca con quelli proposti dalla norma UNI, si è considerato il fattore di rilassamento pari a 0 e un coefficiente di attrito pari a 2.

Sovrapponendo i risultati ottenuti dal modello 3-D e dalle formule proposte dalla norma UNI si ottiene il grafico della Figura 22 dove sono riportati i valori estremi<sup>9</sup>.



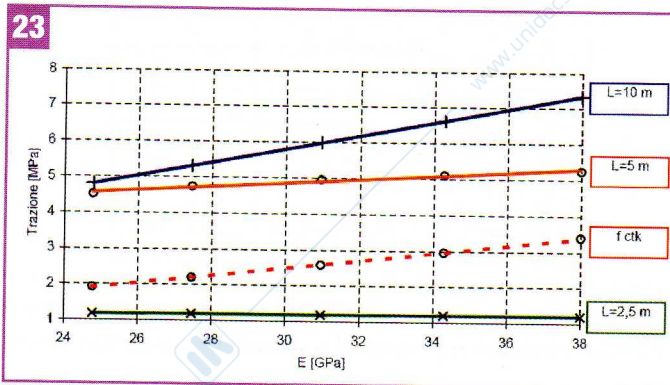
Dall'analisi del grafico e in base a quanto detto sopra si può osservare che la norma UNI sovrastima anche in modo consistente le tensioni. Per la norma per valori di  $L/h$  bassi, l'attrito ha molta importanza.

### 3.7 Modulo elastico

La variazione della resistenza cilindrica a compressione ( $f_c$ ) tra 20 e 50 MPa, porta ad una variazione del modulo elastico del calcestruzzo della pavimentazione.

Come è possibile vedere dal grafico di Figura 23 l'aumento del modulo elastico del calcestruzzo da 24 GPa a 38 GPa porta generalmente ad un incremento delle tensioni normali nel calcestruzzo.

**23 -** Sforzi normali ( $f_{max}$ ) e resistenza caratteristica ( $f_{ctk}$ ) a trazione in funzione del modulo elastico per lastre con  $L=2,5; 5; 10$  m.  $\Delta\epsilon_{sh}=300 \mu\text{m/m}$ ,  $h=10$  cm



<sup>9</sup> L'esempio è ripreso nel paragrafo 3.8, dove sono riportati i valori utilizzati nel modello

Bisogna notare che nel caso si utilizzino lastre con  $L < L_{critica}$  si ha un vantaggio ad aumentare il modulo elastico del calcestruzzo in quanto questo è accompagnato da un incremento di resistenza a trazione ( $f_{ctk}$ )<sup>10</sup>.

### 3.8 Combinazione di diversi parametri

Dall'analisi dei dati raccolti nei nostri modelli si è notato come a parità di  $L/h$  gli sforzi aumentano con:

- il modulo elastico;
- il ritiro differenziale;
- la lunghezza della lastra.

Vogliamo ora analizzare due modelli 3D: uno in cui vi siano tutte le condizioni più sfavorevoli (ossia quelli che inducono maggior stato tensionale) e uno in cui vi siano tutte quelle più favorevoli. Si riportano qui di seguito le condizioni da noi utilizzate per ottenere i valori estremi di sforzi. Tra i valori comunemente usati nella progettazione è possibile individuare due condizioni estreme, che originano stati tensionali di massimo e minimo.

Tab. 1 - Risultati ottenuti da modello 3D su suolo

Condizioni	Max	Min
$\Delta\epsilon_{sh}$ [ $\mu\text{m}/\text{m}$ ]	400	100
L [m]	7	3
E[GPa]	30,86 ( $f_c = 32$ MPa)	24,77 ( $f_c = 20$ MPa)

Si può notare come all'aumentare del rapporto  $L/h$  aumenti lo stato tensionale e contemporaneamente la differenza tra massimo e minimo<sup>11</sup>. Il nostro lavoro ha mostrato che non vi è un legame biunivoco tra tensione massima e rapporto  $L/h$ ; pertanto nella progettazione sarà opportuno considerare anche tutti gli altri **parametri caratteristici**.

### 3.9 Sintesi dei risultati

Si riporta qui di seguito un quadro di sintesi in cui compare per ogni parametro una breve descrizione e la sua influenza sullo stato tensionale e deformativo della pavimentazione. Caratterizzanti sono sforzi normali e l'innalzamento dello spigolo, di cui si riporta la variazione (positiva se aumenta al crescere del parametro).

Dalla tabella successiva si può notare come, in lastre soggette solo a peso proprio e ritiro differenziale:

- abbia modesta importanza la rigidità del sottofondo e l'attrito tra pavimentazione e suolo;
- gli sforzi aumentino linearmente con il modulo elastico della pavimentazione e il ritiro differenziale;
- solo per lastre di luce inferiore a quella critica sono significativi lo spessore e la lunghezza  $L$  della lastra. In questo caso infatti gli sforzi diminuiscono all'aumentare dell'altezza e al diminuire della lunghezza della lastra.

<sup>10</sup> Vedi anche paragrafo 5. A parità di altezza  $h$  e di  $\Delta\epsilon_{sh}$ , aumentando  $f_c$  (e quindi  $E$  e  $f_{ctk}$ ) aumenta la lunghezza  $L$  utilizzabile, in quanto nei casi presi in considerazione  $L < L_{critica}$ . Ad esempio per  $f_c = 20$  MPa,  $h = 10$  cm, la lunghezza critica (da Figg. 5 e 6) è 5 m, mentre la lunghezza consigliata in Fig. 28 è inferiore a 3 m.

<sup>11</sup> I valori massimo e minimo non dipendono dal coefficiente di attrito  $\mu$

Tab. 2 - Sintesi dei risultati

Parametro	Variazione	Descrizione	Innalzamento spigolo ( $\Delta Y$ )	Sforzo normale
Lunghezza lastra (l)	1,25 ÷ 20 m	Distanza tra due giunti consecutivi	+ 14 (V) $L_{\text{LASTRA}} < L_{\text{CRITICA}}$	+ 20 (V) $L_{\text{LASTRA}} < L_{\text{CRITICA}}$
Altezza pavimentazione (h)	5 ÷ 30 cm	a) L=10 m b) L=5 m	- 0,16 - 2,8	- 0,02 - 4
Ritiro differenziale ( $\Delta \epsilon_{st}$ )	0 ÷ 500 $\mu\text{m/m}$	Variazione del ritiro igrometrico lungo l'altezza della pavimentazione	+ 25 (Q a)	+ 5 (L)
Modulo elastico pavimentazione ( $E_c$ )	25÷38 GPa	Modulo elastico del calcestruzzo	+ 0,51 (L)	+ 0,53 (L)
Rapporto tra i lati ( $L_x/L_y$ )	1 ÷ 2	Per lastre quadrate è pari a 1. $\gamma = L_x/L_y$	-	+ 9 $\gamma < 2$ (L)
Costante di sottofondo (k)	0,03 ÷ 0,3 N/mm <sup>3</sup>	Rigidezza attribuita al terreno nel modello alla Winkler, nel breve termine	-	- 0,01
Attrito ( $\mu$ )	0,5 ÷ 2,0	Interazione all'interfaccia suolo – pavimentazione	0,02 (L)	+ 0,02 (L)
Carico concentrato al centro	0 ÷ 100 kN	Carichi statici: gambe scaffalature Carichi dinamici: ruote carrelli elevatori	-	+ 6 (Q a)
Carico distribuito	0 ÷ 60 kN/m <sup>2</sup>		- 34 (l)	+0,02 $q < 10 \text{ kN/m}^2$ (l)

Variazione: relativa [(max-min)/min], positiva (+) se crescente.

Andamento: (L) Lineare; (Q a) quadratico, concavità verso l'alto; (Q b) quadratico, concavità verso il basso; (I) iperbolico; (V) vario

Modello di riferimento: L = 10 m, h = 10 cm,  $\Delta \epsilon_{st} = 300 \mu\text{m/m}$ ,  $E_c = 27,46 \text{ GPa}$ ,  $L_x/L_y = 1$ ,

se  $K = 0,1 \text{ N/mm}^3$ ,  $\mu = 0$ , peso proprio pavimentazione in calcestruzzo.

La combinazione della variazione di più parametri ha un effetto cumulativo non lineare.

#### 4 MODALITÀ DI ROTTURA

Per lastre soggette solo a peso proprio e a ritiro, quando lo sforzo massimo di trazione raggiunge il valore di rottura, le modalità tipiche di fessurazione delle lastre<sup>12</sup> sono due:

- a) rottura degli spigoli;
- b) rottura a croce.

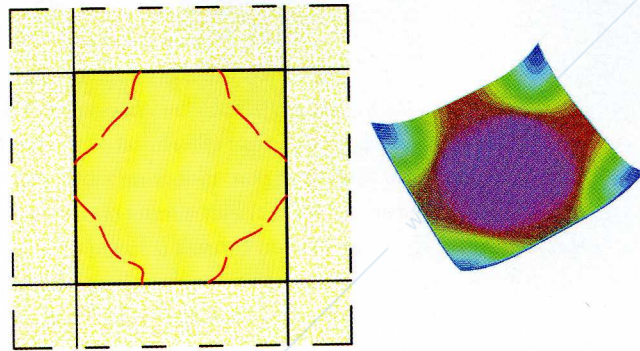
La discriminante tra queste modalità di rottura è la lunghezza della lastra.

Nel caso (a) la lunghezza della lastra è superiore a quella critica; gli sforzi crescono nella parte a sbalzo, ma restano costanti nella parte a contatto con il suolo.

Nel caso (b) la lunghezza della lastra è inferiore a quella critica, la fessurazione si innesca dove lo sforzo è massimo, quindi al centro della lastra.

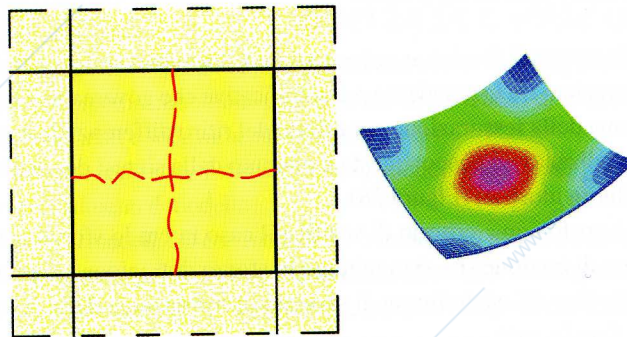
<sup>12</sup> ENCO pag 74 [10]

24



24 - Fessurazione da ritiro differenziale: modalità (a). A sinistra schema posizione fessure, a destra modello da cui si può vedere la localizzazione delle tensioni principali massime

25



25 - Fessurazione da ritiro differenziale: modalità (b). A sinistra schema posizione fessure, a destra modello da cui si può vedere la localizzazione delle tensioni principali massime

26



26 e 27 - Fessurazione in corrispondenza dell'angolo delle lastre per effetto *curling*

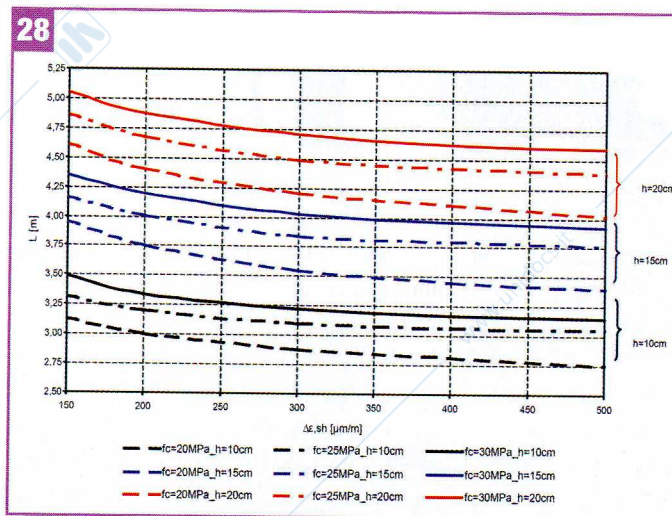
**28 - Dominio rottura per ritiro differenziale di pavimentazioni su suolo elastico in funzione di  $\Delta\epsilon_{sh}$  (ascisse), L (ordinate),  $f_c$  (differenziati per tratto), h (differenziati per colore)**



### 5 ABACO PAVIMENTAZIONI SU SUOLO ELASTICO

Allo scopo di fornire ai progettisti uno strumento sintetico delle interazioni fra le grandezze più significative che governano il problema della fessurazione per effetto del ritiro differenziale è stato realizzato un abaco; questo è ottenuto dalla sintesi dei risultati finora mostrati (Figura 28).

Si è posto come criterio di verifica il caso in cui lo sforzo massimo di trazione ( $f_{tmax}$ ) raggiunge lo sforzo di trazione caratteristico ( $f_{ctk,0.5}$ )<sup>13</sup> (stato limite di servizio di formazione delle fessure:  $f_{ctd} = f_{ctk,0.5/1}$ ).



Nel grafico di Figura 28 sono presenti tutte le principali grandezze che determinano il formarsi di fessure a ritiro in una pavimentazione in calcestruzzo:

<sup>13</sup>  $f_{ctk,0.5} = 0,7 \cdot 0,48 \cdot \sqrt{R_{ck}}$  [fonte: DM 14/09/2005]

- a) modulo elastico (E), correlato biunivocamente a  $f_c$  e alla tensione massima di progetto;
- b) ritiro differenziale ( $\Delta \epsilon_{sh}$ );
- c) lunghezza lato piastra (LxL);
- d) altezza della pavimentazione (h).

Le linee presenti nel grafico rappresentano le frontiere dei domini di rottura delle lastre nelle varie condizioni. I punti al di sotto delle linee sono punti ammissibili (non avviene la fessurazione), quelli al di sopra non sono ammissibili (avviene la fessurazione).

Nel caso in cui si assuma una resistenza di rottura per trazione diversa da quella caratteristica, le curve possono essere traslate in proporzione (per esempio per i calcestruzzi fibrorinforzati).

Tra i vari punti delle curve è ammessa l'interpolazione lineare.

## 6 CONFERME DEI MODELLI E DEI RISULTATI

Dal modello si sono avute molte conferme, sia "interne", in termini di coerenza dei risultati, sia "esterne", dal paragone dei risultati con fonti bibliografiche. Si riportano qui di seguito quelle più significative:

- Mesh: ogni modello all'aumentare del numero di nodi ha garantito una convergenza monotona esponenziale ai parametri di interesse (sforzi normali e sollevamento spigolo piastra).
- Elementi: sono state fatte verifiche di attendibilità su tutti gli elementi costituenti il modello.
- Coerenza modelli 2D con modelli 3D: i risultati del modello 3D hanno confermato quelli ottenuti dal modello 2D. Come ci si aspettava gli sforzi nel modello 3D sono sempre maggiori di quelli del modello 2D; questo incremento è costante e pari al 26%÷30%. Nel caso in cui la lunghezza della piastra sia inferiore a quella critica, la differenza tra i modelli può raggiungere il 100%.
- I risultati ottenuti dagli Autori sono stati comparati con quelli analoghi desumibili dalla letteratura:
  - a) le norme ACI [6] individuano una lunghezza critica per il fenomeno di *warping* assai prossima a quella qui individuata per il *curling*;
  - b) le modalità di rottura (a croce o sugli angoli) qui desunte dalle analisi numeriche confermano i risultati semi-empirici presentati da Collepardi e altri [10] e basati su osservazioni sul campo;
  - c) i risultati trovati da Lösberg [3] e da fonti citate nel testo nel caso di ritiro uniforme, coincidono con quelli ottenuti da modello 2D;
  - d) da un paragone tra i risultati ottenuti da Holland ed altri [7] e quelli ottenuti dal modello bidimensionale da noi sviluppato l'errore è stato inferiore al 5%.

I risultati da noi ottenuti non sono in completo accordo con quanto si legge nella norma UNI<sup>14</sup> di recente pubblicazione per quanto riguarda il ruolo svolto dall'attrito.

<sup>14</sup> UNI 8.4.3 [2]

A nostro giudizio infatti tale ruolo non è significativo ed i valori di sollecitazioni calcolati con la formula (3.1) sono maggiori di quelli ottenibili con un'analisi più dettagliata.

## 7 CONCLUSIONI

Lo stato tensionale di una piastra in c.a. gettata su suolo elastico, soggetta a peso proprio, è sostanzialmente dovuto all'innalzamento degli spigoli causato dal ritiro igrometrico differenziale; questo fenomeno è noto con il nome di **curling**.

Gli sforzi che si generano a **breve termine** (indipendentemente dall'applicazione dei carichi e senza che la viscosità abbia manifestato appieno i suoi effetti) possono essere di entità tale da fessurare la piastra. Lo stato tensionale è indotto dall'innalzamento della parte terminale delle lastre che lavorano a sbalzo avendo un tipico **comportamento a mensola**.

Si è potuto giungere a una definizione di **lunghezza critica** al di sopra della quale lo stato tensionale rimane costante. La lunghezza critica è pari al doppio della lunghezza del tratto distaccato di una piastra infinitamente lunga. L'entità degli sforzi di *curling* sono direttamente proporzionali alla lunghezza critica.

Anche la dimensione massima delle lastre è un parametro fondamentale. Si è notato che gli sforzi:

- aumentano linearmente con il modulo elastico della pavimentazione ( $E$ );
- aumentano linearmente con il ritiro differenziale ( $\Delta \epsilon_{sh}$ );
- aumentano con la lunghezza della lastra ( $L$ ) fino a raggiungere  $L$  critica, per poi restare costanti;
- diminuiscono con l'altezza ( $h$ ) per  $L < L$  critica, restano invece costanti per  $L > L$  critica.

Non si può applicare il principio di sovrapposizione degli effetti in quanto i fenomeni analizzati sono **non lineari**.

Non sembrano avere molta influenza il coefficiente di **attrito** tra pavimentazione e suolo ( $\mu$ ) e la costante di sottofondo ( $k$ ); questo trova spiegazione nel fatto che gli sforzi di trazione nascono prevalentemente per il comportamento a mensola.

Sembra importante sottolineare nuovamente che lo stato tensionale e quello deformativo sono determinati dal concorrere di **tutti i parametri** ( $L$ ,  $E$ ,  $h$ ,  $\Delta \epsilon_{sh}$ ) caratterizzanti la piastra; non si può quindi stabilire un legame biunivoco tra il rapporto  $L/h$  e gli sforzi nella pavimentazione.

È stato elaborato un abaco, che rappresenta **dominio di rottura** della piastra.

Le grandezze considerate in questi grafici sono:

- lunghezza della lastra ( $L$ );
- ritiro differenziale ( $\Delta \epsilon_{sh}$ );
- altezza ( $h$ );
- tipo di calcestruzzo ( $R_{ck}$ ).

## BIBLIOGRAFIA

- [1] STÅLFIBERBERTONG, Recommendationer för konstruktion, utförande och provning, Betongrapport nr 4, Swedish concrete association, 1995.
- [2] Norma UNI 11146, *Pavimenti di calcestruzzo ad uso industriale: Criteri per la progettazione, costruzione e collaudo*, Settembre 2005.
- [3] LÖSBERG ANDERS, *Design methods for structurally reinforced concrete pavements*, Göteborg, 1961.
- [4] PORTLAND CEMENT ASSOCIATION, *Building Movement and Joints*, Portland Cement Association, Skokie, Illinois, 1982.
- [5] AMERICAN CONCRETE INSTITUTE COMITEE 302. *Guide for concrete floor and slab construction*. ACI 302. IR-89. ACI Manual of concrete practice 1994. Part 2. Construction practices and inspections: pavements. Detroit, 1994.
- [6] AMERICAN CONCRETE INSTITUTE COMITEE 360. *Design of slabs on grade*. ACI 360 1R-92. Detroit, 1992.
- [7] WALKER WAYNEW., HOLLAND JERRY A., *Design, materials, and construction considerations for reducing the effects of concrete floor curling (warping) and shrinkage*, Industrial Floors 1999, 4th International Colloquium January 12-16, 1999, Editor P. Seidler.
- [8] M. MADEDDU, M. CIVATI, *Pavimentazioni industriali: analisi del comportamento di una piastra in c.a. su impalcato flessibile*, Tesi di laurea in ingegneria edile, Relatore Prof. Sergio Tattoni, a.a. 2004/2005.
- [9] J.W. KELLY *Crack in concrete- the causes and cures*, Concrete construction, 9, pag 89-93, (April 1964).
- [10] COLLEPARDI SILVIA, COPPOLA LUIGI, TROLI ROBERTO, *Pavimenti in calcestruzzo*, Enco, Spresiano TV.
- [11] HEDEBRATT J., SILFWERBRAND J., *Integrated design and construction of industrial floors - Instrumented in-situ studies on differential shrinkage*, Industrial Floors 2003, 5th International Colloquium January 21-23, 2003, Editor P. Seidler.
- [12] PARMENTIER B., GINDERACHTER C. VAN, *Differential Shrinkage of Concrete*, Industrial Floors 2003, 5th International Colloquium January 21-23, 2003, Editor P. Seidler.
- [13] CONPAMPER, *Codice di buona pratica: per i pavimenti di calcestruzzo ad uso industriale*, CONPAMPER 3A edizione, Cerro al Lambro, MILANO, maggio 2003.
- [14] BERTOLINI LUCA, PEDEFERRI PIETRO, *Tecnologia dei materiali: leganti e calcestruzzo*, UTET, Torino, ottobre 2000, pag. 128 e seguenti.
- [15] CONCRETE SOCIETY, *Esempi e cause di fessurazione in strutture in c.a.*
- [16] R.S. HARBON, *Durable self-smoothing toppings for rapid and cost effective reinstatement of industrial floor surfaces*, Industrial Floors 2003, 5th International Colloquium January 21-23, 2003, Editor P. Seidler.
- [17] P.H. BISCHOFF, A.J. VALSANGKAR, *Assessment of slab-on-grade design and comparison with model slab behaviour*, Industrial Floors 2003, 5th International Colloquium January 21-23, 2003, Editor P. Seidler.
- [18] WESTERGARD, H.M. *Stresses in concrete pavements computed by theoretical analysis*, Public Roads, Vol.7, No.2. April 1926.
- [19] EI-CHI TAZAWA, *Autogenous shrinkage of concrete*, E&F Spon, New York 1999
- [20] A.M. NEVILLE, *Properties of concrete*, Longman Scientific & Technical, Avon 1986.