

ESEMPI DI TEMI D'ESAME

ESEMPIO 1

Considerare un composito a fibre continue di carbonio avente la composizione indicata qui di seguito a sinistra:

frazione in volume di fibre: 55%

$E_f = 210 \text{ GPa}$; $\nu_f = 0.22$

$E_m = 3.0 \text{ GPa}$; $\nu_m = 0.35$

$$E_c = \frac{E_m \left[1 + \xi \left(\frac{E_f - E_m}{E_f + \xi E_m} \right) \nu_f \right]}{1 - \left(\frac{E_f - E_m}{E_f + \xi E_m} \right) \nu_f}$$

Calcolare E_1 , E_2 , G_{12} e ν_{12} utilizzando sia i semplici modelli in serie e parallelo, sia la formula più accurata (Halpin-Tsai) riportata in alto a destra. In base ai risultati stabilire, per ciascuna proprietà, quali sono i limiti superiore e inferiore rispetto al valore effettivo e quale modello risulta più attendibile.

ESEMPIO 1-bis

Una barra pultrusa a sezione circolare viene prodotta con fibre continue nelle seguenti composizioni (in peso):

- 50% di fibra di vetro in resina epossidica
- 60% di fibra di carbonio ad alto modulo in resina epossidica
- 60% di fibra aramidica in resina epossidica

Calcolare la percentuale in volume di fibre nei tre materiali e quindi, utilizzando i modelli in serie e in parallelo, il modulo tensile nelle direzioni assiale e radiale per i tre materiali. Calcolare inoltre la differenza (in percentuale) tra i diversi moduli specifici (riferiti alla densità).

ESEMPIO 2

Utilizzando il modello in parallelo dimostrare che il coefficiente di espansione termica in direzione delle fibre, α_1 , per una lamina a fibre continue e unidirezionali è pari a:

$$\alpha_1 = \frac{\nu_f E_f \alpha_f + (1 - \nu_f) E_m \alpha_m}{\nu_f E_f + (1 - \nu_f) E_m}$$

in cui ν_f è la frazione in volume di fibre.

Suggerimento: sviluppare i calcoli a partire dall'ipotesi di pari deformazione delle due fasi. Utilizzando l'equazione costitutiva elastica non isoterma, $\sigma = E(\epsilon + \alpha \Delta T)$, calcolare quindi lo sforzo nelle fibre e nella matrice associato ad una variazione di temperatura ΔT .

ESEMPIO 3

Data la seguente equazione di Halpin-Tsai:

$$E_c = \frac{E_m \left[1 + \xi \left(\frac{E_f - E_m}{E_f + \xi E_m} \right) v_f \right]}{1 - \left(\frac{E_f - E_m}{E_f + \xi E_m} \right) v_f}$$

in cui: $\xi = 2a_e$

con: $a_e = \frac{L_f}{D_f}$

(in cui D_f è il diametro delle fibre)

Determinare la lunghezza minima L_f delle fibre di un composito a matrice epossidica contenente il 35% in volume di fibre di carbonio di tale per cui il modulo in direzione delle fibre sia inferiore del 15% rispetto al caso di fibre continue e unidirezionali.

ESEMPIO 4

Schematizzando le fibre come corpi cilindrici a base circolare perfettamente paralleli tra loro, calcolare la massima frazione in volume di fibre in un composito per un arrangiamento a cella esagonale a corpo centrato (fibre disposte ai vertici ed al centro di un esagono regolare) e a cella quadrata (fibre disposte solo ai vertici). Calcolare quindi la frazione in volume di fibre al variare della distanza tra le fibre (misurata a partire dalla circonferenza) per uno dei due casi esaminati.

Suggerimento: calcolare separatamente l'area della cella elementare (volume totale di materiale) e l'area di ciascuna fibra ad essa appartenente (volume di fibra)

ESEMPIO 5

Considerare un composito a fibre continue di vetro avente la seguente composizione:

frazione in massa di fibre: compresa tra 30% e 70%

$$E_f = 72 \text{ GPa}; v_f = 0.22; \rho_f = 2.7 \text{ kg/dm}^3$$

$$E_m = 3.3 \text{ GPa}; v_m = 0.35; \rho_m = 1 \text{ kg/dm}^3$$

Tracciare diagrammi al variare della percentuale in volume di fibra di rinforzo per le seguenti proprietà: E_1 , E_2 , G_{12} e v_{12} utilizzando i modelli micromeccanici più adatti.

ESEMPIO 6

Una lamina di materiale composito con frazione in volume di fibre pari al 55% è costituita da fibre di vetro S continue e unidirezionali in matrice epossidica. La sua resistenza tensile in direzione trasversale alle fibre, Y_2 , è pari a 25 MPa, mentre la resistenza a taglio, S_{12} , è pari a 55 MPa. Applicando il criterio del massimo sforzo, determinare lo sforzo di rottura e il modo di cedimento che risultano dall'applicazione di una forza di trazione contenuta nel piano della lamina e inclinata di 20° rispetto alla direzione delle fibre.

Suggerimento: calcolare lo sforzo tensile di rottura in direzione delle fibre utilizzando i valori delle corrispondenti proprietà per i costituenti e applicare quindi uno dei criteri di resistenza visti a lezione.

ESEMPIO DI MODALITÀ D'ESAME

Enunciazione del problema

Prove di trazione condotte su provini ricavati da un composito a fibre continue e unidirezionali di carbonio aventi modulo elastico E_F pari a 460 GPa inclinate di 45° rispetto alla direzione di applicazione del carico hanno fornito un valore di modulo tensile pari a 22 GPa. Considerando che il composito ha una frazione in volume di fibre pari al 55% e utilizzando la formula seguente:

$$\frac{1}{E_X} = \frac{1}{E_1} \cos^4 \theta + \left(\frac{1}{G_{12}} - \frac{2\nu_{12}}{E_1} \right) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + \frac{1}{E_2} \sin^4 \theta$$

stimare il valore di modulo che si otterrebbe se la prova fosse condotta con le fibre inclinate di 20° e di 65° .

Quiz 1: Dato che $E_F = 460$ GPa e che la frazione in volume di fibre $v_F = 55\%$ quale dei seguenti valori di modulo E_1 ci si può attendere?

- 280
- 250
- 240
- 230

Quiz 2: Dato $E_F = 460$ GPa, $E_M = 3$ GPa e la frazione in volume di fibre $v_F = 55\%$, quale dei seguenti valori di modulo E_2 ci si può attendere?

- 6
- 8
- 10
- 12

Quiz 3: Sapendo che $E_1 = 250$ GPa, $E_2 = 8$ GPa e che $E_{45^\circ} = 22$ GPa dire quale dei seguenti valori assume il termine tra parentesi nella formula seguente:

$$\frac{1}{E_X} = \frac{1}{E_1} \cos^4 \theta + \left(\frac{1}{G_{12}} - \frac{2\nu_{12}}{E_1} \right) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + \frac{1}{E_2} \sin^4 \theta$$

Quiz 4: Quale dei seguenti valori assume il modulo della lamina per fibre inclinate a 65° ?

Quiz 5: Quale dei seguenti valori assume il modulo della lamina per fibre inclinate a 20° ?