

# POLITECNICO DI TORINO

Corso di Laurea Magistrale  
in Ingegneria Meccanica

Propulsori Termici

A.A. 2021-2022

**Dimensionamento di massima del volano  
di un motore alternativo a 4T ad  
accensione comandata per trazione  
automobilistica**



Docenti:

Prof. Millo Federico

Prof. Rolando Luciano

Studente:

Uccello Luca Maria

268036

## Sommario

<b>Introduzione e dati di input .....</b>	<b>1</b>
<b>Cinematismo del manovellismo .....</b>	<b>2</b>
<b>Analisi del ciclo indicato e calcolo dei rendimenti.....</b>	<b>3</b>
<b>Calcolo della pressione efficace .....</b>	<b>7</b>
<b>Calcolo momento e lavoro motore (motore monocilindrico) .....</b>	<b>9</b>
<b>Calcolo delle irregolarità e dimensionamento del volano (motore monocilindrico).....</b>	<b>11</b>
<b>Andamento della velocità motore (motore monocilindrico) .....</b>	<b>13</b>
<b>Motore pluricilindrico .....</b>	<b>15</b>
Motore 2 cilindri.....	15
Motore 4 cilindri.....	18
Motore 6 cilindri.....	20
<b>Analisi in frequenza della coppia motore .....</b>	<b>23</b>
<b>Conclusioni .....</b>	<b>25</b>

## Introduzione e dati di input

L'obiettivo di questa esercitazione è il dimensionamento di massima del volano di un motore alternativo (4 cilindri in linea) a 4T ad accensione comandata; a tale scopo, lo studio si svolgerà attraverso le fasi seguenti:

- 1) Cinematismo del manovellismo;
- 2) Analisi del ciclo indicato e calcolo dei rendimenti;
- 3) Calcolo della pressione efficace;
- 4) Calcolo momento e lavoro motore;
- 5) Calcolo delle irregolarità e dimensionamento del volano;
- 6) Andamento della velocità motore.

Per i punti 4, 5, 6 lo studio verrà effettuato inizialmente per il caso di motore monocilindrico, per poi estendere il calcolo per un frazionamento della cilindrata per 2, 4 e 6 cilindri.

Infine si effettuerà l'analisi in frequenza della coppia motore per i vari gradi di frazionamento della cilindrata.

Nella *tabella 1* sono riportati i dati relativi al motore e alla fasatura.

Dati motore e fasatura	
Cilindrata totale [ $cm^3$ ]	1581
Numero cilindri	4
Rapporto di compressione	9,2
Alesaggio [ $mm$ ]	86,4
Corsa [ $mm$ ]	67,4
Lunghezza biella [ $mm$ ]	128
Masse alterne/Cilindrata [ $kg/dm^3$ ]	1,2
Masse rotanti/Cilindrata [ $kg/dm^3$ ]	0,85
Fasatura	
Anticipo di apertura aspirazione (IVO) [ $^{\circ} PPMS$ ]	6
Posticipo di chiusura aspirazione (IVC) [ $^{\circ} DPMI$ ]	46
Anticipo di apertura scarico (EVO) [ $^{\circ} PPMI$ ]	47
Posticipo di chiusura scarico (EVC) [ $^{\circ} DPMS$ ]	7

Tabella 1 – Dati motore

Nella *tabella 2* sono riportati i dati relativi alle condizioni operative.

Condizioni operative	
Pressione ambiente [ $mmHg$ ]	740
Temperatura ambiente [ $^{\circ}C$ ]	17,5
Velocità di rotazione motore [ $rpm$ ]	3000
Coppia motrice media [ $Nm$ ]	120
Dosatura relativa	0,897

Tabella 2 – Condizioni operative

Nella *tabella 3* sono riportati i dati relativi al combustibile e i dati di consumo dello stesso.

Dati combustibile e consumo (Benzina Super Senza Piombo)	
Dosatura stechiometrica	14,6
Densità combustibile [ $kg/dm^3$ ]	0,735
Volume buretta [ $cm^3$ ]	50
Tempo svuotamento buretta [s]	12,5

Tabella 3 – Dati combustibile e consumo

Nella *tabella 4* sono riportati i dati relativi al dimensionamento del volano.

Dati dimensionamento volano	
Densità materiale [ $kg/dm^3$ ]	7,7
Irregolarità cinematica	0,01

Tabella 4 – Dati dimensionamento volano

Vengono inoltre forniti i dati di pressione in funzione dell'angolo di manovella.

## Cinematismo del manovellismo

La *figura 1* mostra la geometria del manovellismo da cui sono stati calcolati:

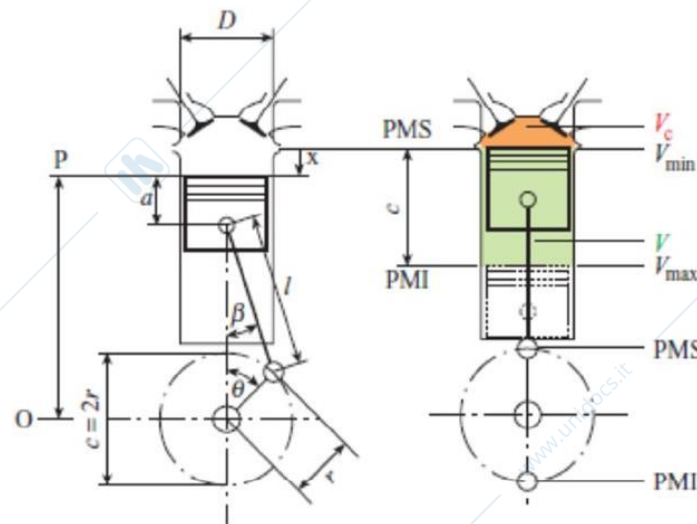


Figura 1 – Geometria del manovellismo

### 1) Rapporto di allungamento:

$$\Lambda = \frac{r[\text{mm}]}{l[\text{mm}]} \quad (1)$$

Dove:

- $r = c/2$  = Raggio di manovella;
- $c$  = Corsa dello stantuffo;
- $l$  = Lunghezza di biella.

### 2) Angolo di biella, formato tra quest'ultima e l'asse del cilindro:

$$\cos\beta = \sqrt{1 - \Lambda^2 \sin^2\theta} \quad (2)$$

Tale angolo, ovviamente, varia con l'angolo di rotazione della manovella  $\theta$ , istante per istante.

**3) Spostamento istantaneo dello stantuffo:**

$$x[\text{mm}] = r[\text{mm}] \left[ (1 - \cos\theta) + \frac{1}{\lambda} (1 - \cos\beta) \right] \quad (3)$$

**4) Volume dello spazio morto:**

$$V_c[\text{cm}^3] = \frac{V[\text{cm}^3]}{(\varepsilon - 1)} \quad (4)$$

Dove:

- $V = V_{tot}/i$  = Cilindrata singolo cilindro del motore;
- $i = 4$  = Numero dei cilindri del motore;
- $\varepsilon$  = Rapporto di compressione.

**5) Volume istantaneo:**

$$V_x[\text{cm}^3] = V_c[\text{cm}^3] + V[\text{cm}^3] \cdot \frac{x[\text{mm}]}{c[\text{mm}]} \quad (5)$$

**Analisi del ciclo indicato e calcolo dei rendimenti**

Dai dati di pressione è possibile diagrammare l'andamento della pressione media in camera di combustione in funzione dell'angolo di manovella; ciò è riportato nella *figura 2*.

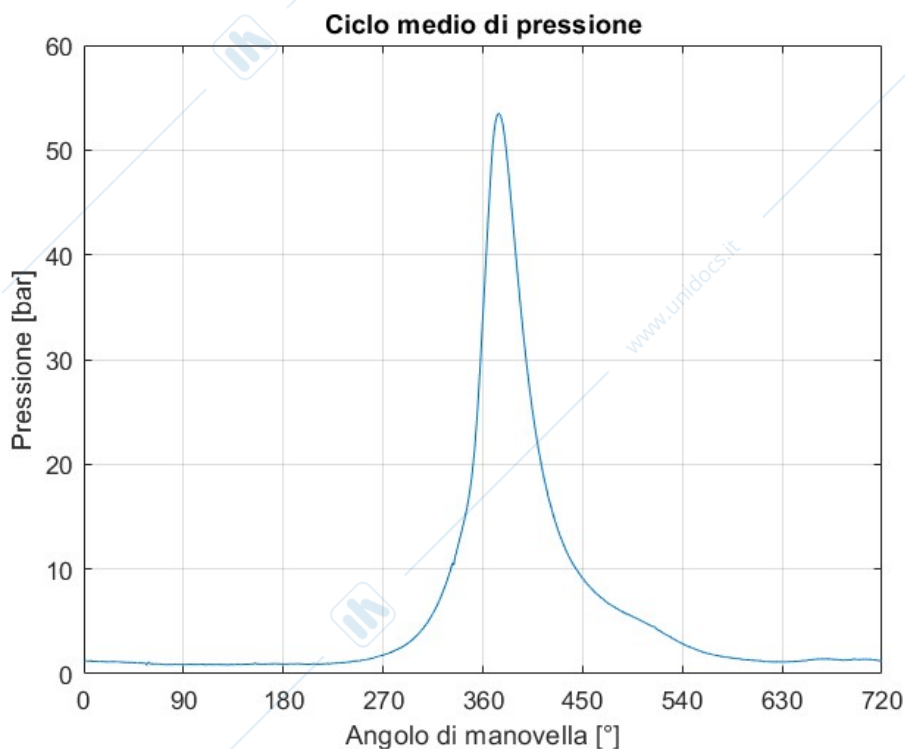


Figura 2 – Andamento del ciclo medio di pressione

Una volta calcolato il volume istantaneo, con la procedura precedentemente esposta, è possibile tracciare il grafico del ciclo medio indicato, riportato nella *figura 3*.

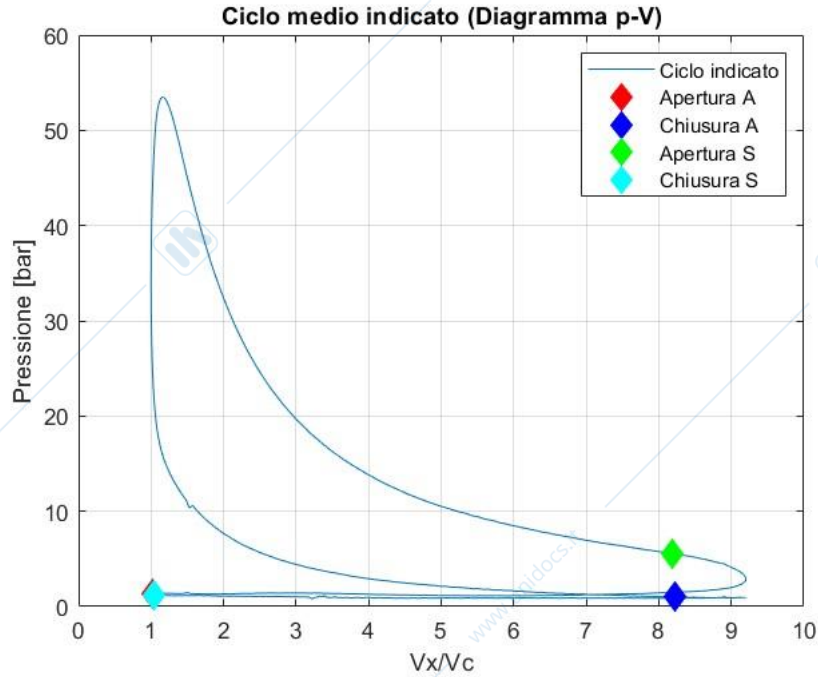


Figura 3 – Ciclo medio Indicato

Lo stesso ciclo può essere rappresentato in scala logaritmica (figura 4), mostrando che i tratti in cui avviene la compressione e l'espansione, rappresentati dalla trasformazione politropica descritta dalla legge (6), sono rettilinei.

$$\begin{cases} pV^m = costante \\ \log(p) = -m\log(V) + costante' \end{cases} \quad (6)$$

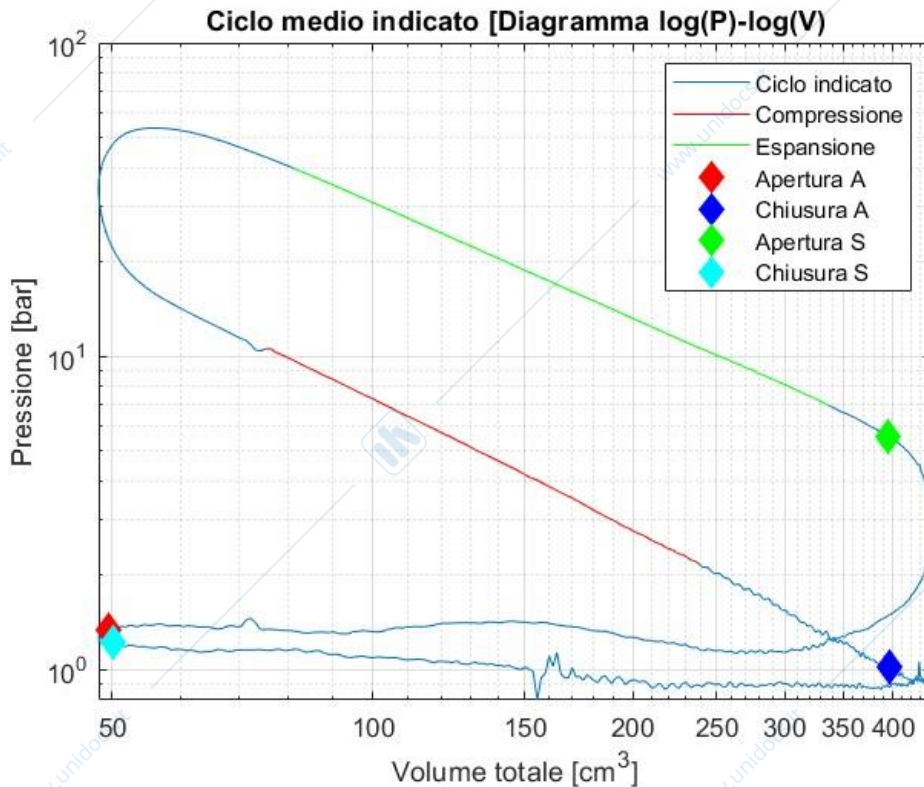


Figura 4 – Ciclo medio Indicato in scala logaritmica

A questo punto, mediante regressione lineare dei punti lontani da apertura/chiusura delle valvole, si ricavano gli esponenti  $m_{compressione}$  e  $m_{espansione}$  delle trasformazioni politropiche relative alle fasi di compressione ed espansione. Tali esponenti valgono rispettivamente:

- $m_{compressione} = 1,39$ ;
- $m_{espansione} = 1,22$ .

Dalla prova di consumo si ottiene la **portata di combustibile totale**, calcolata tramite la relazione (7):

$$\dot{m}_{b,tot} \left[ \frac{kg}{s} \right] = \frac{\rho_b \left[ \frac{kg}{dm^3} \right] \cdot V_b [dm^3]}{t[s]} \quad (7)$$

Dove:

- $\rho_b$  = Densità del carburante (benzina);
- $V_b$  = Volume della buretta utilizzata per la prova di consumo;
- $t$  = Tempo della prova di consumo.

Una volta calcolata la portata totale di combustibile, è possibile ricavare, mediante la relazione (8), la **portata di combustibile per cilindro**:

$$\dot{m}_b \left[ \frac{kg}{s} \right] = \frac{\dot{m}_{b,tot}}{i} \quad (8)$$

Dai dati relativi alle condizioni operative si possono poi calcolare i seguenti parametri:

**1) Potenza utile:**

$$P_u [W] = C [Nm] \cdot n \left[ \frac{rad}{s} \right] \quad (9)$$

Dove:

- $C$  = Coppia del motore;
- $n$  = Velocità di rotazione del motore.

**2) Lavoro al ciclo (indicato), ottenuto utilizzando il metodo dei trapezi:**

$$L_i [J] = \oint p dV \quad (10)$$

**3) Pressione media indicata:**

$$p_{mi} [bar] = \frac{L_i [J]}{V [m^3]} \cdot 10^{-5} \quad (11)$$

**4) Pressione media effettiva:**

$$p_{me} [bar] = \frac{P_u [W]}{i \cdot V [m^3] \cdot \frac{n}{m} [rps]} \cdot 10^{-5} \quad \text{con } m = 2 \text{ per motori } 4T \quad (12)$$

**5) Pressione di marcia a vuoto:**

$$p_v [bar] = p_{mi} [bar] - p_{me} [bar] \quad (13)$$

**6) Portata d'aria:**

$$\dot{m}_a \left[ \frac{kg}{s} \right] = \alpha \cdot \dot{m}_{b,tot} \left[ \frac{kg}{s} \right] \quad (14)$$

Dove:

- $\alpha = \lambda \cdot \alpha_{st} =$  Dosatura;
- $\lambda =$  Dosatura relativa;
- $\alpha_{st} =$  Dosatura stechiometrica.

**7) Coefficiente di riempimento:**

$$\lambda_v = \frac{\dot{m}_a \left[ \frac{kg}{s} \right]}{\rho_a \left[ \frac{kg}{m^3} \right] \cdot i \cdot V [m^3] \frac{n[rps]}{m}} \quad (15)$$

Dove:

- $\rho_a = \frac{p_a [Pa]}{R_a [J/kgK] \cdot T_a [K]} =$  Densità dell'aria ambiente;
- $p_a =$  Pressione dell'aria ambiente;
- $R =$  Costante specifica dell'aria ambiente;
- $T_a =$  Temperatura dell'aria ambiente.

Mediante i parametri calcolati in precedenza, possiamo ricavare i seguenti rendimenti:

**1) Rendimento limite (Dosatura stechiometrica):**

$$\eta_{lim}(\alpha_{st}) = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{k_{medio}-1}} \quad \text{con } k_{medio} = \frac{m_{esp.} + m_{compr.}}{2} \quad (16)$$

**2) Rendimento limite (Dosatura ricca):**

$$\eta_{lim} = \eta_{lim}(\alpha_{st}) \cdot \frac{\alpha}{\alpha_{st}} \quad (17)$$

**3) Rendimento utile:**

$$\eta_u = \frac{P_u}{\dot{m}_{b,tot} \cdot H_i} \quad \text{con } H_i = \text{Potere calorifico inferiore} \quad (18)$$

**4) Rendimento organico:**

$$\eta_o = \frac{p_{me}}{p_{mi}} \quad (19)$$

**5) Rendimento termofluidodinamico:**

$$\eta_{\theta i} = \frac{\eta_u}{\eta_o \cdot \eta_{lim}} \quad (20)$$

Nella *tabella 5* seguente, sono stati riportati i valori di tutti i parametri definiti in precedenza.

<b>Portata di combustibile totale [kg/s]</b>	<b>0,0029</b>
<b>Portata di combustibile per cilindro [kg/s]</b>	<b><math>7,25 \times 10^{-4}</math></b>
<b>Potenza utile [kW]</b>	<b>37,7</b>
<b>Lavoro al ciclo (indicato) [kJ]</b>	<b>0,453</b>
<b>Pressione media indicata [bar]</b>	<b>11,46</b>
<b>Pressione media effettiva [bar]</b>	<b>9,54</b>
<b>Pressione di marcia a vuoto [bar]</b>	<b>1,92</b>
<b>Portata d'aria [kg/s]</b>	<b>0,0385</b>
<b>Coefficiente di riempimento</b>	<b>0,824</b>
<b>Rendimento limite (Dosatura stechiometrica)</b>	<b>0,54</b>
<b>Rendimento limite (Dosatura ricca)</b>	<b>0,48</b>
<b>Rendimento utile</b>	<b>0,29</b>
<b>Rendimento organico</b>	<b>0,83</b>
<b>Rendimento termofluidodinamico</b>	<b>0,72</b>

Tabella 5 – Parametri motore

### Calcolo della pressione efficace

Le pressioni agenti sullo stantuffo vengono identificate come la pressione generata dai gas (dato sperimentale di partenza), la pressione del carter, che può essere assunta costante e pari alla pressione ambiente, e la pressione d'inerzia generata dal moto delle masse alterne, variante lungo l'arco del ciclo motore. In *figura 5* vengono rappresentate le forze agenti sul manovellismo.

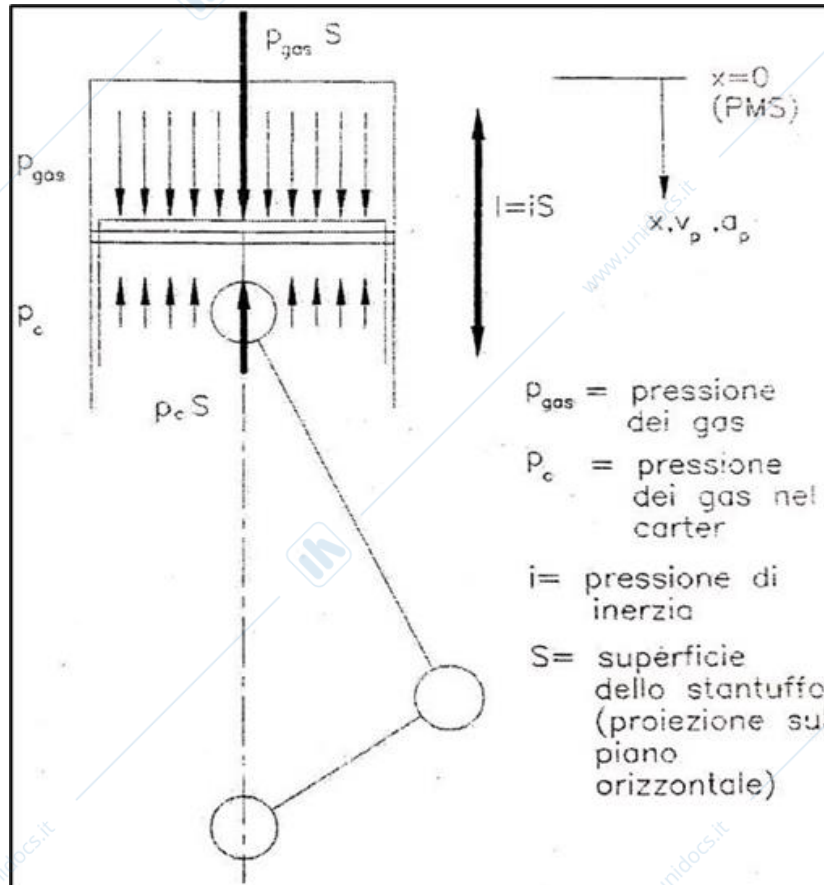


Figura 5 – Distribuzione delle forze agenti sul manovellismo

La **pressione d'inerzia** viene valutata, a partire dalle forze di inerzia, attraverso la relazione (21):

$$i = \frac{F_{in}[N]}{S_p[m^2]} = \frac{-m_{alt} \cdot a_p}{S_p} = \frac{-m_{alt} \cdot \omega^2 \cdot r \cdot \left[ \cos\theta + \Lambda \frac{\cos(2\theta)}{\cos\beta} \right]}{\frac{\pi}{4} d^2} = \frac{-m_{alt} \cdot \omega^2 \cdot c/2 \cdot \left[ \cos\theta + \Lambda \frac{\cos(2\theta)}{\cos\beta} \right]}{\frac{\pi}{4} d^2} =$$

$$= \frac{-m_{alt} \cdot \omega^2 \cdot c^2/2 \cdot \left[ \cos\theta + \Lambda \frac{\cos(2\theta)}{\cos\beta} \right]}{\frac{\pi}{4} d^2 \cdot c} \rightarrow$$

$$\rightarrow i[bar] = - \left( \frac{m_{alt}}{V} \right) \left[ \frac{kg}{m^3} \right] \cdot \frac{\pi^2 \cdot v_{media}^2 \left[ \frac{m^2}{s^2} \right]}{2} \cdot \left[ \cos\theta + \Lambda \frac{\cos(2\theta)}{\cos\beta} \right] \cdot 10^{-5} \quad (21)$$

Dove:

- $m_{alt}/V$  = Masse alterne per unità di cilindrata;
- $v_{media} = \frac{c[m] \cdot n \left[ \frac{rad}{s} \right]}{\pi}$  = Velocità media dello stantuffo.

Assumendo positivo il verso delle pressioni agenti verso il basso, come mostrato in *figura 5*, si può definire la **pressione efficace**, ovvero quella che realmente produce coppia sull'albero motore, attraverso la relazione (22):

$$p_{eff}[bar] = p_{gas}[bar] - p_{carter}[bar] + i[bar] = p_{gas} - p_{ambiente} + i \quad (22)$$

In *figura 6* è rappresentato l'andamento delle pressioni ricavate con le formule precedenti: si può notare come, nella corsa di aspirazione (tra  $0$  e  $180^\circ$ ) e nella corsa di scarico (tra  $540^\circ$  e  $720^\circ$ ), la pressione del carter e quella generata dai gas siano confrontabili, pertanto questi due termini, in quelle fasi, si elidono determinando la coincidenza della pressione efficace con quella di inerzia. Viceversa, nelle fasi di compressione ed espansione, la pressione dei gas all'interno del cilindro sale molto, a differenza del contributo della pressione nel carter che diventa trascurabile (si superano i  $50 bar$ ); il massimo valore della pressione effettiva tuttavia viene attenuato dalla pressione d'inerzia che, nell'intorno del PMS, diventa negativa.

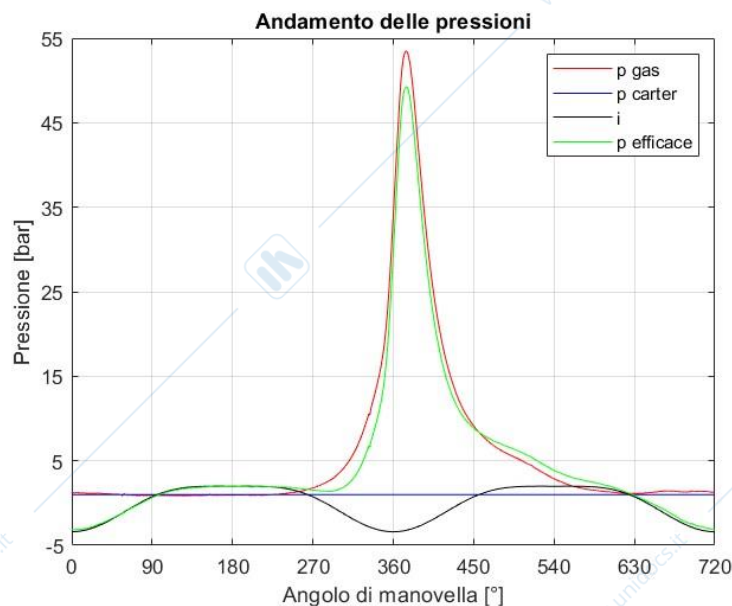


Figura 6 – Andamento delle pressioni

## Calcolo momento e lavoro motore (motore monocilindrico)

Con l'espressione (22) si è calcolata la pressione che viene effettivamente sentita dallo stantuffo e che viene trasmessa alla biella ed infine alla manovella; questo ci permette il calcolo del momento motore. Dalla figura 7, raffigurante le forze scambiate tra il manovellismo e la canna del cilindro, si può osservare che la forza  $F$ , rappresentante l'azione esercitata sullo stantuffo dalla biella, si propaga in uguale modulo e direzione ma verso opposto su quest'ultima. Questa forza si propaga anche sulla manovella ma con direzione differente e scomponendola, nelle componenti radiale e tangenziale, è possibile calcolare il **momento motore** mediante la relazione (23):

$$M_m = F_t \cdot r = \frac{F \cdot \sin(\theta + \beta)}{\cos\beta} \cdot \frac{c}{2} = \frac{p_{eff} \cdot S_p \cdot \sin(\theta + \beta)}{\cos\beta} \cdot \frac{c}{2} \rightarrow$$

$$\rightarrow M_m[Nm] = p_{eff}[Pa] \cdot \frac{V[m^3]}{2} \cdot \frac{\sin(\theta + \beta)}{\cos\beta} \quad (23)$$

Dove:

- $F_t$  = Forza tangenziale (componente della forza di pressione che genera il momento motore);
- $S_p = \pi d^2 / 4$  = Sezione retta dello stantuffo.

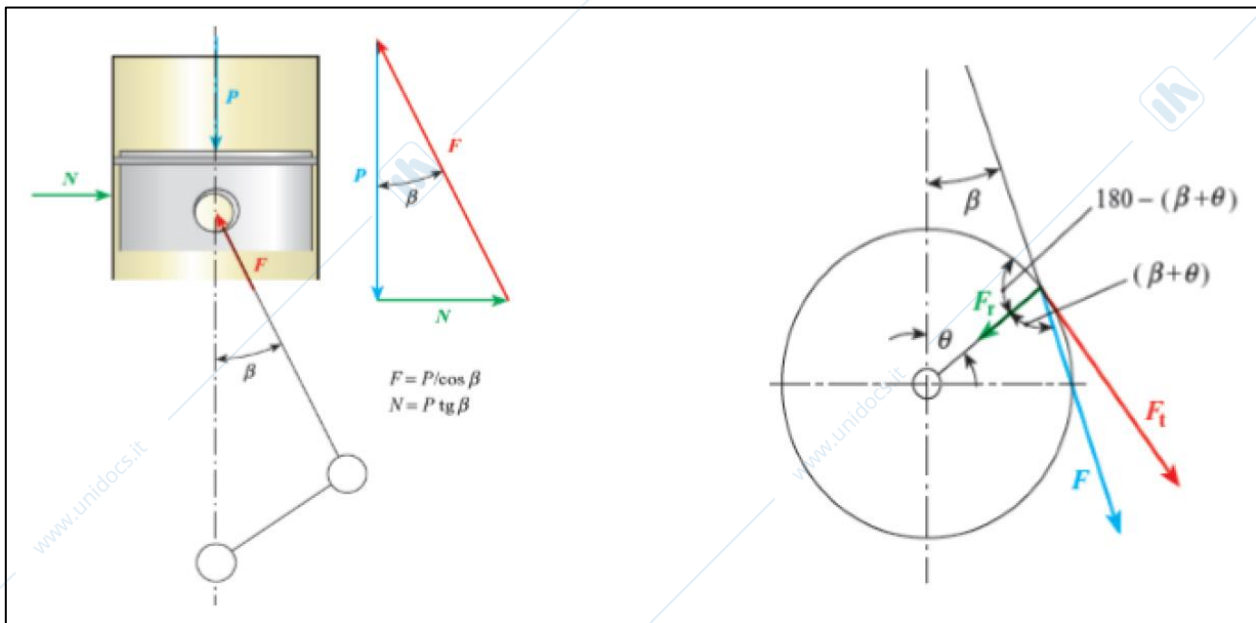


Figura 7 – Forze scambiate tra manovellismo e canna cilindro

Per il calcolo del **momento resistente** e del **lavoro motore** ci si basa sull'equazione di equilibrio dinamico del motore, espressa dalla relazione (24):

$$M_m(\theta) - M_r(\theta) = J \frac{d\omega}{dt} \quad (24)$$

Dove:

- $M_m$  = Momento motore;
- $M_r$  = Momento resistente, applicato dalla trasmissione.
- $J[kg \cdot m^2] = J_{motore}[kg \cdot m^2] + J_{volano}[kg \cdot m^2]$  = Momento d'inerzia polare totale, somma del momento d'inerzia del motore e del volano.

Poiché il ciclo motore è molto breve, si è fatta l'ipotesi di essere in condizioni stazionarie e pertanto, essendo in tali condizioni  $d\omega/dt=0$ , il momento resistente risulta costante sul singolo ciclo e può essere calcolato come media integrale del momento motore secondo la relazione (25):

$$M_r(\theta) = \frac{1}{4\pi} \int_0^{720^\circ} M_m(\theta) d\theta \quad (25)$$

Nella *figura 8* seguente è rappresentato l'andamento del momento motore e del momento resistente in funzione dell'angolo di manovella.

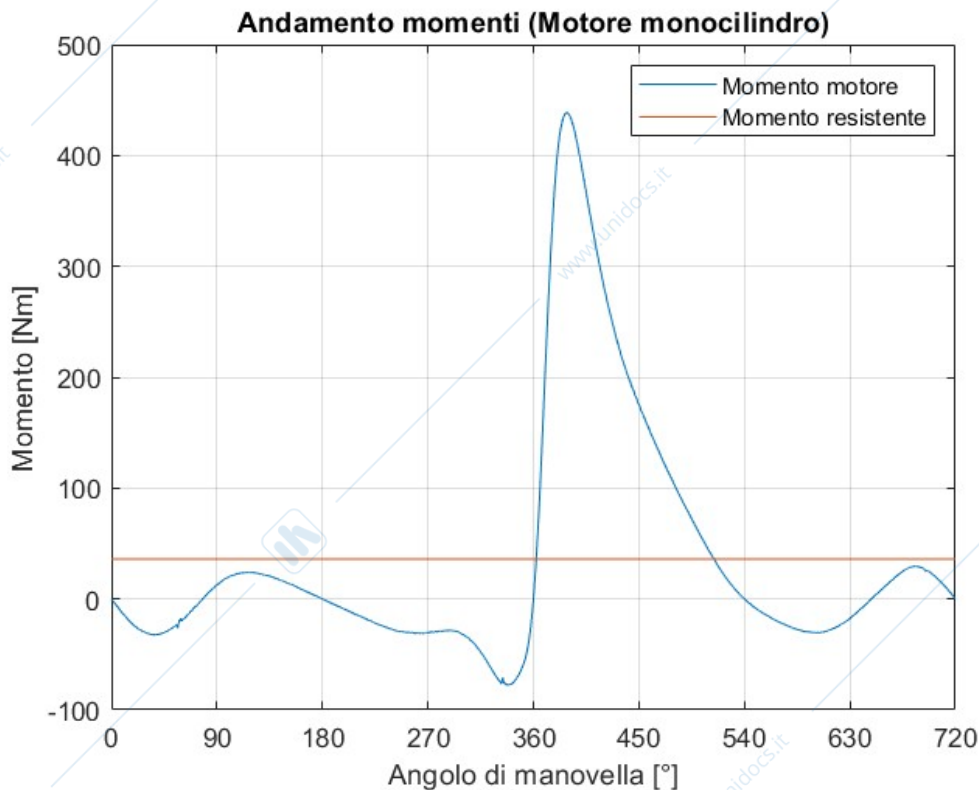


Figura 8 – Andamento del momento motore e del momento resistente (motore monocilindrico)

Dalla *figura 8* si può osservare come il momento motore sia estremamente variabile nel caso di motore monocilindrico, motivo per cui si ricorre al frazionamento della cilindrata per la sua regolarizzazione; inoltre, possiamo aggiungere, come vedremo in seguito, che nei due punti di intersezione tra il momento motore e il momento resistente si avranno rispettivamente le velocità di rotazione del motore minima e massima.

Integrando su tutto il ciclo, rispetto all'angolo di manovella, l'equazione di equilibrio dinamico (24) possiamo calcolare il **lavoro motore** e il **lavoro resistente**, ottenendo la relazione (26):

$$\int_{\theta=0^\circ}^{\theta=720^\circ} M_m(\theta) d\theta - \int_{\theta=0^\circ}^{\theta=720^\circ} M_r(\theta) d\theta = \int_{\theta=0^\circ}^{\theta=720^\circ} J \frac{d\omega}{dt} d\theta \quad (26)$$

Dove:

- $L_m[J] = \int_{\theta=0^\circ}^{\theta=720^\circ} M_m(\theta) d\theta =$  Lavoro motore;
- $L_r[J] = \int_{\theta=0^\circ}^{\theta=720^\circ} M_r(\theta) d\theta =$  Lavoro resistente.

Sviluppando la relazione (26), otteniamo l'espressione (27) che ci mostra come il lavoro motore a inizio/fine ciclo sia uguale al lavoro resistente a inizio/fine ciclo; cosa che ritroviamo in *figura 9* dove è riportato l'andamento del lavoro motore e di quello resistente, normalizzati rispetto alla cilindrata, in funzione dell'angolo di manovella.

$$L_m(720^\circ) - L_r(720^\circ) = \int_{\theta=0^\circ}^{\theta=720^\circ} J\omega \left[ \frac{rad}{s} \right] d\omega = J \cdot \frac{\omega^2(720^\circ) - \omega^2(0^\circ)}{2} \rightarrow$$

$$\rightarrow L_m(720^\circ) = L_r(720^\circ) \quad (27)$$

Ricordiamo che ad inizio e fine ciclo la velocità è uguale  $\rightarrow \omega(720^\circ) = \omega(0^\circ)$ .

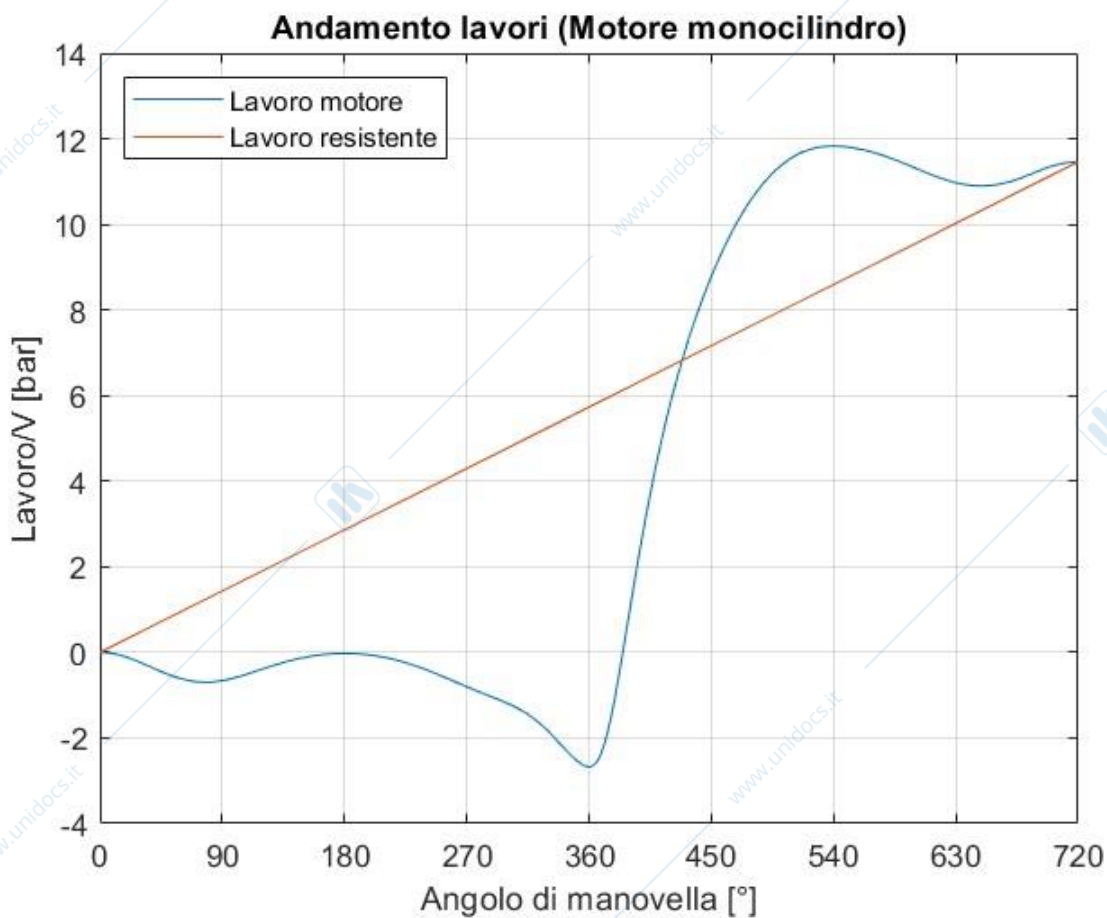


Figura 9 – Andamento del lavoro motore e del lavoro resistente (motore monocilindrico)

La *figura 9* ci mostra un'oscillazione importante del lavoro motore, pertanto per attenuare quest'oscillazione, possiamo intervenire sul termine  $J$  e, a tale scopo, si utilizza il volano, un organo meccanico in grado di immagazzinare un certo quantitativo di energia cinetica, se in eccesso, e cederne, se si è in difetto, in modo da regolarizzare il ciclo motore.

## Calcolo delle irregolarità e dimensionamento del volano (motore monocilindrico)

Il primo passo per determinare il diametro del volano è la valutazione dell'irregolarità cinematica e dinamica. La prima rappresenta la massima oscillazione della velocità di rotazione del motore

rispetto al suo valore medio; nella nostra analisi l'**irregolarità cinematica**, calcolabile attraverso la relazione (28), è stata richiesta pari a 0,01.

$$\delta = \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{\omega_{media}} \quad (28)$$

L'**irregolarità dinamica** definisce invece lo squilibrio di coppia in un ciclo e viene definita mediante la relazione (29):

$$\xi = \frac{\Delta L_{tot}[J]}{L_m(720^\circ)[J]} = \frac{\Delta L_{tot}[J]}{pmi[Pa] \cdot V[m^3]} \quad (29)$$

Dove:

- $\Delta L_{tot} = \Delta L_{max} - \Delta L_{min} = \Delta L_{max} + |\Delta L_{min}| = J \frac{\omega_{max}^2 - \omega_{min}^2}{2} \quad (30)$
- $\Delta L_{max} = L_m(\theta_{max}) - L_r(\theta_{max}) = J \frac{\omega_{max}^2 - \omega^2(0^\circ)}{2} \quad (31)$
- $\Delta L_{min} = L_m(\theta_{min}) - L_r(\theta_{min}) = J \frac{\omega_{min}^2 - \omega^2(0^\circ)}{2} \quad (32)$

Andando quindi a sviluppare la relazione (29), otterremo l'espressione (33) che ci permetterà di valutare il **momento d'inerzia del volano**.

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{\Delta L_{tot}[J]}{pmi[Pa] \cdot V[m^3]} \rightarrow \xi \cdot pmi \cdot V = J \left( \frac{\omega_{max} - \omega_{min}}{\omega_{media}} \right) \left( \frac{\omega_{max} + \omega_{min}}{2} \right) \omega_{media} \rightarrow \\ &\rightarrow \xi \cdot pmi \cdot V = J \cdot \delta \cdot \omega_{media}^2 \rightarrow J = J_{motore} + J_{volano} = \frac{\xi \cdot pmi \cdot V}{\delta \cdot \omega_{media}^2} \rightarrow \\ &\rightarrow J_{volano}[kg \cdot m^2] = \frac{\xi \cdot pmi[Pa] \cdot V[m^3]}{\delta \cdot \omega_{media}^2 \left[ \frac{rad^2}{s^2} \right]} - J_{motore}[kg \cdot m^2] \quad (33) \end{aligned}$$

Dove:

- $J_{motore} = \left( \frac{m_{rot}}{V} \right) \left[ \frac{kg}{dm^3} \right] \cdot V[dm^3] \cdot r^2[m^2] \quad (34);$
- $m_{rot}/V =$  Masse rotanti per unità di cilindrata;
- $\omega_{media} = n \left[ \frac{rad}{s} \right]$  (media aritmetica assunta come media integrale).

Per un volano di forma cilindrica, si avrà:

$$J_{volano}[kg \cdot m^2] = \pi \cdot s_{volano}[m] \cdot \gamma_{volano} \left[ \frac{kg}{m^3} \right] \cdot \frac{D_{volano}^4[m^4]}{32} = \pi \cdot \gamma_{volano} \cdot \frac{D_{volano}^5}{320} \quad (35)$$

Dove:

- $D_{volano} =$  Diametro del volano;
- $s_{volano} =$  Spessore del volano, assunto pari a  $0,1 \cdot D_{volano}$ , al fine di garantire una sufficiente rigidità;
- $\gamma_{volano} =$  Densità del volano.

Sostituendo le espressioni (34) e (35) nella (33), otterremo la relazione (36) che ci consente di calcolare il **diametro del volano**.

$$D_{volano} [mm] = \sqrt[5]{\frac{320}{\pi \cdot \gamma_{volano}} \left[ \frac{\xi \cdot pmi \cdot V}{\delta \cdot \omega_{media}^2} - \left( \frac{m_{rot}}{V} \right) \cdot V \cdot r^2 \right]} \cdot 10^{-3} \quad (36)$$

Nella *tabella 6* seguente, sono stati riportati i valori di tutti i parametri definiti in precedenza (motore monocilindrico).

<b>Irregolarità cinematica</b>	<b>0,01</b>
<b>Irregolarità dinamica</b>	<b>1,013</b>
<b>Momento d'inerzia totale [kgm<sup>2</sup>]</b>	<b>0,465</b>
<b>Momento d'inerzia motore [kgm<sup>2</sup>]</b>	<b>3,82x10<sup>-4</sup></b>
<b>Momento d'inerzia volano [kgm<sup>2</sup>]</b>	<b>0,464</b>
<b>Diametro volano [mm]</b>	<b>361</b>

Tabella 6 – Parametri per il dimensionamento del volano (motore monocilindrico)

È importante sottolineare che il diametro del volano deve soddisfare la condizione  $2c < D_v < 5c$ ; questo è giustificato dal fatto che con un volano troppo piccolo, si possono riscontrare delle difficoltà nell'ingranamento del motorino di avviamento, mentre con un volano troppo grande si possono avere problemi di ingombro, nonché si va ad aumentare la sua massa e, in un'ottica di contenimento dei pesi, ciò è ovviamente da evitare. Nel nostro caso, tale condizione è soddisfatta.

### Andamento della velocità motore (motore monocilindrico)

Il calcolo della **velocità angolare istantanea** può essere effettuato mediante la relazione (37), ricavata dall'integrazione della (24) tra 0 e un generico angolo di manovella.

$$\omega(\theta) = \sqrt{\omega_0^2 + \frac{2}{J} [L_m(\theta) - L_r(\theta)]} \quad (37)$$

Per definire la velocità angolare  $\omega_0$  (questa non può essere nota ad inizio ciclo) si procede con il calcolo per iterazione; a tale scopo, si fa un'ipotesi, di primo tentativo, ponendo tale velocità pari alla velocità angolare media ottenendo la relazione (38):

$$\omega_I(\theta) = \sqrt{\omega_{media}^2 + \frac{2}{J} [L_m(\theta) - L_r(\theta)]} \quad (38)$$

Per mezzo del metodo dei trapezi ricaviamo la **media integrale di primo tentativo**  $\overline{\omega}_I$ .

A questo punto si calcola lo **scarto di velocità**, cioè la differenza tra la velocità media di primo tentativo appena ricavata e la velocità media del motore:

$$s = \overline{\omega}_I - \omega_{media} \quad (39)$$

Questa grandezza, sottratta alla velocità iniziale di primo tentativo  $\omega_I(\theta)$ , ci fornirà la nuova velocità corretta (iteriamo solo una volta poiché il primo scarto è già molto minore di uno):

$$\omega(\theta) = \omega_I(\theta) - s \quad (40)$$

Si ottiene così, per il caso di motore monocilindrico, l'andamento della velocità motore rappresentato nella figura 10.

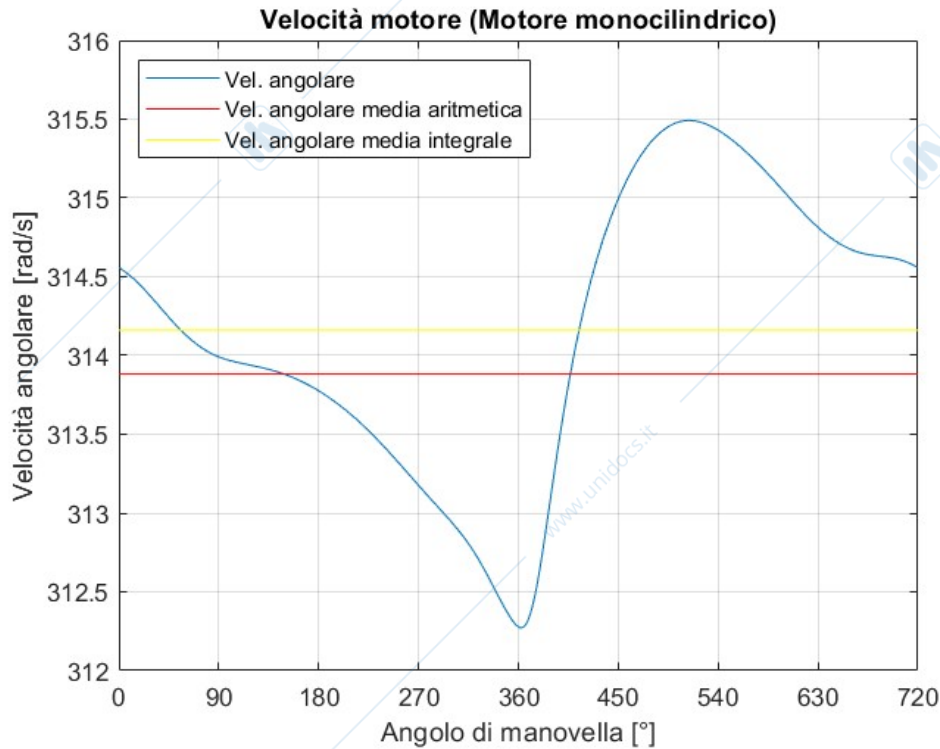


Figura 10 – Andamento della velocità angolare del motore (motore monocilindrico)

Dalla *figura 10* si può notare come la differenza tra la velocità media aritmetica e la velocità media integrale sia minima; quindi la scelta, in prima approssimazione, di assumerle uguali nel dimensionamento del volano risulta essere corretta; inoltre, si può osservare come le velocità di inizio e fine ciclo siano uguali, come detto in precedenza (condizioni stazionarie).

La *figura 11* mostra invece un digramma di sintesi in cui sono riportati gli andamenti dei momenti e della velocità angolare del motore, in funzione dell'angolo di manovella.

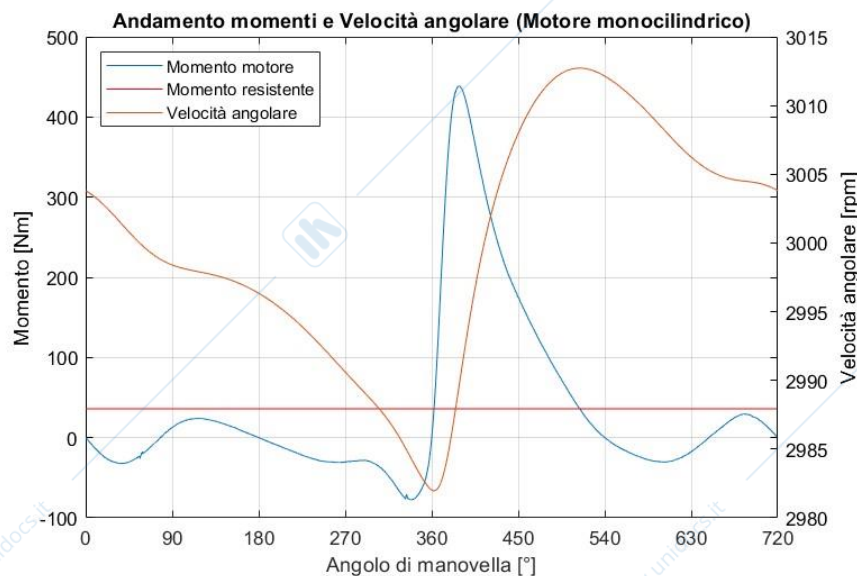


Figura 11 – Andamento momenti e velocità angolare (motore monocilindrico)

Osservando la *figura 11*, si può notare come, per valori di momento motore inferiori al momento resistente, la velocità angolare abbia un andamento decrescente (decelerazione) fino ad un valore minimo dove il momento motore e quello resistente coincidono. Da questo punto in poi, ovvero per valori di momento motore maggiori al momento resistente, viceversa si ha un andamento crescente (accelerazione) fino ad un valore massimo dove, ancora una volta, momento motore e resistente coincidono. Da qui in poi, sotto l'azione del momento resistente, maggiore di quello motore, la velocità angolare ricomincia a decrescere.

## Motore pluricilindrico

Dal momento che l'erogazione della coppia nel motore monocilindrico risulta troppo disomogenea, si prosegue l'analisi, in modo analogo a quanto fatto precedentemente, valutando gli effetti di diversi gradi di frazionamento della cilindrata sul momento motore. L'andamento della coppia è stato così determinato applicando la regola dello sfasamento uniforme tra i cilindri, cioè considerando uno sfasamento pari a:

$$\Delta\varphi = \frac{4\pi}{i} = \frac{720^\circ}{i} \text{ con } i = \text{numero cilindri} \quad (41)$$

Si effettua l'analisi per i seguenti tre casi:

- 1) Motore 2 cilindri  $\rightarrow \Delta\varphi = 360^\circ$ ;
- 2) Motore 4 cilindri  $\rightarrow \Delta\varphi = 180^\circ$ ;
- 3) Motore 6 cilindri  $\rightarrow \Delta\varphi = 120^\circ$ .

Per il calcolo dei momenti, dei lavori e per il relativo dimensionamento del volano, le equazioni utilizzate risultano essere le stesse adottate nel caso di motore monocilindrico; per tale ragione si riportano di seguito (*figure 12-26*) solo i diagrammi di tali grandezze, ottenuti dall'analisi.

### Motore 2 cilindri

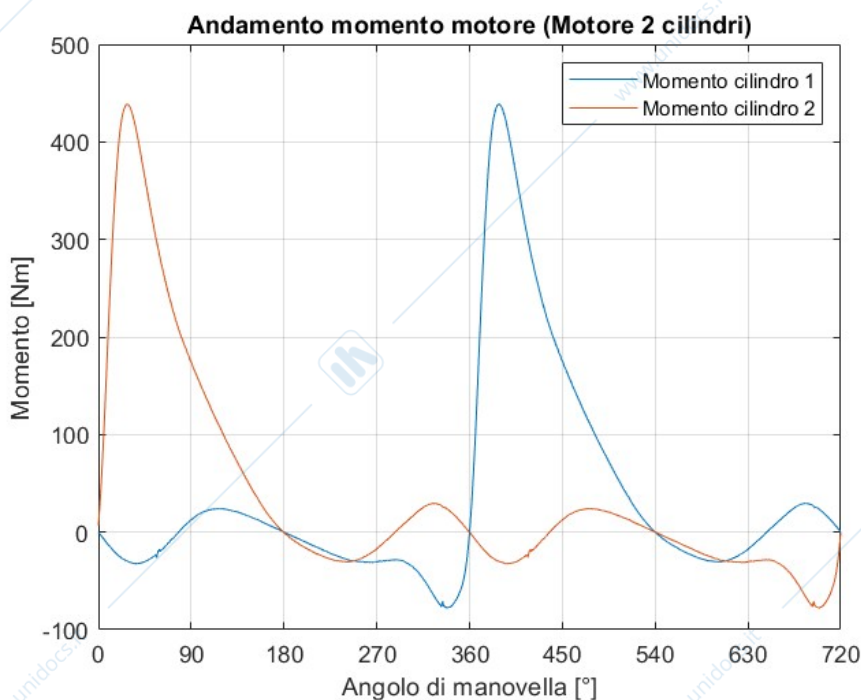


Figura 12 – Andamento del momento motore (motore 2 cilindri)

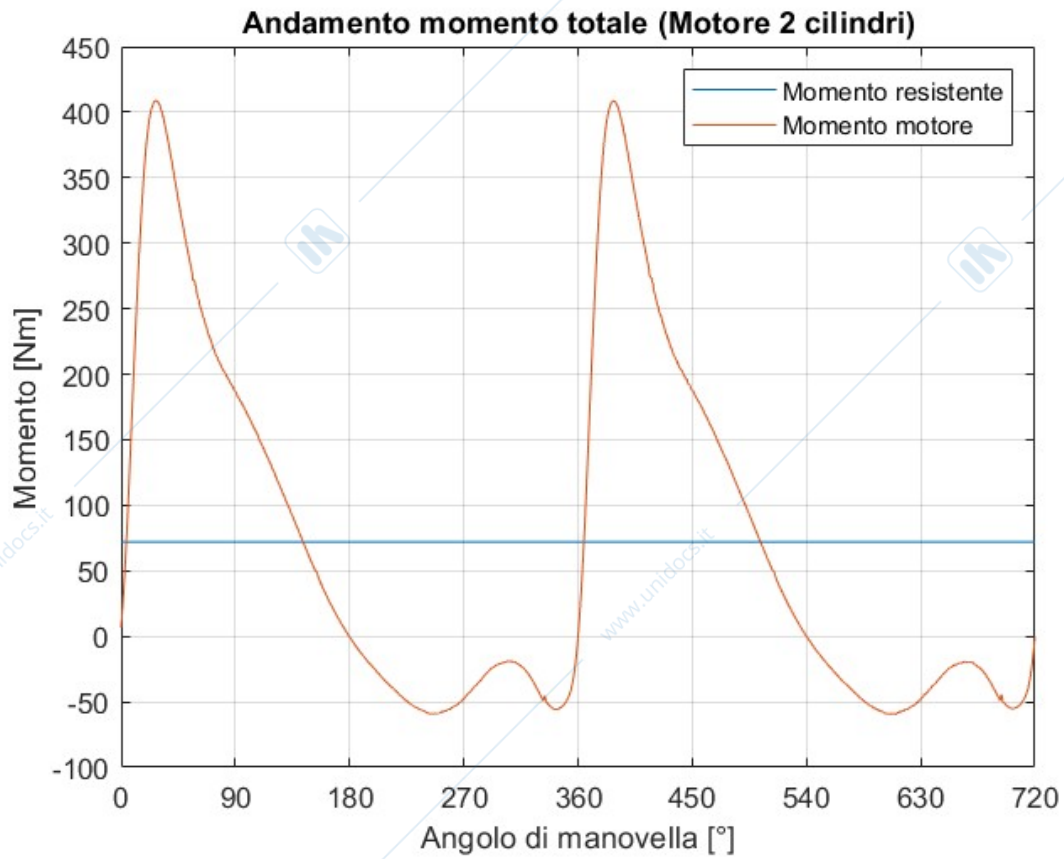


Figura 13 – Andamento del momento totale (motore 2 cilindri)

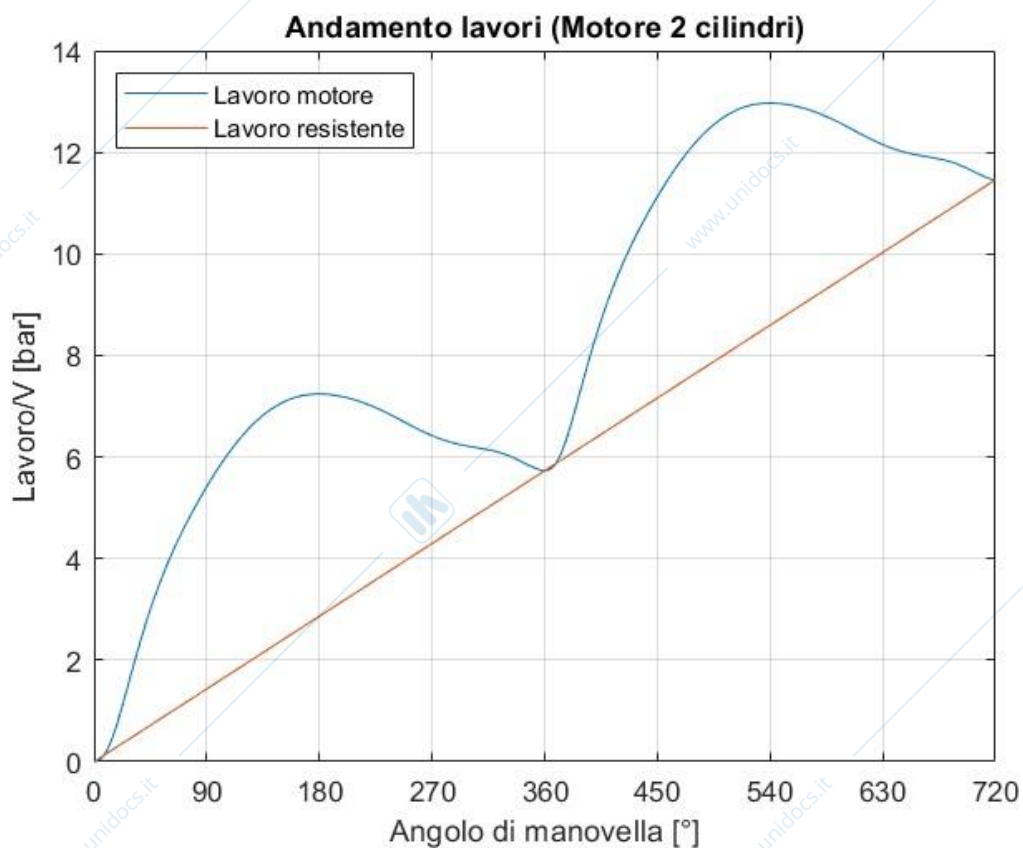


Figura 14 – Andamento del lavoro motore e del lavoro resistente (motore 2 cilindri)

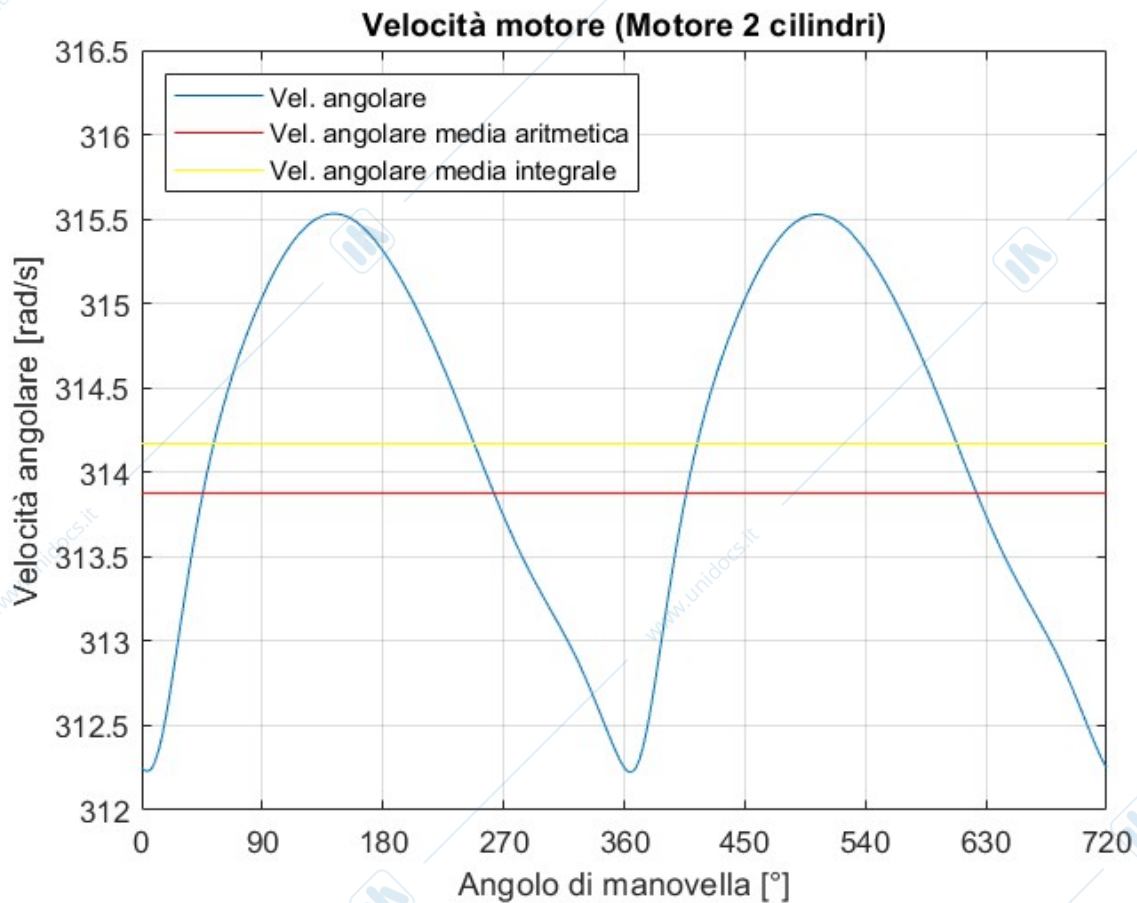


Figura 15 – Andamento della velocità angolare del motore (motore 2 cilindri)

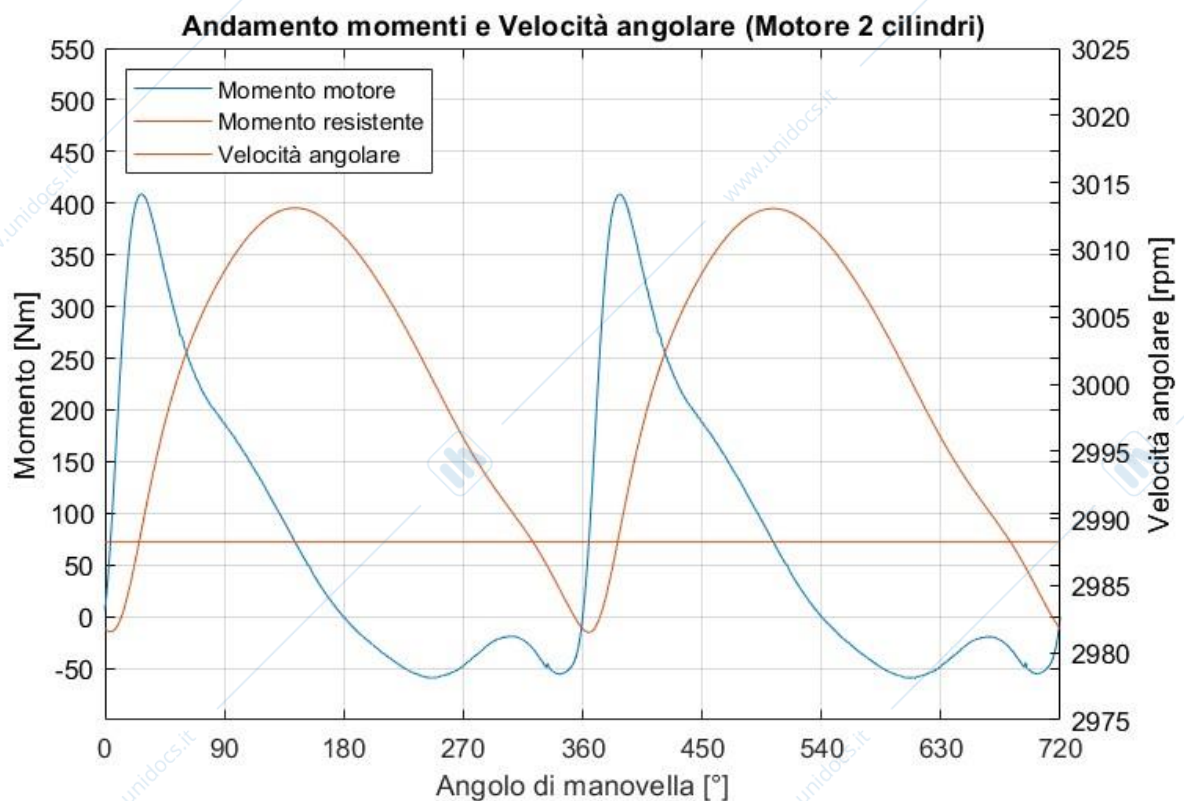


Figura 16 – Andamento momenti e velocità angolare (motore 2 cilindri)

## Motore 4 cilindri

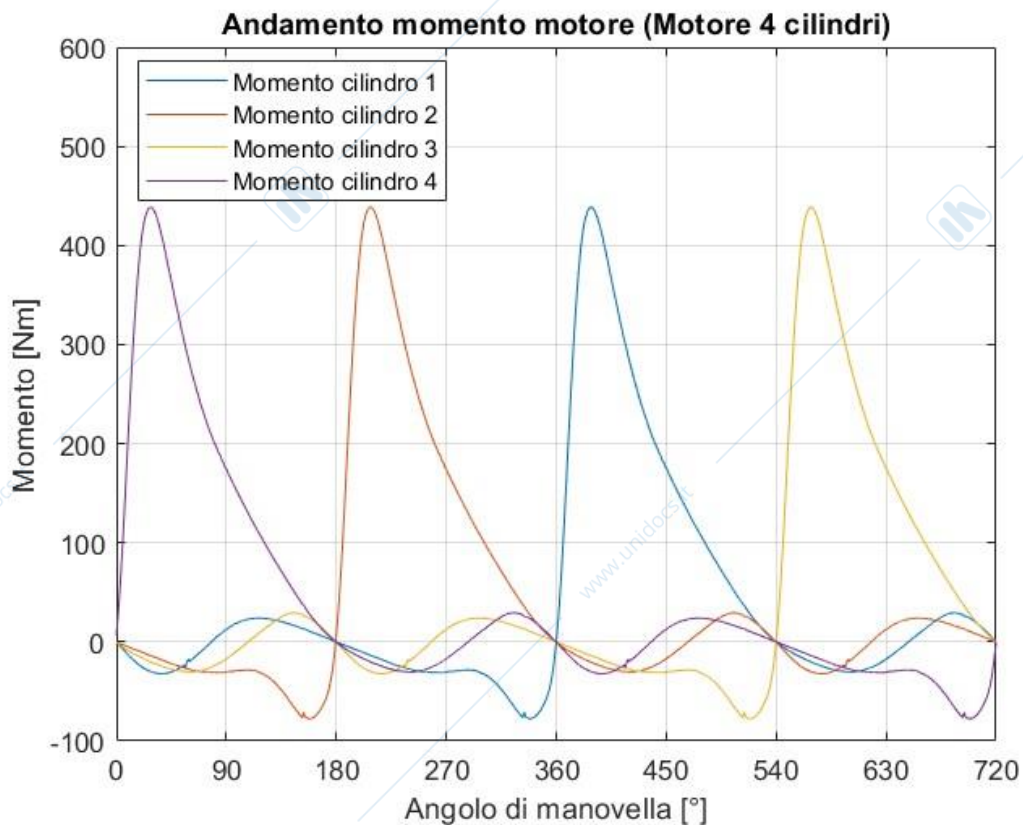


Figura 17 – Andamento del momento motore (motore 4 cilindri)

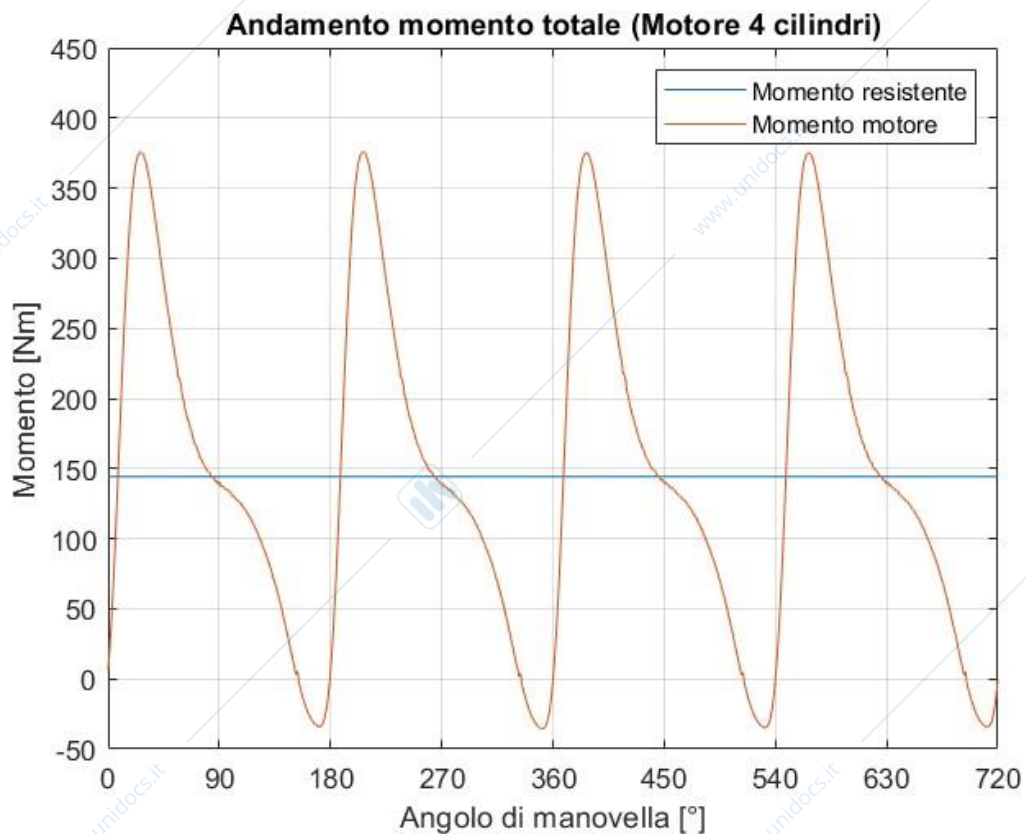


Figura 18 – Andamento del momento totale (motore 4 cilindri)

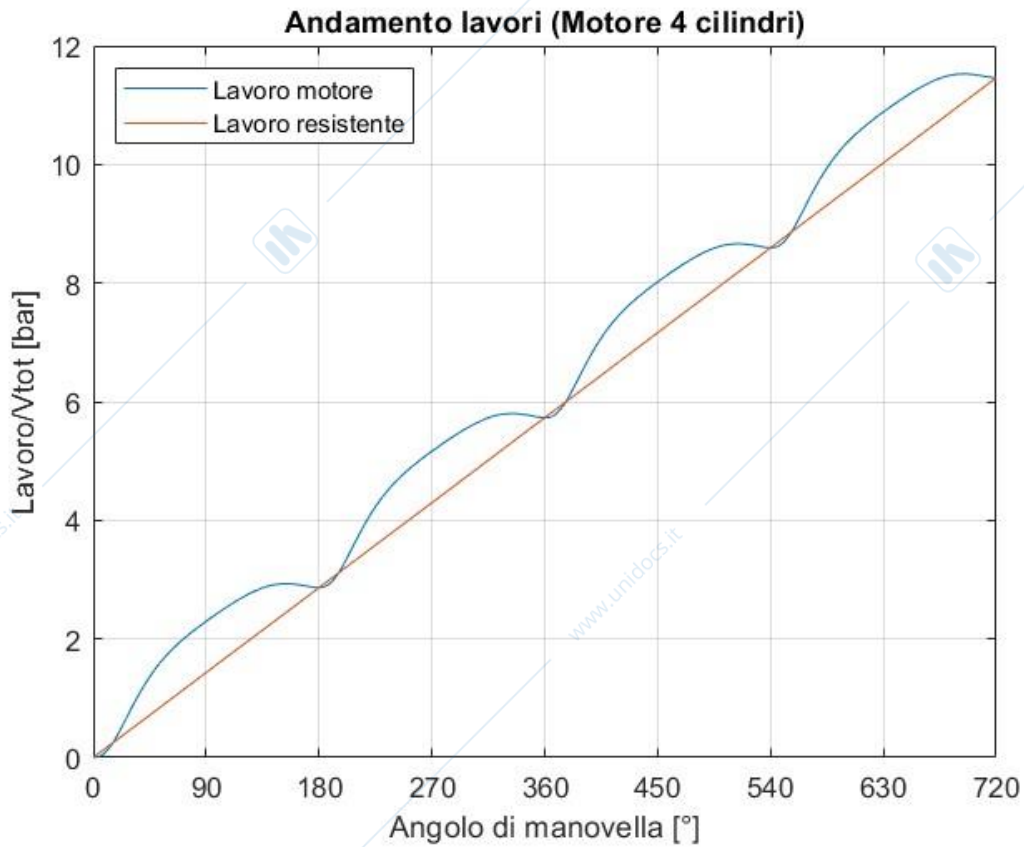


Figura 19 – Andamento del lavoro motore e del lavoro resistente (motore 4 cilindri)

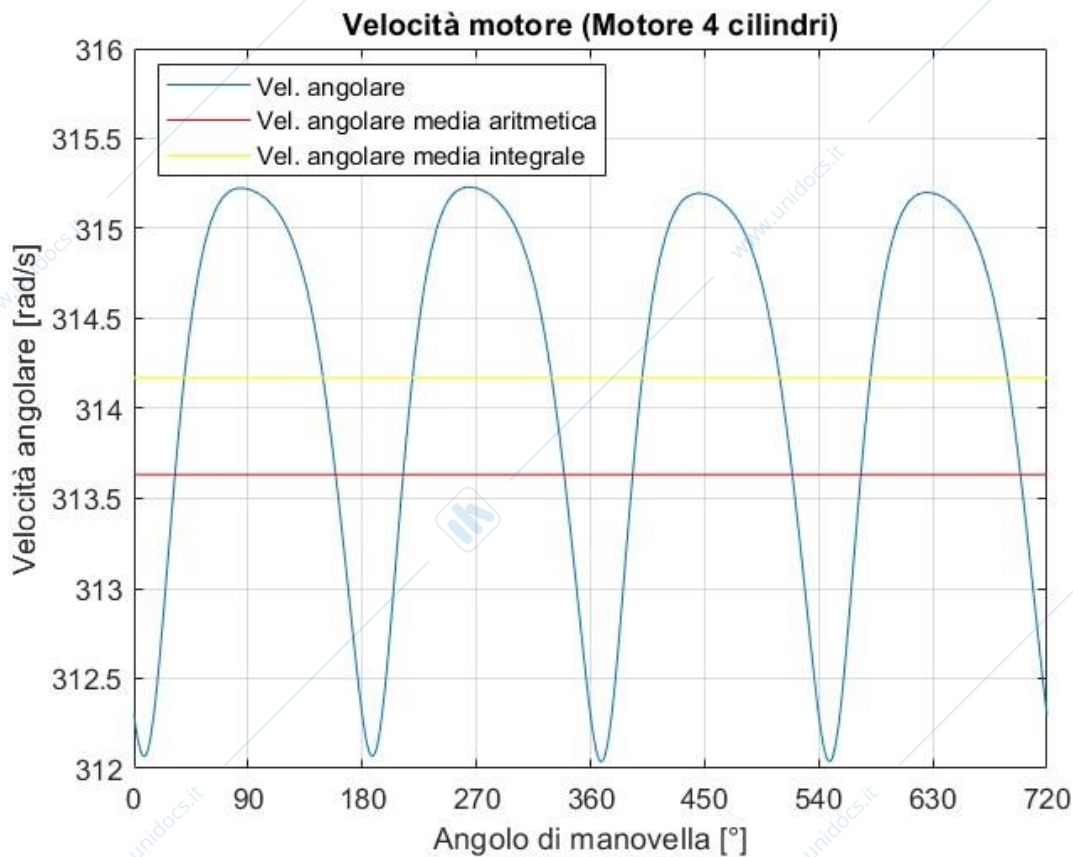


Figura 20 – Andamento della velocità angolare del motore (motore 4 cilindri)

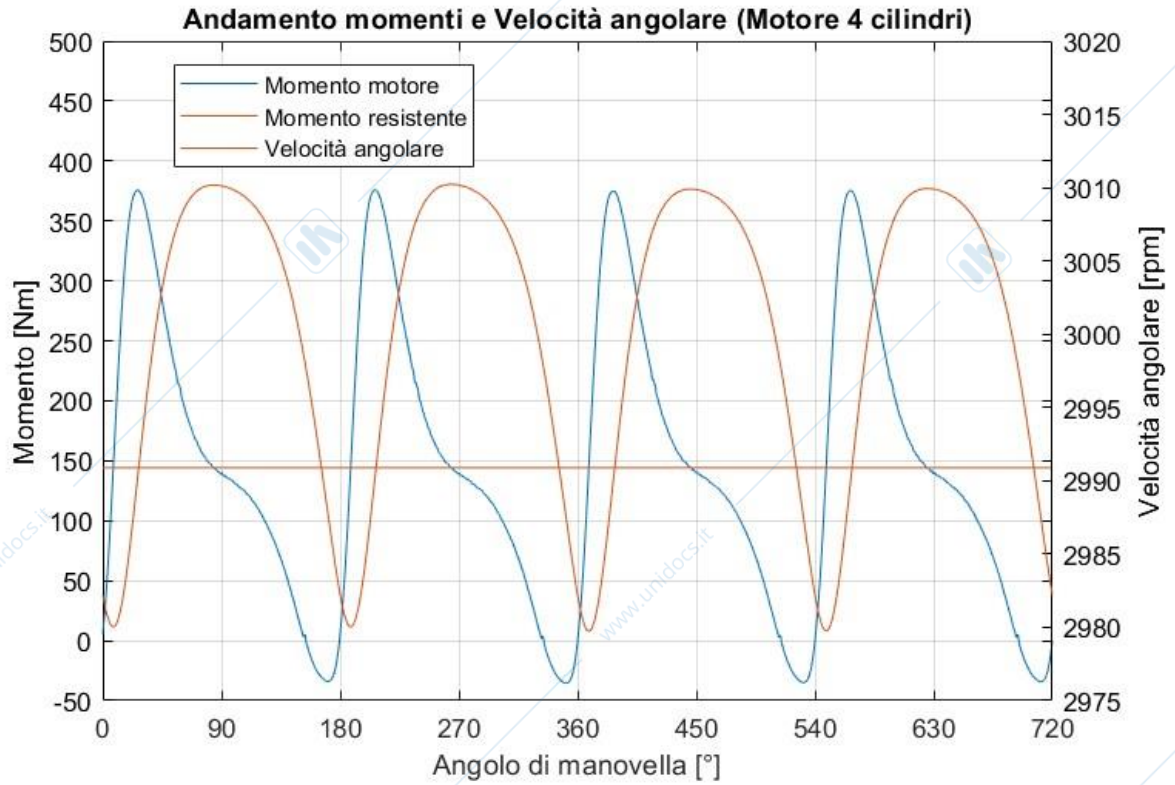


Figura 21 – Andamento momenti e velocità angolare (motore 4 cilindri)

Motore 6 cilindri

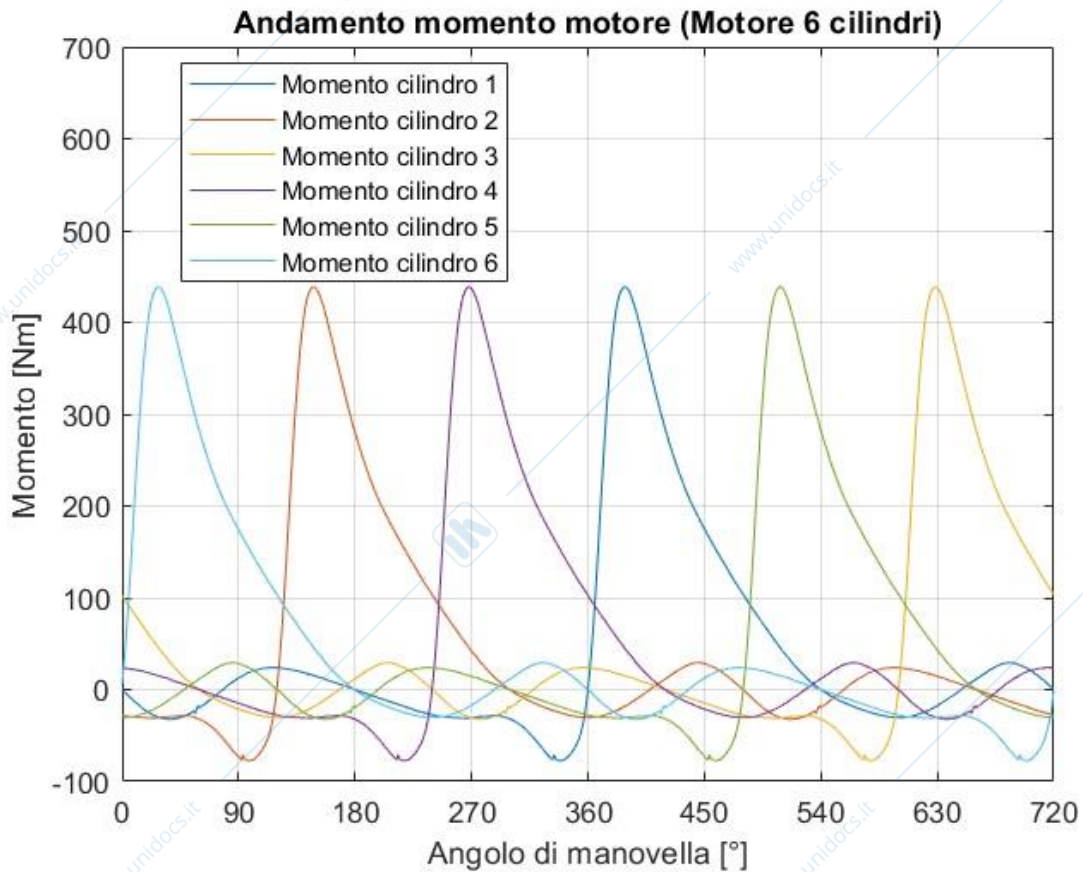


Figura 22 – Andamento del momento motore (motore 6 cilindri)

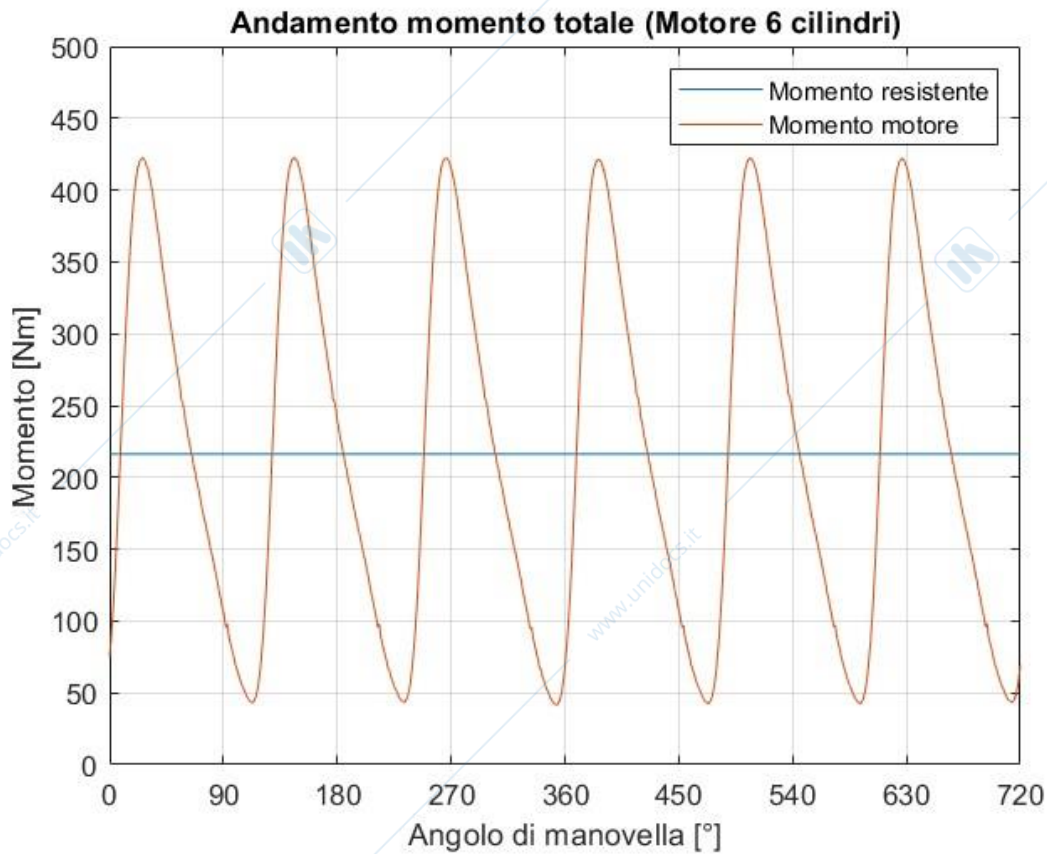


Figura 23 – Andamento del momento totale (motore 6 cilindri)

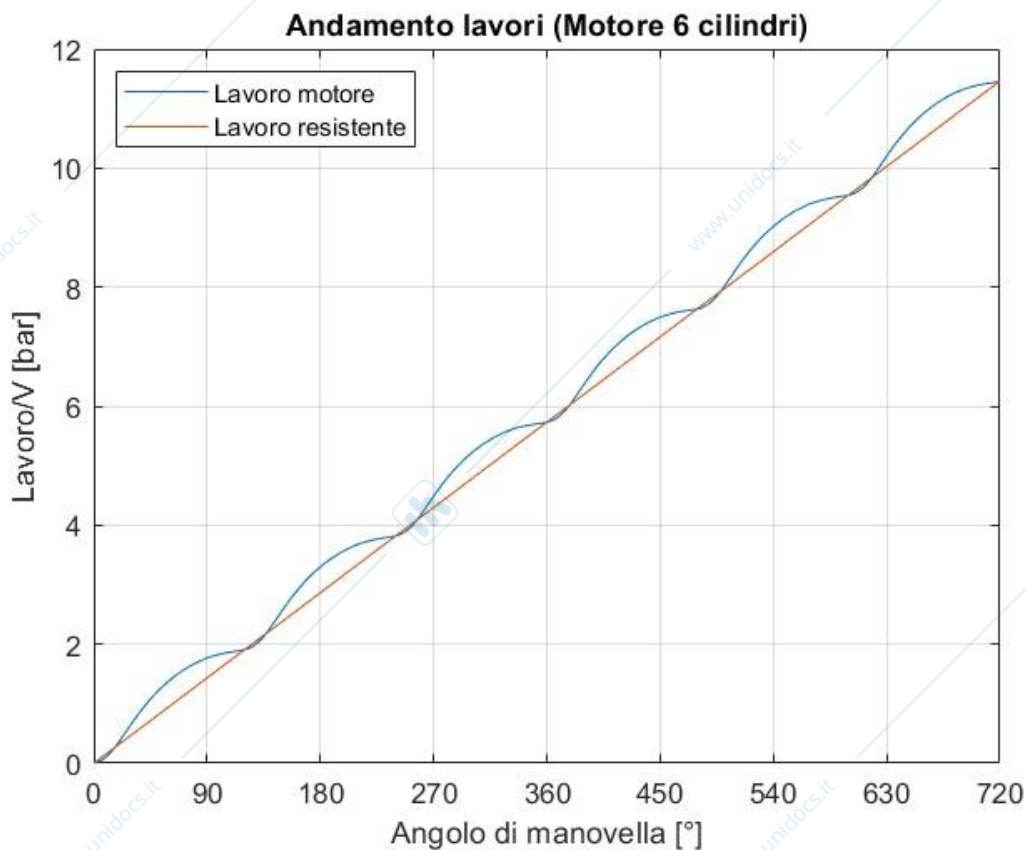


Figura 24 – Andamento del lavoro motore e del lavoro resistente (motore 6 cilindri)

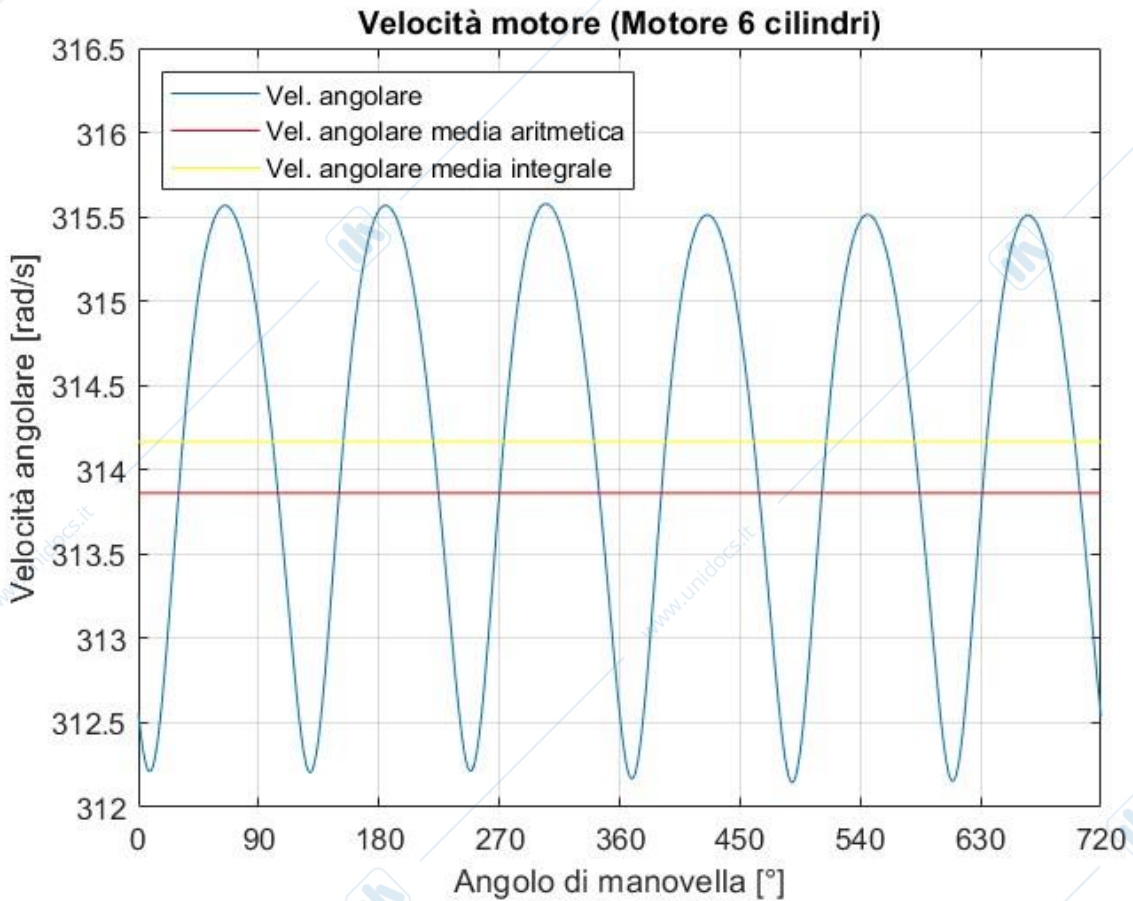


Figura 25 – Andamento della velocità angolare del motore (motore 6 cilindri)

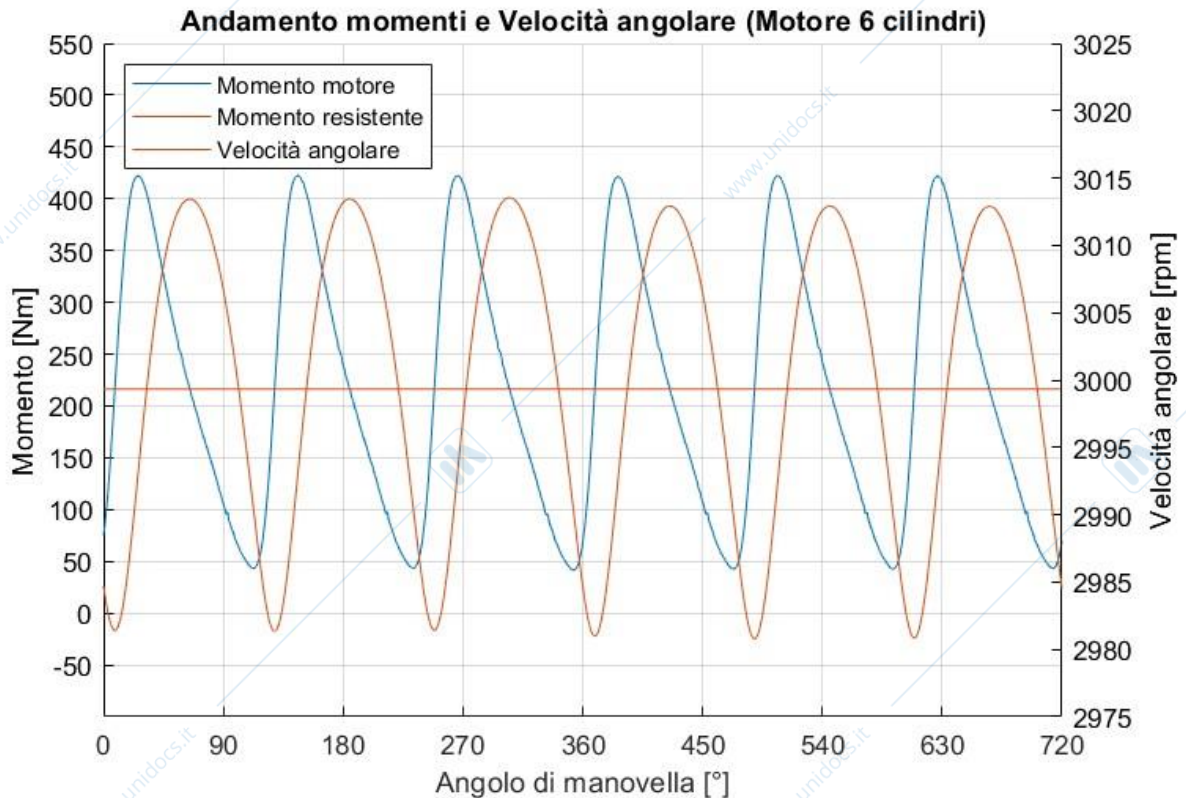


Figura 26 – Andamento momenti e velocità angolare (motore 6 cilindri)

## Analisi in frequenza della coppia motore

Nota la velocità di rotazione del motore ( $n=3000 [rpm]$ ), per tracciare lo **spettro in frequenza della coppia motore** dobbiamo calcolare, appunto, la **frequenza**, la quale risulta variabile a seconda del grado di frazionamento della cilindrata. Tale frequenza si ottiene attraverso la relazione **(42)**:

$$f[Hz] = \left( \frac{\frac{n[rpm]}{60} \cdot 360^\circ}{720^\circ} \right) \cdot i \quad (42)$$

Dove:

- $\frac{n[rpm]}{60} \cdot 360^\circ =$  Intervallo angolare complessivo;
- $720^\circ =$  Intervallo angolare del ciclo motore;
- $i =$  Numero dei cilindri.

Il termine tra parentesi prende il nome di **frequenza fondamentale**.

Nella *tabella 7* sono riportate le frequenze calcolate per i vari gradi di frazionamento della cilindrata.

Numero dei cilindri	Frequenza [Hz]
1	25
2	50
4	100
6	150

Tabella 7 – Frequenze in funzione del numero dei cilindri

Di seguito (*figure 27-30*) sono riportati i diagrammi degli spettri in frequenza della coppia motore per i vari gradi di frazionamento della cilindrata; da questi si può osservare come il valore di coppia motore, per una frequenza nulla, corrisponda al momento motore medio.

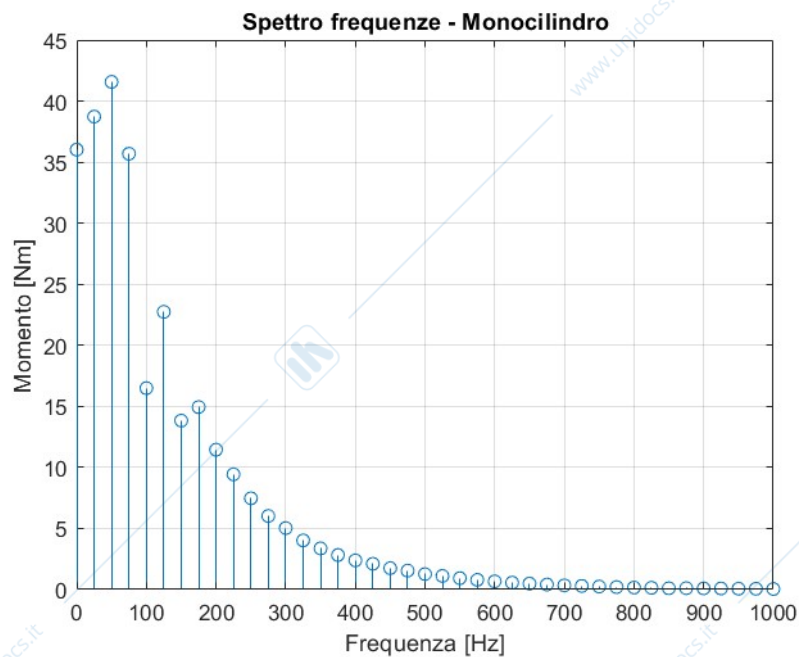


Figura 27 – Spettro frequenze coppia motore - Monocilindro

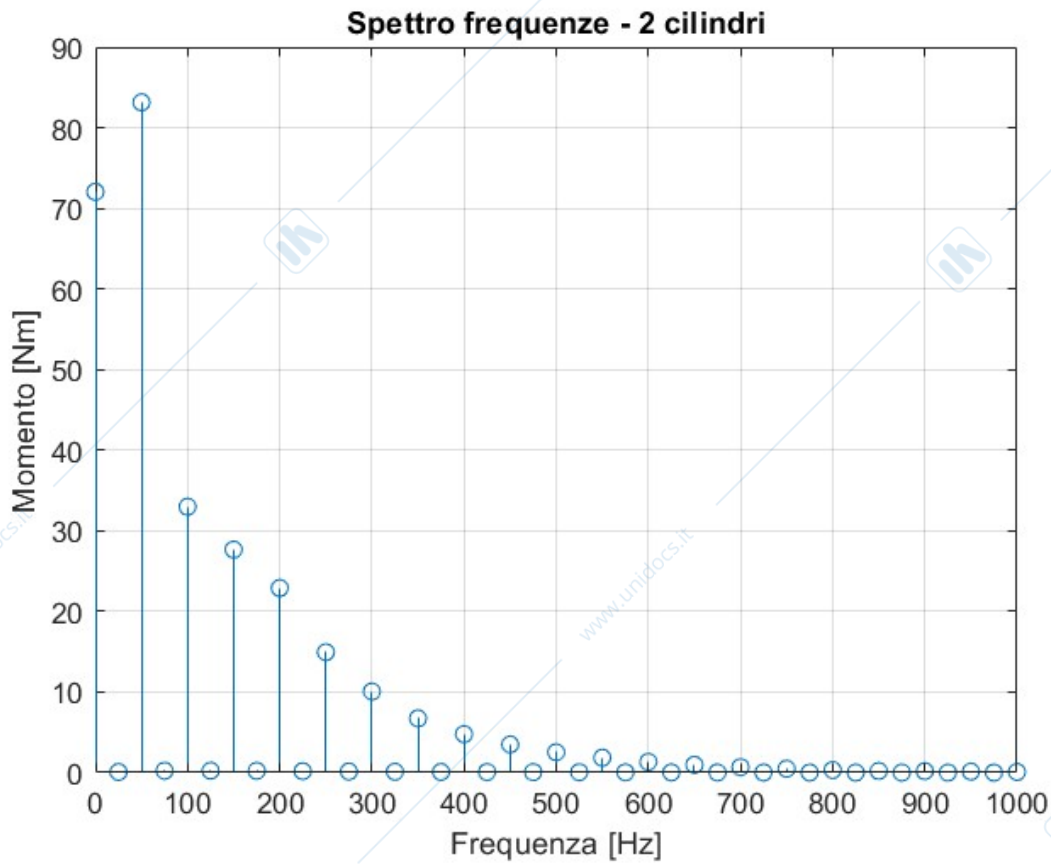


Figura 28 – Spettro frequenze coppia motore - 2 cilindri

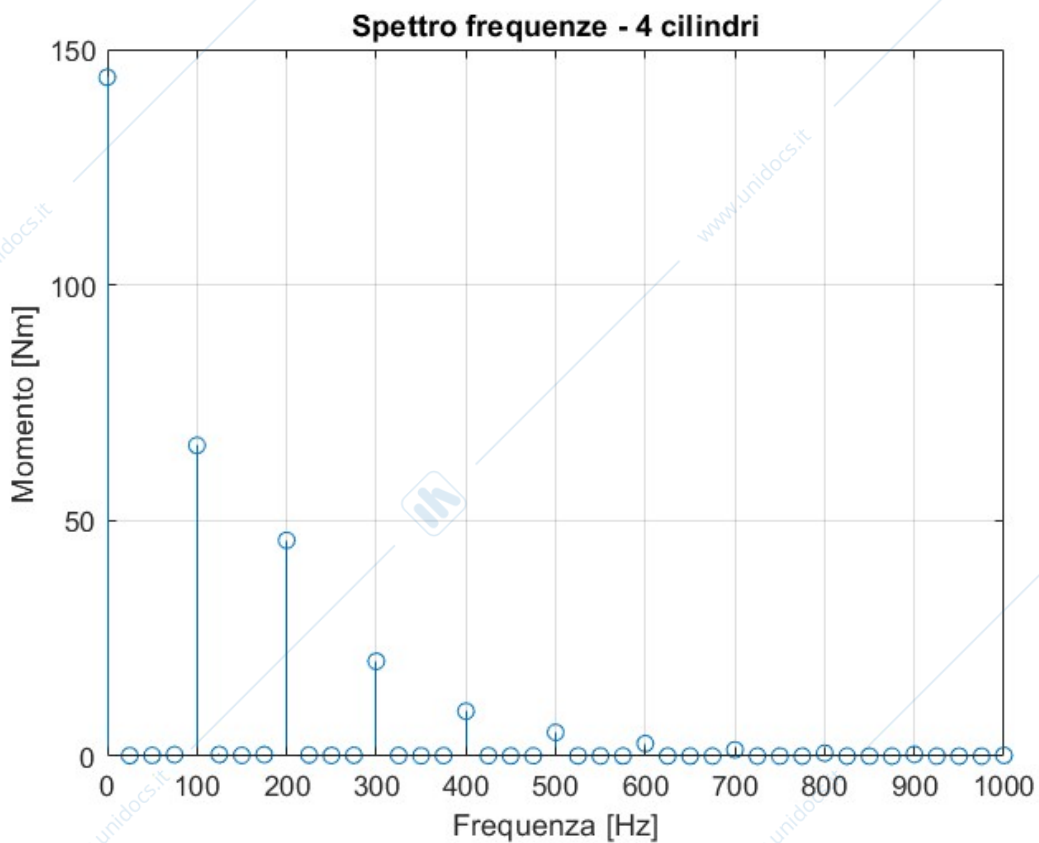


Figura 29 – Spettro frequenze coppia motore - 4 cilindri

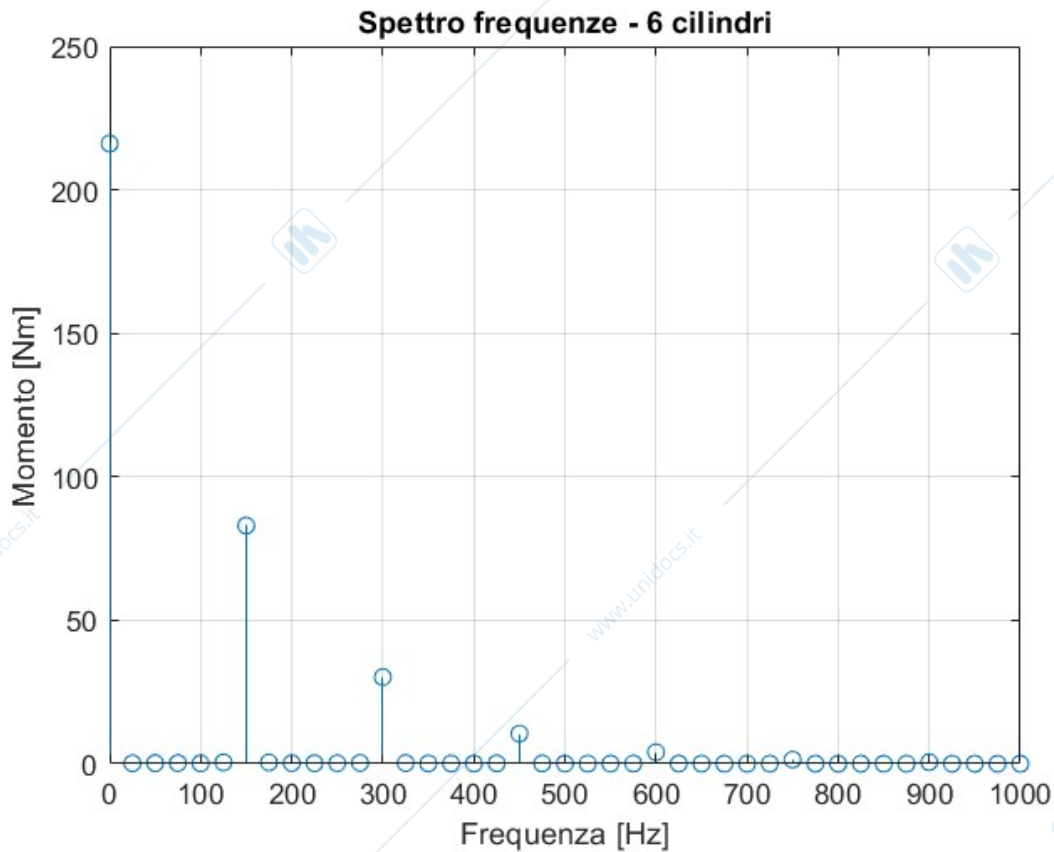


Figura 30 – Spettro frequenze coppia motore - 6 cilindri

## Conclusioni

Nella *tabella 8* sono riportati, per un più semplice confronto, i valori del momento d'inerzia del volano e del suo diametro, in relazione ai vari gradi di frazionamento della cilindrata. Si può notare come, all'aumentare del frazionamento (aumento dei cilindri), il momento d'inerzia del volano diminuisca, con una conseguente riduzione delle sue dimensioni; questo si verifica in quanto, con l'aumento del frazionamento, diminuisce l'eccesso di lavoro motore rispetto a quello resistente e, come verificabile nei precedenti grafici del lavoro motore, quest'ultimo risulta essere tendente al valore del lavoro resistente.

È bene sottolineare che il lavoro motore viene assorbito, sotto forma di energia cinetica, da parte del volano e questo assorbimento ha come conseguenza che le oscillazioni di velocità angolare diminuiscono.

Numero cilindri	Momento d'inerzia del volano [ $kgm^2$ ]	Diametro del volano [mm]	Intervallo di validità del diametro volano [mm]
1	0,464	361	VERIFICATO
2	0,36	343	VERIFICATO
4	0,149	288	VERIFICATO
6	0,11	271	VERIFICATO

Tabella 8 – Variazione momento d'inerzia e diametro del volano in funzione del numero dei cilindri