

## Appunti per i Corsi di: Interazione delle particelle con la materia e Rivelatori di Particelle

Emilio Chiavassa

Mauro Gallio

Ermanno Vercellin

Luglio 2007

### **Interazione di particelle con la materia**

#### Interazione delle particelle cariche con la materia

Si vuole studiare il comportamento di una particella carica veloce nella materia.

Il processo da considerare e' l'interazione coulombiana della particella carica con gli atomi della materia.

E' un processo con sezione d'urto dell'ordine di  $10^{-20}$  cm<sup>2</sup>.

Tipicamente cio' corrisponde nei gas ad un numero di urti dell'ordine della decina per cm per una particella veloce di carica unitaria. La particella subisce nel suo cammino una serie di urti in cui perde energia cinetica trasferendola agli elettroni della materia; come vedremo in alcuni urti l'elettrone sara' liberato dall'atomo (ionizzazione) in altri sara' portato in uno stato atomico eccitato da cui decadra', in tempi caratteristici dell'atomo, emettendo fotoni.

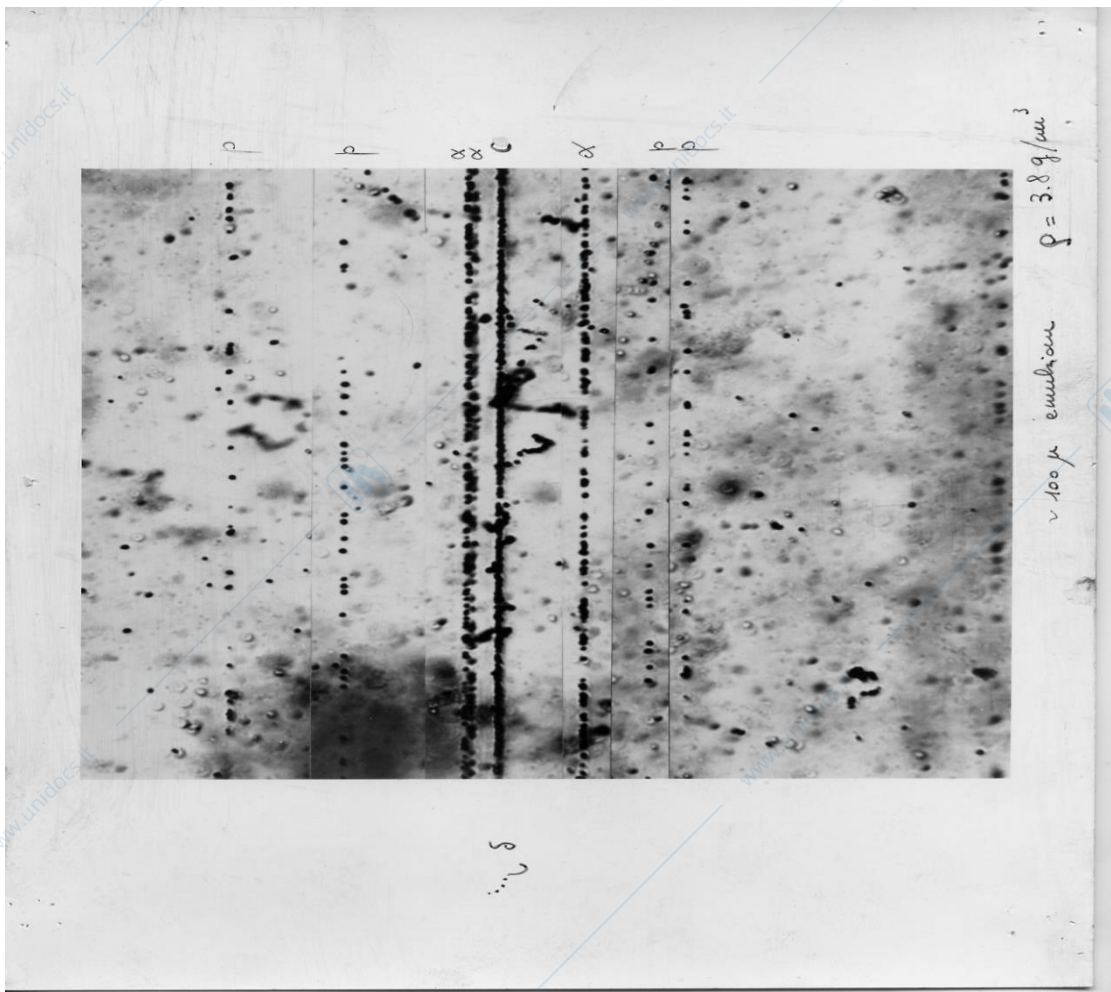
In conseguenza di questi processi le particelle cariche lasciano tracce nella loro traiettoria (Fig 1). Si puo' notare come le tracce siano diverse per ogni tipo di particella. In particolare i segnali generati per unita' di lunghezza dipendono dalla  $z$  della particella: le tracce sono piu' dense tanto piu' la particella ha una  $z$  alta.

Si puo' fare un calcolo classico dell'energia persa per unita' di percorso dalla particella carica facendo ricorso alla figura 2 e basandosi su due assunzioni

a) la velocita' dell'elettrone atomico e' trascurabile rispetto a quella della particella incidente. L'elettrone e' considerato

fermo

- b) la massa della particella incidente e' grande rispetto a quella dell'elettrone; la particella riceve una quantita' di moto trascurabile nel singolo urto e continua nella sua direzione di moto. Ricordiamo che questa ipotesi e' sempre valida poiche' la massa dell'elettrone e' di 0.51MeV mentre la piu' leggera delle particelle cariche il  $\mu$  ha massa 105.6 MeV ed il protone ha massa 938.2 MeV

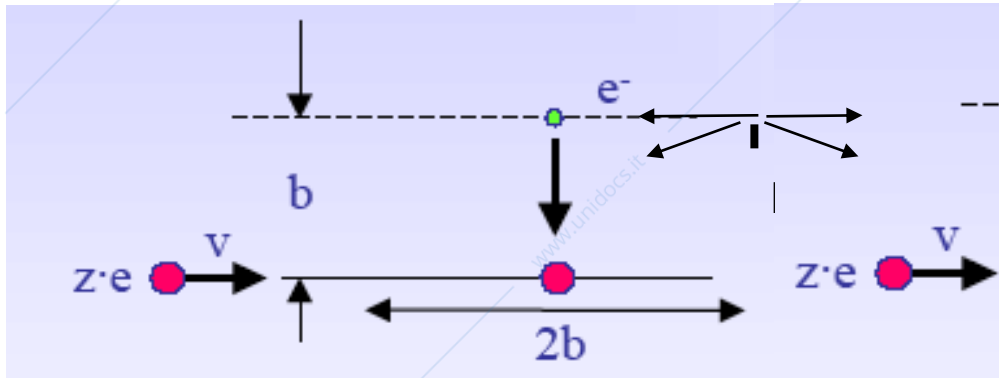


**Fig.1** Tracce di particelle cariche in emulsioni fotografiche.

In figura 2 e' rappresentato il caso dell'interazione di una

particella di carica  $z \cdot e$  e velocità  $v$  che transita ad una distanza minima  $b$  da un elettrone proveniente dall'infinito ed andando all'infinito.

Osservando la figura si nota che, data la simmetria del processo, la risultante delle forze che agiscono sull'elettrone ha componente diversa da zero solo nella direzione normale alla traiettoria della particella.



**FIG 2** Interazione di una particella carica con gli elettroni della materia

La particella occupa posizioni simmetriche rispetto alla minima distanza con l'elettrone fermo

L'elettrone subisce quindi una variazione di quantità di moto data da:

$$\Delta p = \int_{-\infty}^{+\infty} F_{\perp}(t) dt = e \int_{-\infty}^{+\infty} E_{\perp}(t) dt = \frac{e}{v} \int_{-\infty}^{+\infty} E_{\perp}(x) dx \quad 1.1$$

avendo posto  $dt=dx/v$  moltiplicando e dividendo per  $2\pi b$  si ha

$$\Delta p = \frac{e}{v} \frac{1}{2\pi b} \int_{-\infty}^{+\infty} E_{\perp}(x) 2\pi b dx \quad 1.2$$

La parte sotto integrale rappresenta il flusso del vettore  $E$  in un cilindro di raggio  $b$  e lunghezza infinita che per il teorema di Gauss vale  $\Phi = ze/\epsilon_0$  si ha quindi in definitiva:

$$\Delta p = \frac{ze^2}{2\pi\epsilon_0 bv} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2ze^2}{bv} \quad 1.3$$

L'energia trasferita all'elettrone (indicando con  $m$  la sua massa) e' quindi:

$$\Delta E = \frac{(\Delta p)^2}{2m} = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \frac{2z^2 e^4}{mb^2 v^2} \quad 1.4$$

Va osservato che la dipendenza dalla massa pone in evidenza come si possano trascurare, in questo caso, gli urti della particella con i protoni del mezzo di massa 938 MeV infatti

Si ha;

$$\frac{\Delta E_e}{\Delta E_p} \approx 4000$$

Si puo' ora calcolare l'energia persa dalla particella nel percorso  $dx$  nel mezzo formato da  $N$  atomi per unita' di volume con numero atomico  $Z$ .

In questo caso il numero di elettroni con distanza compresa tra  $b$  e  $b+db$  vale

$$d^2n = Z N dx 2\pi b db \quad 1.5$$

e l'energia persa dalla particella e':

$$d^2 E = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \frac{2z^2 e^4}{mbv^2} N Z dx 2\pi db \quad 1.6$$

Integrando su tutti i valori possibili di  $b$  si ricava l'energia persa dalla particella per unita' di percorso :

$$\frac{dE}{dx} = \left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right)^2 \frac{2z^2 e^4}{mv^2} 2\pi N Z \ln \left( \frac{b_{\max}}{b_{\min}} \right) \quad 1.8$$

Essendo ;

$b_{\min}$  = la minima distanza dall'elettrone che la particella puo' raggiungere

$b_{\max}$  = la massima distanza a cui la forza coulombiana produce effetti sull'elettrone

Si usa riscrivere questa formula ricordando che;

$$\left( \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right) \frac{e^2}{m^2 c^2} = r_0 = 2.810^{-15} m \text{ raggioclassicodell'elettrone}$$

$$v = \beta c \quad \text{e} \quad N = N_{AV} \rho / A$$

con  $\rho$  densita' ed  $A$  numero atomico del mezzo.

$$\frac{dE}{dx} = \frac{1}{\beta^2} 4\pi z^2 r_0^2 m c^2 N_{AV} \frac{\rho}{A} Z \ln \left( \frac{b_{\max}}{b_{\min}} \right) \quad 1.9$$

Raccogliendo tutte le grandezze che non dipendono ne' dal mezzo ne' dalla particella si definisce la costante

$$D = 4\pi r_0^2 m c^2 N_{AV} \quad 1.10$$

ottenendo infine:

$$\frac{dE}{dx} = D \frac{1}{\beta^2} z^2 \frac{\rho}{A} Z \ln \left( \frac{b_{\max}}{b_{\min}} \right) \quad 1.11$$

Occorre a questo definire i valori massimi e minimi di  $b$ .  
Si può osservare che usando la 1.4 si ha che

$$\ln \left( \frac{b_{\max}}{b_{\min}} \right) = \frac{1}{2} \ln \frac{E_{\max}}{E_{\min}} \quad 1.12$$

Per  $E_{\max}$  si può prendere l'energia massima che in urto una particella di massa grande rispetto all'elettrone può scambiare ossia:

$$E_{\max} = 2m\beta^2\gamma^2 c^2 / (1 - \beta^2)$$

Per quanto riguarda  $E_{\min}$  si deve che la particella in urti "lontani" la particella interagisce con più di un elettrone e che lo scambio minimo di energia è quello consentito dall'eccitazione di un livello atomico.

Si suole parametrizzare tutto questo ponendo

$$E_{\min} = I$$

con

$$I = 16 Z^{0.9} \text{ in eV}$$

Con queste assunzioni la formula classica di Bethe Bloch assume la forma

$$\frac{dE}{dx} = D \frac{1}{\beta^2} z^2 \frac{\rho}{A} Z \ln \left( \frac{2m\gamma^2\beta^2 c^2}{I(1 - \beta^2)} \right) \quad 1.13$$

Si deve ricordare a questo punto che il calcolo è puramente classico.

In realta' la perdita di energia avviene per il susseguirsi di urti con gli elettroni del mezzo

$$\frac{dE}{dx} = \sum E_i$$

con la sommatoria estesa a tutti gli n urti della particella nel tratto  $dx$

Come gia' detto ci sono due tipi di urto vicini nei quali l'elettrone puo' considerarsi libero e lontani per cui l'urto e' sul sistema atomico.

Si puo' scrivere che la perdita di energia specifica vale

$$\frac{dE}{dx} = n_a Z \int_{W_{\min}}^{W_{\max}} W \frac{d\sigma}{dW} dW \quad 1.14$$

con  $\frac{d\sigma}{dW}$  uguale alla sezione d'urto per la perdita di energia  $W$  di una particella con energia  $E$  in uno scattering Mott su di un elettrone ed  $n_a$  il numero di atomi per unita' di volume. Con questo calcolo si giunge ad una espressione piu' completa per la perdita di energia che risulta essere:

$$\frac{dE}{dx} = D \frac{1}{\beta^2} z^2 \frac{\rho}{A} Z \left\{ \ln \left( \frac{2m\gamma^2 \beta^2 c^2}{I} \right) - \beta^2 \right\} \quad 1.15$$

Questa non e' ancora la versione definitiva della perdita di energia poiche' vanno introdotte due correzioni ; ad alta energia il campo elettrico della particella si estende relativisticamente portando un contributo alle collisioni lontane pero' il mezzo si polarizza e diminuisce l'importanza di questo contributo.

Per tenere conto di questi fatti si introduce un termine  $\delta/2$  detto di densita' che vale

$$\delta/2 = \ln \frac{\hbar \omega_p}{I} + \ln \beta \gamma - 1/2 \quad 1.16$$

con  $\omega_p$  frequenza di plasma del mezzo che vale

$$28.8 \sqrt{\rho(Z/A)} \text{ eV per } \rho \text{ in } \text{gcm}^{-3}$$

a bassa energia occorre tenere conto gli elettroni non sono liberi e quelli delle shell piu' interne sono schermati .

Si introduce per questo motivo un termine  $C/Z$  che da' contributi solo a basse velocita' della particella incidente.

Con queste correzioni la formula di Bethe e Bloch per la determinazione della perdita di energia specifica di una particella carica in un mezzo diventa:

$$\frac{dE}{dx} = D \frac{1}{\beta^2} z^2 \frac{\rho}{A} Z \left\{ \ln \left( \frac{2m\gamma^2 \beta^2 c^2}{I} \right) - \beta^2 - \delta/2 - C/Z \right\} \quad 1.17$$

Questa formula da' la perdita di energia per unita' di percorso

Osservando infine che la dipendenza del mezzo e' nella sua densita' ed in  $Z/A$  che pero' varia debolmente da 0.5 a 0.38 andando dal He al U con l'eccezione del  $H_2$  si e' soliti scrivere la perdita di energia specifica dividendola per  $\rho$  ed esprimendola in energia per massa su lunghezza al

quadrato

$$\frac{dE}{d\zeta} = \frac{1}{\rho} \frac{dE}{dx} = D \frac{1}{\beta^2} z^2 \frac{Z}{A} \left\{ \ln \left( \frac{2m\gamma^2 \beta^2 c^2}{I} \right) - \beta^2 - \delta/2 - C/Z \right\} \quad 1.18$$

Si usa presentare numericamente questa formula nelle unita' di misura per cui l'energia e' valutata in MeV , la densita' in grammi al  $\text{cm}^3$  e la perdita di energia in MeV per grammi al  $\text{cm}^2$ . In queste unita' si ha

$$D=0.307 \text{ Mevcm}^2$$

In figura 3 e' riportato l'andamento della perdita di energia per  $\mu$  in un ampio intervallo di quantita' di moto;

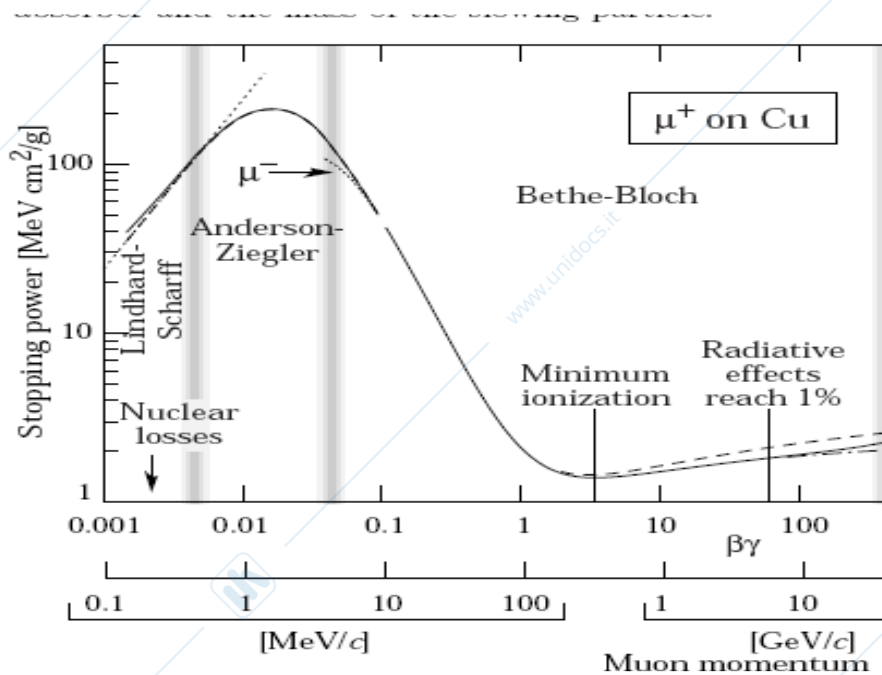


Figura 3 Perdita di energia di un mesone  $\mu$  (carica unitaria) in Cu

Osservando la figura si possono distinguere diverse zone in funzione di  $\beta\gamma$ ;

**$\beta\gamma < 0.007$**  La formula di Bethe Bloch non e' piu' valida.

In effetti la particella raggiungendo velocita' compatibili con quelle degli elettroni atomici tende ad assorbirli: la sua carica media si annulla e la perdita di energia specifica va a zero

**$0.007 < \beta\gamma < 0.08$**  Il fenomeno precedentemente descritto comincia ad essere compensato dal termine  $1/\beta^2$

**$0.1 < \beta\gamma < 1$**  La perdita di energia specifica

e' dominata dal termine  $1/\beta^2$  e varia rapidamente

**$1 < \beta\gamma < 4$**

La diminuzione della perdita energia specifican dovuta a  $1/\beta^2$  e' compensata dalla crescita del termine logaritmico  $\beta^2\gamma^2$  ;

La curva raggiunge il minimo per  $\beta\gamma \sim 3.5$  ad un valore di circa  $1.5/2 \text{ MeV cm}^2/\text{g}$ .

Dalla figura 4 si puo' notare come questo minimo sia comune alle particelle con carica  $z=1$  e come la sua posizione vari poco con la Z del mezzo passando da  $\beta\gamma 3.5$  a  $3.0$  quando la Z varia da 7 a 92.

I valori della perdita specifica al minimo Variano anche essi con il variare di Z/A ma sono contenuti tra i 2 MeV del He e 1.15 MeV del Pb.

Come gia' notato fa eccezionel'idrogeno; poiche' il minimo e' largo si suole parlare di particelle al minimo (m.i.p.)

assumendo questi valori per calcolare in prima approssimazione l'energia persa.

Naturalmente in caso di particelle con  $z > 1$  la perdita di energia specifica va moltiplicata per  $z^2$

**$4 < \beta\gamma < 200$**  La perdita di energia risale lentamente con  $\ln\beta\gamma$

**$\beta\gamma > 200$**  La perdita di energia raggiunge un valore costante detto Plateau di Fermi che e' circa  $1.5-1.8$  maggiore del valore minimo per i gas e 1.1 volte il valore minimo per i solidi

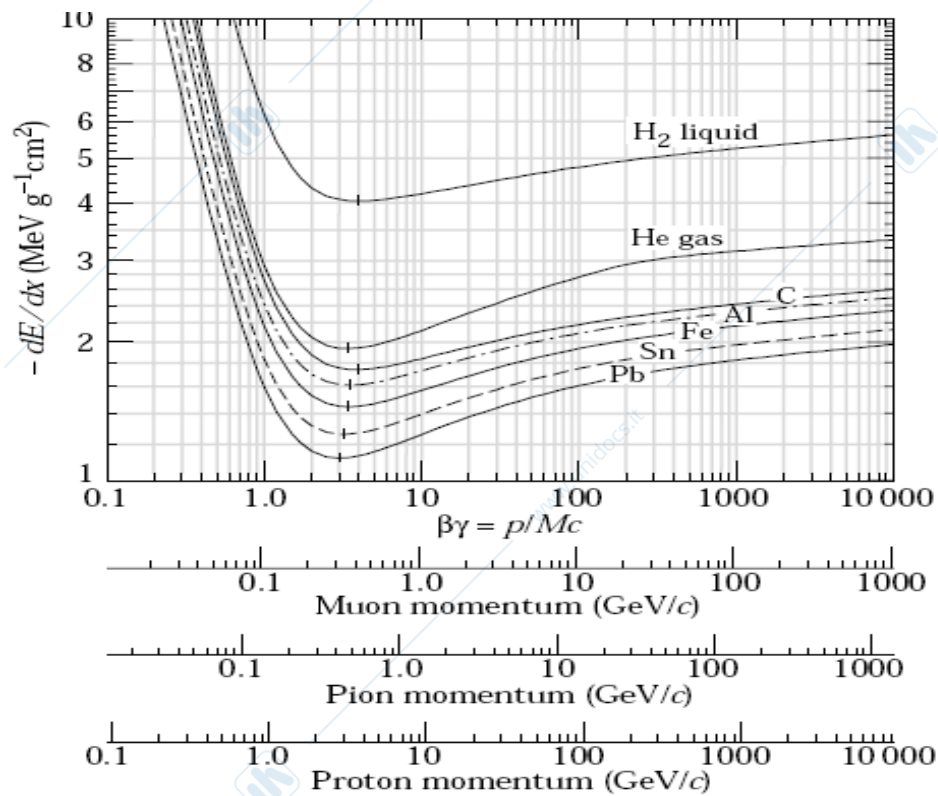


Figura 4 Perdita di energia di particelle di carica unitaria in mezzi diversi

## 1.2 Distribuzione della perdita di energia specifica

Come già detto la perdita di energia specifica di una particella carica in un mezzo è la conseguenza di una serie di urti con gli elettroni del mezzo stesso; l'energia scambiata dipende da  $b$  per gli urti vicini e dalla struttura atomica per gli urti lontani. In fig 5 è rappresentato il caso di un elettrone da 100 keV.

La perdita di energia fin qui calcolata si riferisce perciò ad un valore medio di una distribuzione che è conseguenza della perdita di energia nei singoli urti.

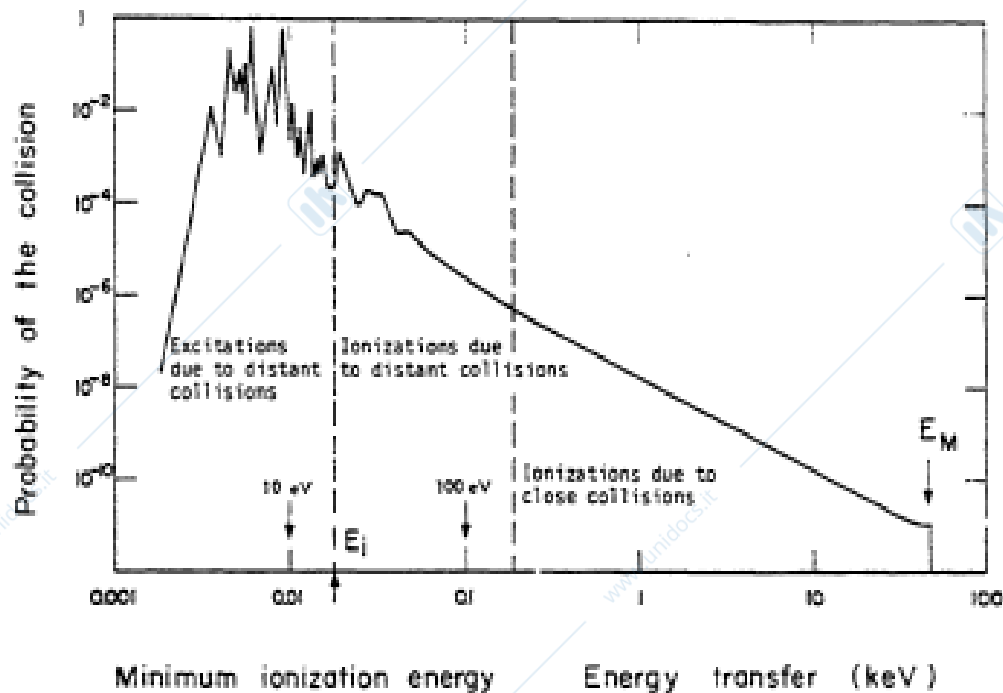


Fig 5 Probabilità di trasferimento di energia in un urto per un elettrone da 100 KeV in acqua

In fig 5 è riportata la probabilità di trasferimento di energia in un urto di un elettrone da 100 KeV in acqua.

Dalla figura appare chiaramente che quando l'energia scambiata è grande l'elettrone si comporta come libero e la perdita di energia per urto segue l'andamento descritto dalla 1.4: in questo caso l'atomo viene ionizzato e l'elettrone è libero di muoversi nel mezzo

Mentre per energie scambiate al di sotto del potenziale di ionizzazione l'elettrone viene portato in stati eccitati da cui decadrà emettendo fotoni.

Si può cercare di calcolare la distribuzione di probabilità dell'energia persa da una particella in un singolo urto muovendo dalla 1.4 che da l'energia scambiata in un urto con parametro di urto  $b$ .

Riscriviamo la 1.4 introducendo il simbolo  $\eta$  per l'energia scambiata:

$$\eta = \Delta E = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\right)^2 \frac{2z^2 e^4}{mb^2 v^2} = \frac{2r_0 mc^2 z^2}{b^2 \beta^2} \quad 1.19$$

La probabilita' di interazioni per g/cm<sup>2</sup> con scambio di energia  $\eta$  e' data da :

$$\Phi(\text{g}^{-1} \text{cm}^2) = \frac{N_{AV}}{A} Z \sigma(\text{cm}^2 / \text{atomo}) \quad 1.20$$

Assumendo che la sezione d'urto sia quella geometrica si avra'

$$\Phi(\eta) d\eta = \frac{N_{AV}}{A} 2\pi b db Z \quad 1.21$$

essendo  $2\pi b db$  l'area occupata dagli atomi con distanza compresa tra  $b$  e  $b+db$ .

Differenziando la 1.19 si ottiene:

$$2|bdb| = \frac{2r_0 mc^2 z^2}{\beta^2} \frac{d\eta}{\eta^2}$$

da cui :

$$\Phi(\eta) d\eta = \frac{2\pi r_0 mc^2 z^2}{\beta^2} N_{AV} \frac{Z}{A} \frac{d\eta}{\eta^2} \quad 1.22$$

Ponendo

$$\xi = \frac{2\pi r_0 mc^2 z^2}{\beta^2} N_{AV} \frac{Z}{A} x = \frac{D}{2} \frac{Z}{A} x \quad 1.23$$

con  $x$  spessore in massa per  $\text{cm}^2$  si ottiene:

$$\Phi(\eta) = \xi(x) \frac{1}{x\eta^2} \quad 1.24$$

Questa formula spiega l'andamento della figura 6 mostrando come diventino sempre meno probabili gli eventi con grande scambio di energia.

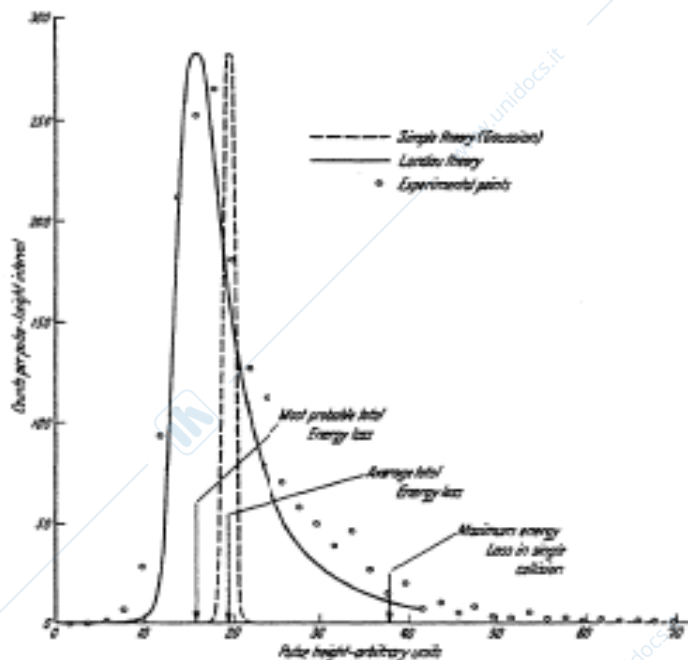


Fig 6 Dati sperimentali di perdita di energia di una particella di carica unitaria in un contatore a gas con miscela Ar CO<sub>2</sub>. I dati sono paragonati alla distribuzione di Landau ed a quella di Gauss.

Dalla figura appare chiaro che la distribuzione di Gauss non soddisfa i dati sperimentali che sono invece bene approssimati da una distribuzione non simmetrica detta di Landau.

Sperimentalmente si verifica che la distribuzione di Gauss viene realizzata solo quando lo spessore attraversato

produca una distribuzione la cui larghezza sia grande rispetto all'energia persa in un singolo urto e piccola rispetto a quella persa in un singolo urto. In sostanza solo se gli urti con gli atomi siano sufficientemente numerosi. Nel caso di perdita di energia in spessori sottili gli urti non sono numerosi ed urti con grande perdita di energia possono produrre una 'coda' della distribuzione verso le alte energie.

La distribuzione che si trova e' detta di Landau e la sua deduzione puo' essere schematizzata come segue

Definiamo :

$$f(x, \Delta) = \frac{1}{\xi} \omega(\lambda) \quad 1.25$$

la probabilita' che una particella perda in un intervallo  $x$  l'energia  $\Delta$  con  $\lambda$  dato da

$$\lambda = \frac{\Delta - \Delta_{m.p}}{\xi} \quad 1.26$$

avendo indicato con  $\Delta_{m.p}$  la perdita di energia piu' probabile

Si puo' dimostrare che:

$$\Delta_{mp} = \xi \left\{ \ln \frac{2mc^2 \beta^2 \gamma^2 \xi}{I^2} - \beta^2 + 1 - C \right\} \quad 1.27$$

con  $C=0.577$  costante di Eulero

Landau ha calcolato :

$$\omega(\lambda) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} e^{-u \ln u - \lambda u} \sin \pi u \, du \quad 1.28$$

che puo' approssimarsi in:

$$\omega(\lambda) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{1}{2}(\lambda + e^{-\lambda})\right\} \quad 1.29$$

La distribuzione ottenuta e' mostrata in fig6 : non e' simmetrica ed ha una lunga coda alle alte energie: la larghezza a media altezza vale  $FWHM = 4\xi$ ; la distribuzione tende ad una gaussiana quando  $\xi/E_{\max} \geq 1$ . La maggiore larghezza della distribuzione di Landau produce effetti negativi nella risoluzione e nella gestione dei contatori.

**1.3 Raggi  $\delta$  e produzione di coppie ione elettrone**  
E' chiaro che negli urti tra particella ed elettroni atomici possono liberarsi elettroni che muovendosi nel mezzo possono a loro volta ionizzare creando coppie secondarie di ioni ed elettroni. Per ragioni storiche questi elettroni vengono detti raggi  $\delta$ . Si puo' facilmente calcolare il numero di elettroni generati in percorso  $x$  con una energia superiore ad un valore fissato  $E_s$  integrando la 1.22 tra  $E_s$  ed  $E_{\max}$ :

$$N(E > E_s) = \xi \int_{E_s}^{E_{\max}} \frac{d\eta}{\eta^2} = \xi \left( \frac{1}{E_s} - \frac{1}{E_{\max}} \right) \quad 1.30$$

In Fig 7 e' riportata la produzione di elettroni con energia superiore ad  $E_s$  per un protone da 1GeV/c in 1cm di Ar alle condizioni normali.

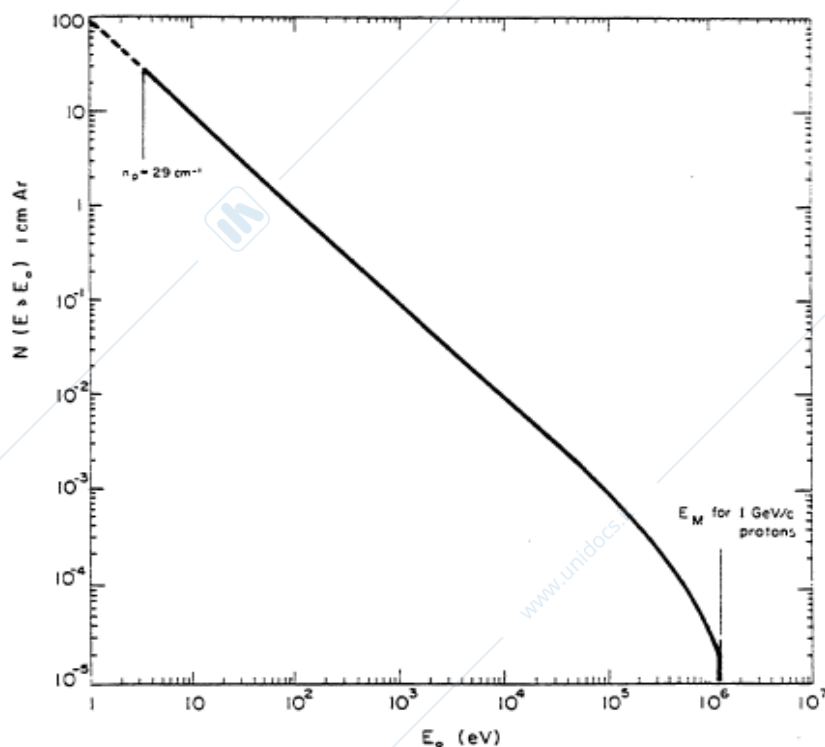


FIG 7 Numero di elettroni  $\delta$  con energia maggiore di  $E_s$  prodotti da protoni di  $1 \text{ GeV}/c$  in un cm di Ar

In media i raggi delta sono prodotti ad un angolo dato da:

$$\cos^2\theta = E/E_{\max}.$$

Questi raggi appaiono come specie di 'baffi' che partono dalla traccia primaria nelle figure 1 ed 8 e 'sporcano' per così dire l'informazione sul luogo in cui passa la particella in un rivelatore. Dall figura 1 appare evidente come siano più numerosi per unità di lunghezza nel caso di particelle ionizzanti ad alta  $z$ .

Riassumendo la particella carica lascia nel mezzo una traccia formata da coppie di ioni ed elettroni oltre che da fotoni prodotti dalla diseccitazione.

Guardando alle coppie di ioni si sa' sperimentalmente che per ogni mezzo esiste un'energia efficace per la produzione di coppie definita da

$$W = n_T \Delta E$$

con  $\Delta E$  uguale all'energia ceduta dalla particella e  $n_T$  uguale al numero di coppie create.

$W$  non dipende dall'energia della particella : a causa della presenza dei raggi  $\delta$  si deve parlare di  $n_p$  coppie primarie per unita' di lunghezza dovute all'interazione diretta della particella carica e di coppie secondarie  $n_s$  dovute alla ionizzazione prodotta dagli elettroni  $\delta$ .

In sostanza lungo la traiettoria della particella nel mezzo vengono liberate per unita' di percorso  $n_T$  coppie dato da

$$n_T = n_p + n_s$$

con  $n_s$  da 3 a 4 volte maggiore di  $n_p$

La traiettoria si configura perciò come in fig 8

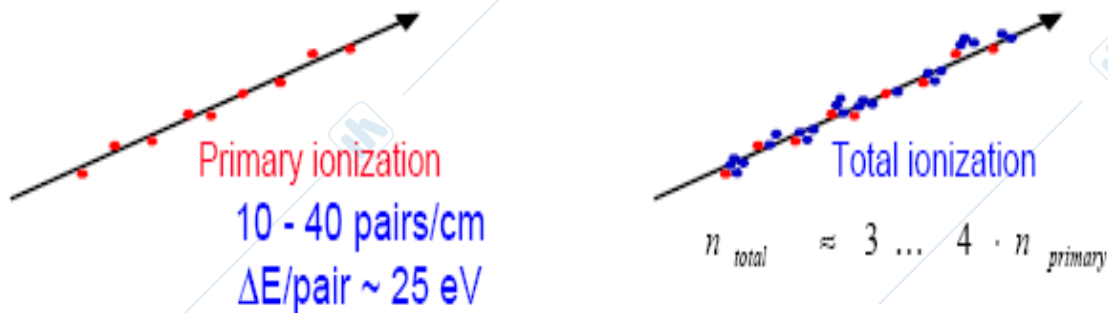


Fig 8 Coppie primarie e totali generate nel passaggio di una particella carica in un mezzo.

Nella tabella 1.1 sono riportati valori per alcuni gas.

TABELLA 1.1

Perdita di energia per una particella al minimo e coppie primarie e totali generate in vari gas.

GAS	Z	A	W eV	$n_p$ cm-1	$n_t$ cm-1
H2	2	2	36.4	5.2	9.2
He	2	4	46	5.9	7.8
N2	14	28	35	10	56
O2	16	32	31	22	73
Ar	18	40	26.4	29.4	94
CO2	22	44	34	34	91
CH4	10	16	28	16	53
C4H10	34	58	23	46	195

Nel caso di miscele si usa una semplice legge di proporzionalita'. Per esempio in una miscela di 70% Ar e 30% isobutano si ottiene

$$n_T = .70 \frac{2440}{26} + .30 \frac{4500}{23} = 24 \text{ coppie/cm}$$

Dai valori ottenuti e dalla tabella si osserva che la distanza media tra le coppie di ioni e' nei gas a condizioni normali di circa  $300\mu$ : la traccia di una particella carica apparira' percio' come una serie di coppie allineate lungo la traiettoria con dei baffi trasversali dovuti negli elettroni  $\delta$  che spesso sono a circa  $90^\circ$  rispetto alla direzione di moto.

La distanza media delle coppie dipendera' dal valore della ionizzazione specifica come appare chiaramente dalla fig.1

In cui sono rappresentate tracce dovute a protoni ( $z=1$ ), alfa ( $z=2$ ) ossigeno ( $z=8$ ) Nella figura si può osservare come le traiettorie degli elettroni  $\delta$  non siano rettilinee poiché per essi viene meno l'ipotesi della trascurabile quantità di moto scambiata in ogni urto dovuta alla massa della particella interagente grande rispetto a quella dell'elettrone.

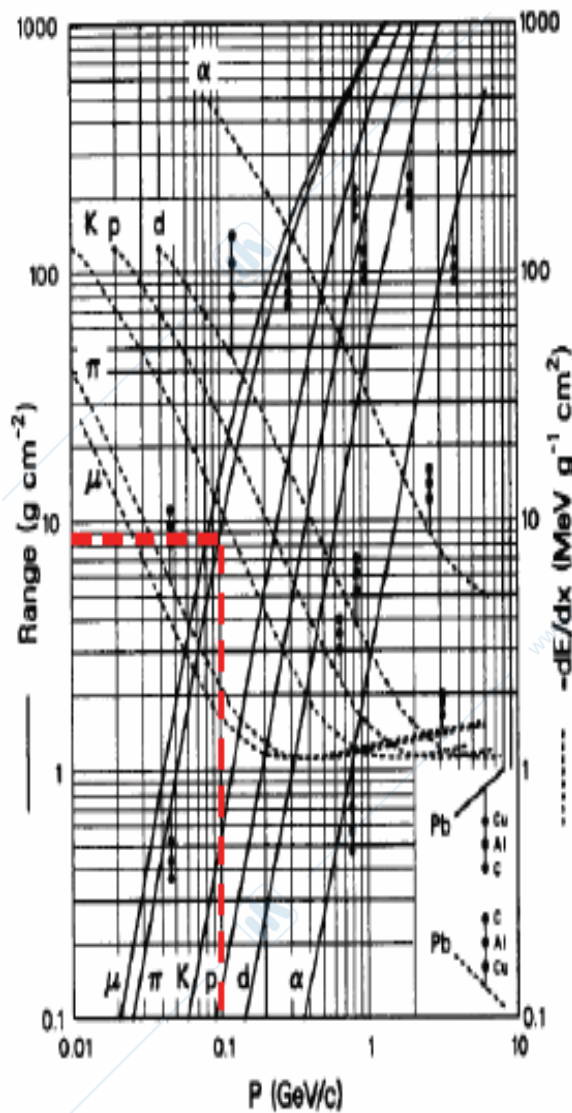
#### 1.4 Range e curva di Bragg

La perdita di energia di una particella carica implica che questa abbia un percorso finito (detto range) all'interno di un mezzo di spessore sufficiente a farle dissipare tutta la sua energia cinetica.

Il range di una particella è ricavabile integrando la formula di Bethe e Bloch dall'energia  $E$  della particella a zero

$$R = \int_E^0 \frac{1}{dE/dx} dE \quad 1.31$$

In figura 9 sono presentati i range di alcune particelle in funzione della loro quantità di moto.



Approximated!  
ionization and atomic  
excitation only

**Example:**  
100 MeV/c pion on lead (in cm):

$$\frac{\bar{R}}{\rho} = \frac{9 \text{ g cm}^{-2}}{11.3 \text{ g cm}^{-3}} = 0.8 \text{ cm.}$$

Fig:9 Range di diverse particelle in funzione della loro energia in vari materiali.

Esistono alcune formule semiempiriche per i range a bassa energia quali

$$R_p = .10E^{1.8} \text{ cm} \quad \text{con } E \text{ in MeV per protoni}$$

$$R_\alpha = .3 E^{1.5} \text{ cm} \quad \text{con } E \text{ in Mev per particelle } \alpha$$

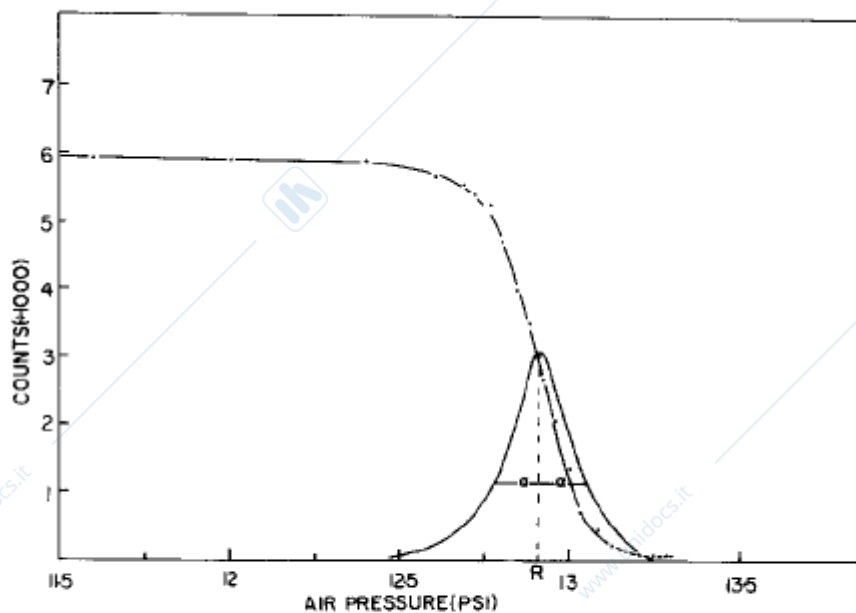


Fig. 1. Alpha counts as a function of air pressure.  $R$ , indicates the mean range. The bell-shaped curve is the number-range curve, and  $\alpha$  is the range straggling parameter.

### Fig 10 Determinazione del range di particelle $\alpha$ in aria

In fig 10 e' rappresentato cosa accade misurando il numero di particelle  $\alpha$  che percorrono un determinato percorso in aria. La misura e' effettuata variando il percorso in massa per lunghezza al quadrato cambiando la pressione dell'aria posta tra rivelatore e sorgente.

Il risultato mostra che la quantita' di particelle resta costante fino a quando il percorso e' sensibilmente inferiore al range per poi decrescere gradualmente a zero senza presentare la caduta netta che uno si aspetterebbe quando la particella raggiunge un percorso pari al suo range. Questa incertezza sulla distanza raggiunta dalle particella e' dovuta alle fluttuazioni statistiche nel processo di perdita di energia e viene detta straggling.

Il range misurato viene percio' definito dalla lunghezza raggiunta dal 50% delle particelle.

Il fenomeno dello straggling va tenuto conto quando si tratta di valutare schermature e risposte di rivelatori. Per definire

un parametro di straggling si ricorre alla curva differenziata mostrata in figura 10 che e' approssimativamente una gaussiana di deviazione standard  $\sigma$ . Si usa definire il parametro di straggling come  $\sqrt{2}\sigma$

Lo straggling e' di circa l'1.5% per le  $\alpha$  e di 3% per i protoni a bassa energia mentre ad alta energia si ha per lo straggling relativo al range R che cresce con la Z dell'assorbitore e diminuisce con l'energia della particella verso un valore limite

$$\sigma/R \sim \frac{1}{2}(m/M)^{1/2}$$

con M massa della particella ionizzante ed m massa dell'elettrone.

E' interessante osservare come si modifica la perdita di energia specifica di una particella al termine del suo percorso in un mezzo: in figura 11 e' rappresentato il caso di protoni in acqua per due diverse energie.

Si osserva che al diminuire dell'energia del protone si ha una crescita della sua perdita di energia specifica che diventa notevole a fine range. Questo comportamento e' dovuto al termine  $1/\beta^2$  nella formula che da' la perdita di energia specifica; la curva che rappresenta questo fenomeno e' detta di Bragg. Il fenomeno e' alla base di tutti i trattamenti terapeutici di tumori con fasci di ioni (adroterapia) in quanto si puo' ottenere di irradiare la parte malata con una quantita' di energia molto superiore a quella che si deve comunque cedere alle cellule sane.

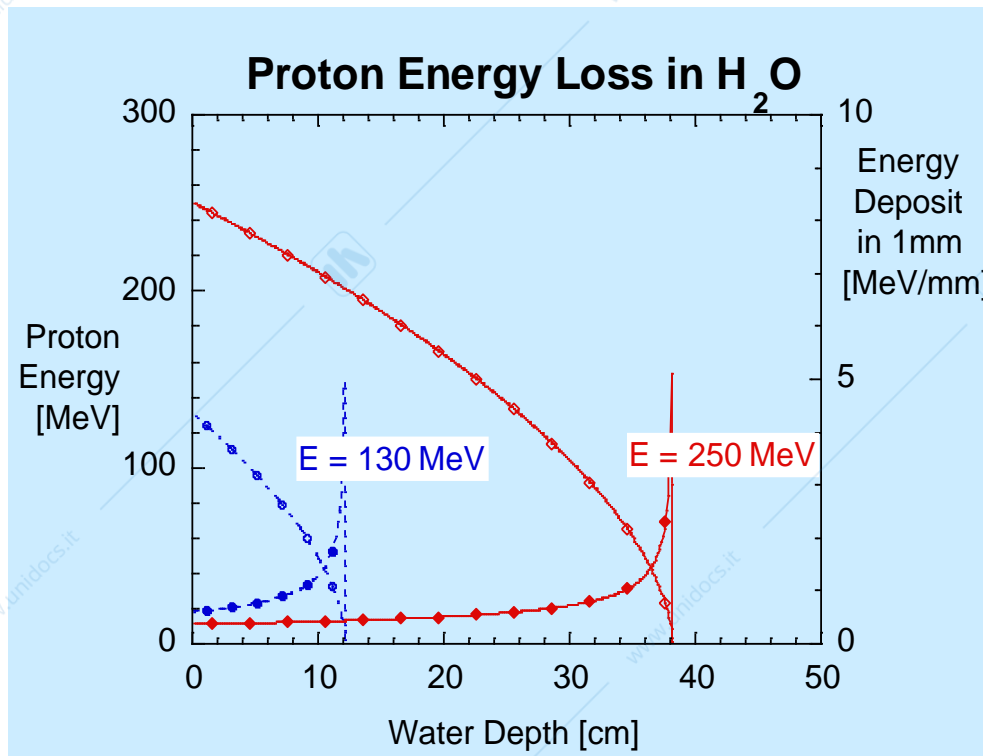


Fig.11 Perdita di energia di protoni che si fermano in acqua. Picco di Bragg.

### 1.5 La diffusione multipla

Abbiamo fin qui trascurato gli urti della particella carica con i nuclei del mezzo in quanto lo scambio di energia tra particella e mezzo è in questo caso trascurabile.

È però evidente che la particella nell'attraversa il mezzo subisce una serie di scattering Rutherford che producono deviazioni dalla sua traiettoria. Poiché la sezione d'urto per questi urti cresce come  $1/\theta^4$  la particella può nel passare attraverso un blocco di materia subire una deviazione  $\theta$  dovuta alla somma di tanti urti a piccoli angoli: questo fenomeno è detto diffusione multipla (Multiple scattering). Vedi fig 12

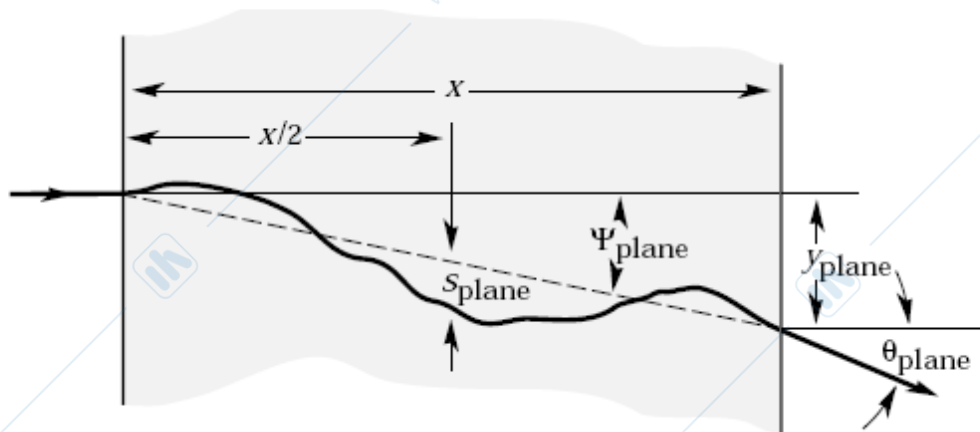


Fig. 12 Diffusione multipla di una particella carica in un mezzo.

Poiche' il processo e' casuale la deviazione media per un fascio di particella sara' zero, ma l'angolo quadratico medio sara' diverso da zero

S i puo' calcolare quest'angolo muovendo dalla formula di Rutherford per piccoli angoli ricordando che :

$$\vartheta = \frac{p_{\perp}}{p} = \frac{2zZe^2}{4\pi\epsilon_0 b p v} = \frac{c}{b} \quad 1.32$$

$$\text{quindi } b=c/\theta \quad db=c/\theta^2 d\theta$$

e che la sezione d'urto  $d\sigma$  per un parametro d'urto compresa tra  $b$  e  $b+db$  vale  $2\pi b db$  si ha:

$$d\sigma = 2\pi c^2 d\theta/\theta^3$$

$$d\sigma = 2\pi \left( \frac{2zZe^2}{4\pi\epsilon_0 p v} \right)^2 \frac{d\vartheta}{\vartheta^3} \quad 1.33$$

e ponendo  $d\Omega = 2\pi\theta d\theta$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = 4z^2 Z^2 r_0^2 \left( \frac{mc}{\beta p} \right)^2 \frac{1}{\mathcal{G}^4} = K \frac{1}{\mathcal{G}^4} \quad 1.34$$

Per ottenere la sezione d'urto totale di scattering a piccoli angoli si deve ora integrare la 1.33 tra gli angoli minimo e massimo fisicamente realizzabili.

Usando il principio di indeterminazione si puo' calcolare

$\theta_{\min}$  : si ha

$$\Delta p \approx \frac{\hbar}{r_a} \quad \text{da cui} \quad \Delta \mathcal{G} \approx \frac{\hbar}{pr_a} \quad 1.35$$

ponendo per il raggio atomico;

$$r_a = \frac{a_0}{Z^{1/3}} = \frac{\hbar}{\alpha mc Z^{1/3}}$$

si ottiene

$$\mathcal{G}_{\min} = \alpha Z^{1/3} \frac{mc}{p} \quad 1.36$$

Per quanto riguarda  $\theta_{\max}$  si puo' osservare che lo scattering Rutherford viene meno quando la lunghezza d'onda della particella diventa comparabile al raggio del nucleo

$$\mathcal{G}_{\max} = \frac{\lambda}{r_A} = \frac{\hbar}{pr_n} \quad \text{con } r_n = \frac{1}{2} r_0 A^{1/3} \quad \text{si ha} \quad \mathcal{G}_{\max} = \frac{2A^{-1/3} mc}{\alpha p} \quad 1.37$$

possiamo ora integrare la 1.34

$$\sigma = \int_{\vartheta_{\min}}^{\vartheta_{\max}} \frac{d\sigma}{d\Omega} 2\pi\vartheta d\vartheta = 2\pi \left( \frac{1}{\vartheta_{\min}^2} - \frac{1}{\vartheta_{\max}^2} \right) K \approx 8\pi z^2 Z^2 r_0^2 \left( \frac{mc}{\beta p} \right)^2 \frac{1}{\vartheta_{\min}^2} \quad 1.38$$

Valutiamo ora l'angolo quadratico medio dovuto agli urti multipli in un cammino  $X$  con  $N$  atomi per unita' di volume usando la:

$$\vartheta_s^2 = X N \int \theta^2 \frac{d\sigma}{d\Omega} d\Omega \quad 1.39$$

Integrando e ricordando che in un tratto  $X$  il numero  $N$  vale

$$N = \frac{N_A \rho}{A} X \quad 1.40$$

si ottiene

$$\vartheta_s^2 = \frac{N_{AV} \rho dx}{A} 8\pi r_0^2 z^2 Z^2 \left( \frac{mc}{\beta p} \right)^2 \ln \frac{2}{\alpha^2 A^{1/3} Z^{1/3}} \quad 1.41$$

avendo usato per  $\theta_{\min}$  e  $\theta_{\max}$  le 1.36 e 1.37.

Assumendo  $A=2Z$  e definendo la lunghezza di radiazione del mezzo

$$\frac{1}{X_R} = 4\alpha Z^2 r_0^2 n_a \ln(183Z^{-1/3}) \quad 1.42$$

si ottiene infine per un percorso finito X:

$$\mathcal{G}_s^2 = \frac{4\pi}{\alpha} z^2 \left( \frac{mc}{\beta p} \right)^2 \frac{X}{X_R} \quad 1.43$$

Numericamente si puo'osservare che

$$E_s = \sqrt{\frac{4\pi}{\alpha}} mc^2 = 21.2MeV \text{ da cui segue}$$

$$\mathcal{G}_s = \frac{21.2}{p\beta c} z \sqrt{\frac{X}{X_R}} \quad 1.44$$

La distribuzione che si ottiene e' ben rappresentata da una gaussiana.

Si usa di solito definire;

$$\mathcal{G}_0 = \mathcal{G}_{piano} = \frac{1}{\sqrt{2}} \mathcal{G}_s$$

per il quale un calcolo piu' accurato da':

$$\mathcal{G}_0 = \frac{13.6MeV}{\beta c p} z \sqrt{\frac{X}{X_R}} \left( 1 + 0.038 \ln \left( \frac{X}{X_R} \right) \right) \quad 1.45$$

In queste formule p va espresso in MeV/c

Con queste definizioni si possono ottenere le distribuzioni angolari della angolo di scattering multiplo non proiettato e proiettato

$$\frac{1}{2\pi \theta_0^2} \exp \left( -\frac{\theta_{\text{space}}^2}{2\theta_0^2} \right) d\Omega ,$$

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi} \theta_0} \exp \left( -\frac{\theta_{\text{plane}}^2}{2\theta_0^2} \right) d\theta_{\text{plane}} ,$$

Vale la:

$$g_{\text{space}}^2 = g_{\text{pianox}}^2 + g_{\text{pianoy}}^2 \quad \text{per } x \text{ e } y \text{ assi perpendicolari alla direzione di moto}$$

In figura 12 sono anche indicate quantita' spesso usate nel descrivere le conseguenze della diffusione multipla

$$\psi_{\text{plane}}^{\text{rms}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \theta_{\text{plane}}^{\text{rms}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \theta_0 ,$$

$$y_{\text{plane}}^{\text{rms}} = \frac{1}{\sqrt{3}} x \theta_{\text{plane}}^{\text{rms}} = \frac{1}{\sqrt{3}} x \theta_0 ,$$

$$s_{\text{plane}}^{\text{rms}} = \frac{1}{4\sqrt{3}} x \theta_{\text{plane}}^{\text{rms}} = \frac{1}{4\sqrt{3}} x \theta_0 .$$

### 1.6 Perdita di energia di elettroni e positroni

La perdita di energia per interazione elettromagnetica di elettroni e positroni e' molto diversa da quella fin qui discussa di particelle pesanti

Infatti la massa dell'elettrone(positrone) e' uguale a quella dell'elettrone con cui interagisce e quindi non e' piu' vero che la particella avanza con una traiettoria rettilinea e l'elettrone di bassa energia avra' un cammino irregolare come nella figura 13

Per questa ragione si parla di range pratico per gli elettroni definito dalla distanza media percorsa dall'elettrone prima di fermarsi

Una formula per il calcolo di questo range e':

$$R_p = 0.71 E^{1.72} \text{ gcm}^{-2} \quad \text{con } E \text{ in MeV}$$

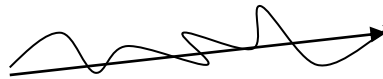


Fig 13 Percorso degli elettroni nella materia

Per  $\beta \approx 1$  la formula per la perdita di energia per ionizzazione non discosta molto da quella delle particelle pesanti e vale

$$-\frac{dE}{dx} = 4\pi N_A r_e^2 m_e c^2 \frac{Z}{A} \frac{1}{\beta^2} \left[ \ln \frac{\gamma m_e c^2}{2I} - \beta^2 - \frac{\delta^*}{2} \right] \quad 1.46$$

Il cambiamento più grande nel passaggio degli elettroni nella materia rispetto a quanto accade alle altre particelle consiste nel fatto che possono perdere energia per irradiazione emettendo fotoni.

Come è infatti noto una carica accelerata irradia secondo la

$$P = \frac{dE}{dt} = \frac{2e^2}{3c^3} a^2 \quad 1.47$$

Nel campo generato dal nucleo di carica  $Ze$  si ha alla distanza  $r$

$$a = \frac{Ze^2}{mr^2} \quad \text{quindi} \quad P = \frac{2}{3} \frac{Z^2 e^6}{m^2 c^3 r^4}$$

Questa formula giustifica la dipendenza inversa da  $m^2$  del processo di irradiazione: ricordando la grande differenza di massa dell'elettrone e del positrone da tutte le altre particelle cariche si comprende come questo fenomeno sia importante solo per elettroni e positroni.

L'irraggiamento di un fotone da una particella carica accelerata nel campo coulombiano di un nucleo è detto **Bremsstrahlung**. L'interazione con il nucleo è necessaria per conservazione di energia e momento.

Il grafico di Feynman di fig 14 mostra come il processo sia una radiazione di un fotone da un elettrone per interazione con il campo Coulombiano del nucleo.

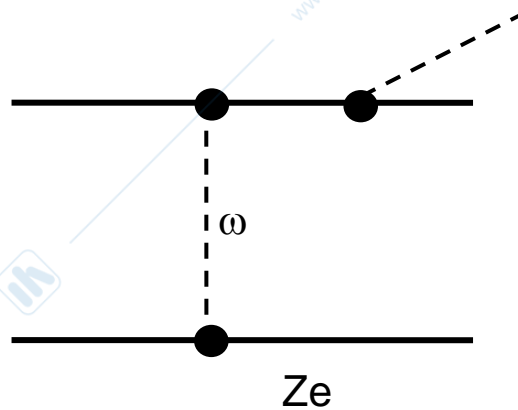


Fig 14 Diagramma di Feynman per il processo di Bremsstrahlung

Il calcolo dell'energia persa dall'elettrone(positrone) per Bremsstrahlung in un intervallo  $dx$  si fa in elettrodinamica quantistica e da:

-

$$-\frac{dE}{dx} = 4\alpha N_A \frac{Z^2}{A} r_0^2 E \ln \frac{183}{Z^{1/3}} = \frac{E}{X_r} \quad 1.48$$

Come si può notare la perdita di energia per Bremsstrahlung è

proporzionale ad  $E$  ed inversamente proporzionale alla lunghezza di radiazione.

Integrando la 1.48 si ottiene:

$$E(X) = E(0)e^{-\frac{X}{X_R}} \quad 1.49$$

che consente di interpretare la lunghezza di radiazione di un mezzo come lo spessore attraversato dall'elettrone che ne riduce l'energia di un fattore  $1/e$  per irraggiamento. Considerando l'irraggiamento la perdita di energia di un elettrone diventa la somma del [recesso di ionizzazione e di Bremsstrahlung]

I vari processi che portano alla perdita di energia di elettroni (e positroni) sono rappresentati in figura 15 in cui viene riportata la perdita di energia frazionata per lunghezza di radiazione nel Pb (la cui lunghezza di radiazione  $X_R$  vale  $6.4 \text{ gcm}^{-2}$ ) in funzione dell'energia.

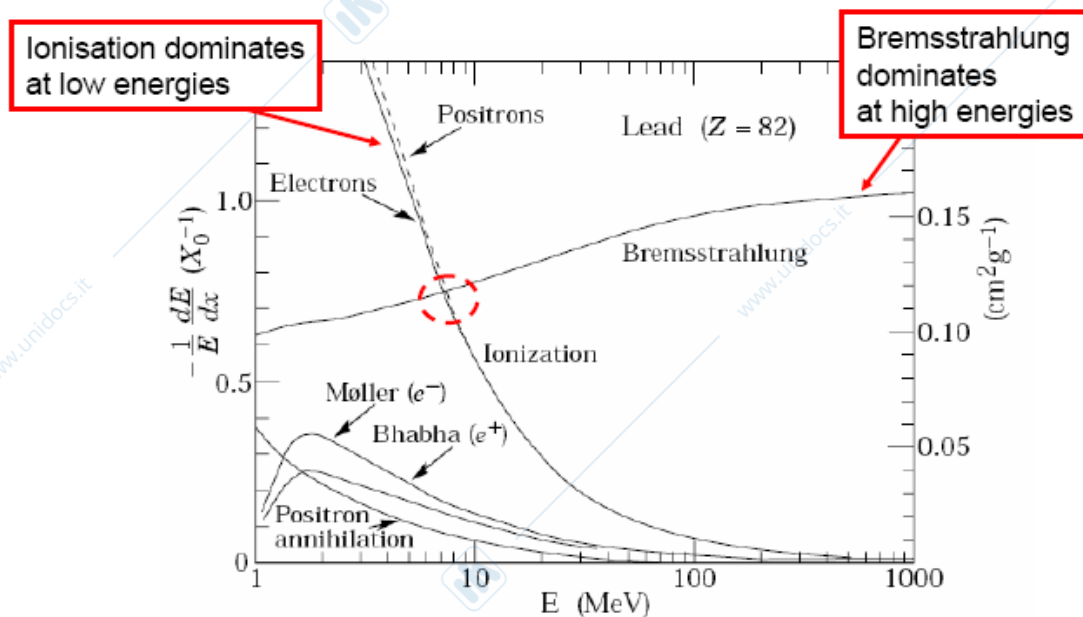


Fig 15 Perdita di energia degli elettroni in Pb

Si può osservare che i due processi dominanti sono la perdita di energia per ionizzazione (prevalente alle basse

energie) e la perdita di energia per radiazione (prevalente alle alte energie)

L'energia in cui le due perdite sono uguali e' detta energia critica

Vale la 1.50:

$$E_c = \frac{800 \text{ MeV}}{Z + 1.2} \quad 1.50$$

Va ancora osservato che alle basse energie  $E < mc^2$  i fotoni sono irradiati in angoli normali rispetto alla direzione di propagazione dell'elettrone mentre per  $E > mc^2$  l'angolo di emissione piu' probabile vale  $\theta = mc^2/E$

Lo spettro di energia dei fotoni e' continuo tra 0 e l'energia dell'elettrone con una debole dipendenza dall'energia come appare nella figura 16

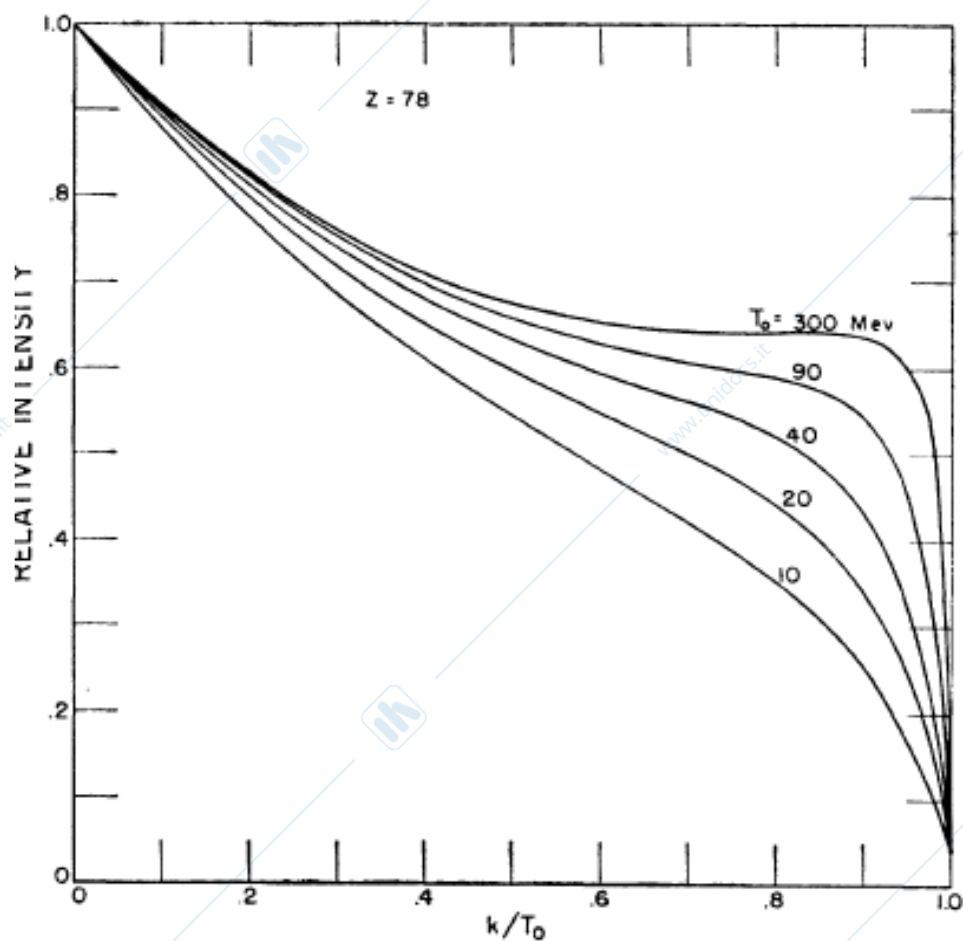


Fig 16 Spettro dei fotoni emessi per bremsstrahlung in Pt.

Come si può osservare sia la lunghezza di radiazione sia la energia critica dipendono da  $Z$  per cui la bremsstrahlung diventa particolarmente importante nel passaggio di elettroni e positroni in un mezzo ad alto  $Z$  (es. Pb). La conseguenza della radiazione di fotoni da parte di elettroni è che in un mezzo in cui passano elettroni con energia confrontabile od al di sopra di quella critica vengono a trovarsi presenti fotoni che a loro volta genereranno elettroni; per capire cosa accade nel mezzo occorrerà perciò studiare a fondo il comportamento di fotoni ed elettroni. Per concludere in tabella sono riportati i dati relativi alla perdita di energia specifica ed alla lunghezza di radiazione di alcuni materiali.

TABELLA 2

## Atomic and Nuclear Properties of materials

Material	Z	A	(Z/A)	Nuclear collision length $\lambda_T$ {g/cm <sup>2</sup> }	Nuclear interaction length $\lambda_I$ {g/cm <sup>2</sup> }	$dE/dx _{\min}$ <sup>b</sup> {MeV/g/cm <sup>2</sup> }	Radiation length <sup>c</sup> $X_0$ {g/cm <sup>2</sup> }	Density {g/cm <sup>3</sup> } {(g/l) for gas}	Liquid boiling point at 1 atm(K)	Refractive index n ((n-1)×10 <sup>6</sup> for gas)
H <sub>2</sub> gas	1	1.00794	0.99212	43.3	50.8	(4.103)	61.28 <sup>d</sup> (731000)	(0.0838)[0.0899]		[139.2]
H <sub>2</sub> liquid	1	1.00794	0.99212	43.3	50.8	4.034	61.28 <sup>d</sup> 866	0.0708	20.39	1.112
D <sub>2</sub>	1	2.0140	0.49652	45.7	54.7	(2.052)	122.4 724	0.160[0.179]	23.65	1.128 [138]
He	2	4.002602	0.49968	49.9	65.1	(1.937)	94.32 756	0.1249[0.1786]	4.224	1.024 [34.9]
Li	3	6.941	0.43221	54.6	73.4	1.639	82.76 155	0.534		—
Be	4	9.012182	0.44384	55.8	75.2	1.594	65.19 35.28	1.848		—
C	6	12.011	0.49954	60.2	86.3	1.745	42.70 18.8	2.265 <sup>e</sup>		—
N <sub>2</sub>	7	14.00674	0.49976	61.4	87.8	(1.825)	37.99 47.1	0.8073[1.250]	77.36	1.205 [298]
O <sub>2</sub>	8	15.9994	0.50002	63.2	91.0	(1.801)	34.24 30.0	1.141[1.428]	90.18	1.22 [296]
F <sub>2</sub>	9	18.9984032	0.47372	65.5	95.3	(1.675)	32.93 21.85	1.507[1.606]	85.24	[195]
Ne	10	20.1797	0.49555	66.1	96.6	(1.724)	28.94 24.0	1.204[0.9005]	27.09	1.092 [67.1]
Al	13	26.981539	0.48181	70.6	106.4	1.615	24.01 8.9	2.70		—
Si	14	28.0855	0.49848	70.6	106.0	1.664	21.82 9.36	2.33		3.95
Ar	18	39.948	0.45059	76.4	117.2	(1.519)	19.55 14.0	1.396[1.782]	87.28	1.233 [283]
Ti	22	47.867	0.45948	79.9	124.9	1.476	16.17 3.56	4.54		—
Fe	26	55.845	0.46556	82.8	131.9	1.451	13.84 1.76	7.87		—
Cu	29	63.546	0.45636	85.6	134.9	1.403	12.86 1.43	8.96		—
Ge	32	72.61	0.44071	88.3	140.5	1.371	12.25 2.30	5.323		—
Sn	50	118.710	0.42120	100.2	163	1.264	8.82 1.21	7.31		—
Xe	54	131.29	0.41130	102.8	169	(1.255)	8.48 2.87	2.953[5.858]	165.1	[701]
W	74	183.84	0.40250	110.3	185	1.145	6.76 0.35	19.3		—
Pt	78	195.08	0.39984	113.3	189.7	1.129	6.54 0.305	21.45		—
Pb	82	207.2	0.39575	116.2	194	1.123	6.37 0.56	11.35		—
U	92	238.0289	0.38651	117.0	199	1.082	6.00	≈18.95		—
Air, (20°C, 1 atm.), [STP]			0.49919	62.0	90.0	(1.815)	36.66 [30420]	(1.205)[1.2031]	78.8	(273) [293]
H <sub>2</sub> O			0.55509	60.1	83.6	1.991	36.08 36.1	1.00	373.15	1.33

### 1.7 La radiazione Cerenkov

Una particella carica che si muove di moto rettilineo uniforme in un mezzo non emette onde elettromagnetiche a meno che non si stia muovendo con una velocità  $v_p = \beta c$  superiore a quella della luce  $v_e = c/n$  nel mezzo stesso. In questo caso si ha emissione di fotoni: il fenomeno è noto come effetto Cerenkov ed è un processo a soglia che avviene solo se

$$\beta c > c/n \quad \text{ossia se} \quad \beta > 1/n$$

L'effetto Cerenkov e' dovuto al fatto che la particella carica genera un campo elettrico variabile nel tempo che produce un effetto di polarizzazione delle molecole del mezzo che si trovano nelle vicinanze. Come conseguenza viene generato un momento di dipolo elettrico (vedi Fig 17).

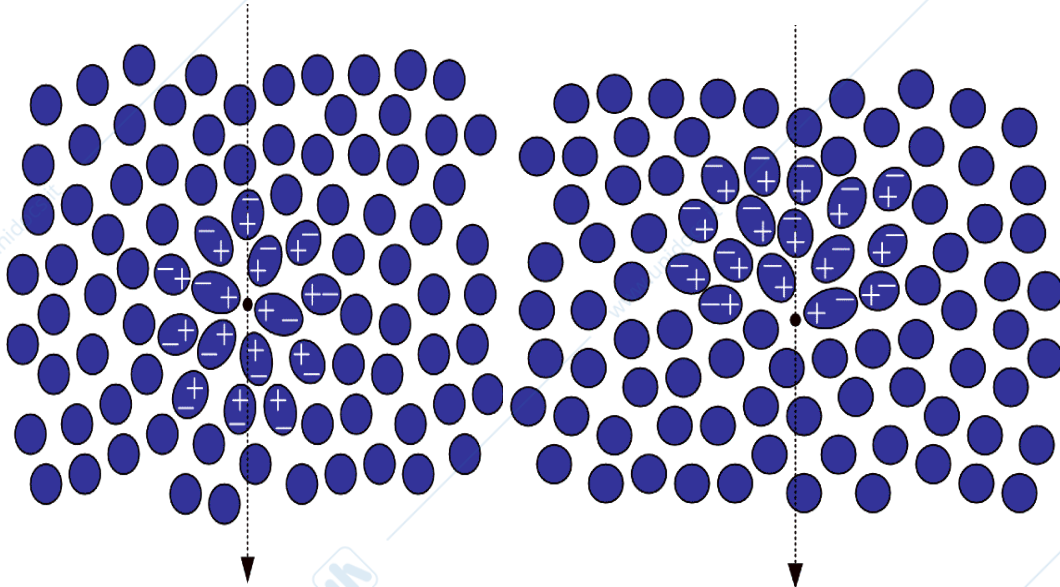


Fig17 Perturbazione prodotta da una particella carica in un mezzo dipolare

A causa della natura impulsiva del campo elettrico il momento di dipolo elettrico e' temporaneo; quando la particella e' passata le molecole si riorientano: poiche' un dipolo elettrico variabile nel tempo emette onde elettromagnetiche ogni punto diventa sorgente di onde sferiche.

Affinche' il fenomeno sia osservabile occorre che vi sia una interferenza costruttiva tra le onde emesse nei vari punti della traiettoria della particella(fig18).

Nel caso della particella con velocita' inferiore a quella della luce nel mezzo le onde generate nei diversi punti della traiettoria non si sovrappongono mai e quindi non danno luogo ad alcun fenomeno macroscopico.

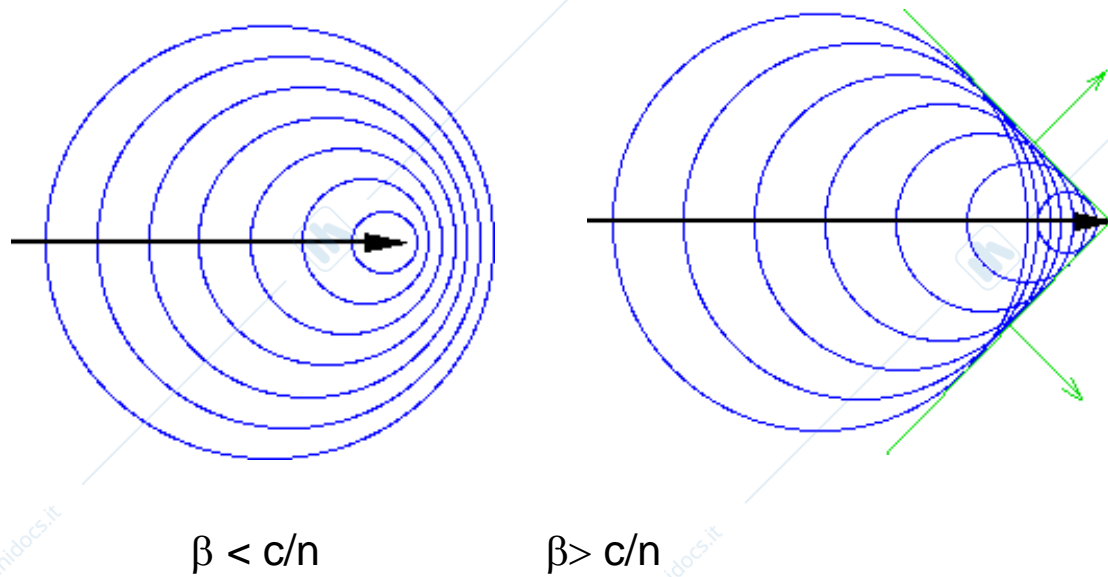


Fig 18 Fronti d'onda generati dal passaggio di una particella carica in un mezzo

Osserviamo ora quanto accade nel caso  $\beta c > c/n$ .  
 Studiamo il caso che la particella sia nel punto  $X=0$  al tempo  $t_0=0$  e quindi al tempo  $t$  si trovi nella posizione  $X= \beta ct$  ed in questo punto originera' l'onda elettromagnetica.

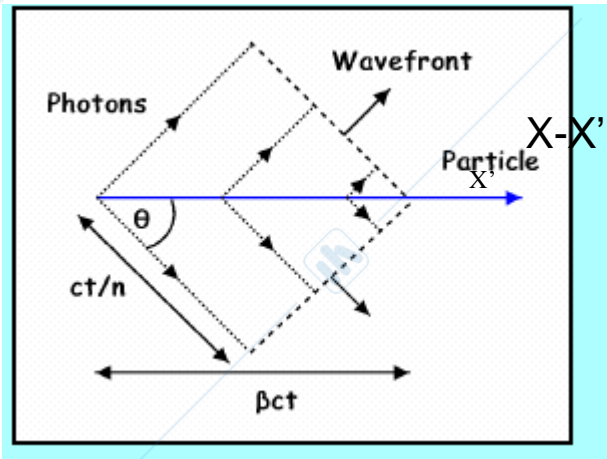


Fig 19 Fronti d'onda e particella sorgente al tempo  $t$

Prendendo un generico punto  $P$  della traiettoria distante  $X'$  dalla origine si ha che l'onda emessa ad angolo  $\theta$  per cui  $\cos\theta=1/\beta n$  si troverà al tempo  $t$  nella posizione  $X=\beta ct$  indipendente dalla posizione  $X'$ . Infatti il tempo passato da quando la particella si trovava nell'origine è dato dalla somma del tratto fatto dalla particella lungo la sua traiettoria più quello fatto dall'onda emessa nella direzione  $\theta$

$$t = \frac{X'}{\beta c} + \frac{(X - X')}{\frac{c}{n}} \cos \theta = \frac{X}{\beta c} \quad 1.51$$

per l'angolo  $\theta$  tutte le onde emesse in seguito al passaggio della particella carica nel mezzo hanno un unico fronte d'onda si sommano coerentemente dando luogo all'effetto Cerenkov.

Il calcolo delle caratteristiche della luce Cerenkov non è immediato e può essere fatto in termini di elettromagnetismo classico con un formalismo che è al di fuori dell'interesse di questi appunti.

Dalla teoria si ricava che l'energia per unita' di percorso emessa

in un mezzo da una particella di carica  $z$  e velocita'  $\beta c$  vale:

$$\frac{dE}{dx} = z^2 \frac{2\pi\alpha h}{c} \int \left(1 - \frac{1}{\beta^2 n^2}\right) \nu d\nu \quad 1.52$$

con  $\nu$  frequenza dei fotoni emessi.

Notiamo che

$$\cos \vartheta = \frac{1}{\beta n} \rightarrow 1 - \frac{1}{\beta^2 n^2} = \sin^2 \vartheta$$

e quindi

$$\frac{dE}{dx} = z^2 \frac{2\pi\alpha h}{c} \sin^2 \vartheta \int \nu d\nu \quad 1.53$$

pertanto l'energia emessa in un intervallo di frequenza compreso tra  $\nu$  e  $\nu + \nu$  vale in un cammino  $L$  in cui la particella mantenga la sua velocita'

$$\frac{dE}{d\nu} = z^2 \frac{2\pi\alpha h}{c} L \sin^2 \vartheta \nu \quad 1.54$$

che puo'essere scritta in termini di numero di fotoni

$$\frac{dN}{d\nu} = z^2 \frac{2\pi\alpha h}{c} L \sin^2 \vartheta \quad 1.55$$

In pratica la condizione  $\beta n > 1$  e' solo soddisfatta nell'intervallo di lunghezza d'onda

$$350 \text{ nm} < \lambda < 700 \text{ nm}$$

Dall' ultravioletto all'infrarosso corrispondente alle frequenze

$$0.43 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1} < \nu < 0.85 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$$

Integrando la 1.55 si ottiene il numero di fotoni emessi nel percorso L; nel caso  $L=1\text{cm}$  per una particella con  $z=1$   $\beta=1$  risulta :

$$N = 490 \sin^2 \theta \text{ fotoni/cm}$$

Nel caso dell'acqua  $n=1,33$  si hanno 300 fotoni al cm.

Integrando la 1.54 si ottiene l'energia dispersa dalla particella nel percorso L nell'intervallo di frequenza tra  $\nu_1$  e  $\nu_2$

$$\Delta E = z^2 \frac{2\pi\alpha h}{c} L \sin^2 \vartheta (\nu_2^2 - \nu_1^2) \quad 1.56$$

Numericamente in 1 cm nelle frequenze prima scelte si ottiene

$$\Delta E = 1.09 \sin^2 \theta \cdot 10^{-3} \text{ meV/cm}$$

che per l'acqua diventa

$$\Delta E = 51 \text{ KeV/cm};$$

questo numero confrontato con l'analogo della perdita di energia di una particella al minimo  $\sim 2\text{Mev/cm}$  dimostra quanto sia esigua la perdita di energia per effetto Cerenkov di una particella carica.

Per concludere va infine osservato che mentre la produzione di fotoni per intervallo di frequenza e' costante cosi' non e' in termini di lunghezza d'onda; infatti poiche'

$$v = \frac{c}{\lambda} \Rightarrow dv = -c \frac{d\lambda}{\lambda^2}$$

si avra'

$$\frac{dN}{d\lambda} = z^2 2\pi\alpha h L \sin^2 \vartheta \frac{1}{\lambda^2} \quad 1.57$$

Cio' significa che gran parte dei fotoni Cerenkov sono emessi nel violetto.

In tabella sono infine riportati alcuni valori importanti per l'effetto Cerenkov in diversi materiali

TABELLA 3

Proprieta' di alcuni mezzi riguardanti l'effetto Cerenkov  $\gamma_t$  rappresenta il valore di soglia per effetto Cerenkov

<i>Material</i>	<i>Refractive index</i>	$\gamma_t$	$\theta_{max}(^\circ)$	$N\gamma(cm eV)$
<i>plexiglass</i>	1.48	1.36	44	220
<i>water</i>	1.33	1.56	41.2	160
<i>aerogel</i>	1.01-1.07	27- 4.5	11-25	20-80
1.8 La r <i>argon</i>	1.00059	31	1.8	0.46
41 <i>helium</i>	1.000033	120	0.47	0.04

### 1.8 La radiazione di Transizione

Si chiama così la radiazione che una particella carica emette quando attraversa la superficie di separazione tra due mezzi con differenti costanti dielettriche. Quando la particella è in un mezzo di piccola costante dielettrica gli effetti di polarizzazione del mezzo circostante sono piccoli ed il campo elettrico associato alla particella ha un'estensione spaziale grande.

Al momento che la particella entra in un mezzo a più alta costante dielettrica gli effetti di polarizzazione sono grandi e l'estensione del campo elettrico diventa minore. Il brusco cambiamento di distribuzione di cariche nel mezzo e di campo elettrico dà origine alla radiazione di transizione. Un altro modo di vedere l'origine del fenomeno è quello rappresentato in fig 20. I campi generati da una carica situata in un dielettrico vicino alla superficie con un secondo possono essere visti come dovuti alla somma di quanto prodotto dalla carica con quanto prodotto dalla sua carica immagine situata nel secondo dielettrico in modo speculare. La carica e la sua carica immagine formano così un dipolo elettrico variabile con il tempo. La massima accelerazione si avrà quando la carica attraversa la superficie di separazione ed il dipolo inverte la sua direzione causando così una radiazione.

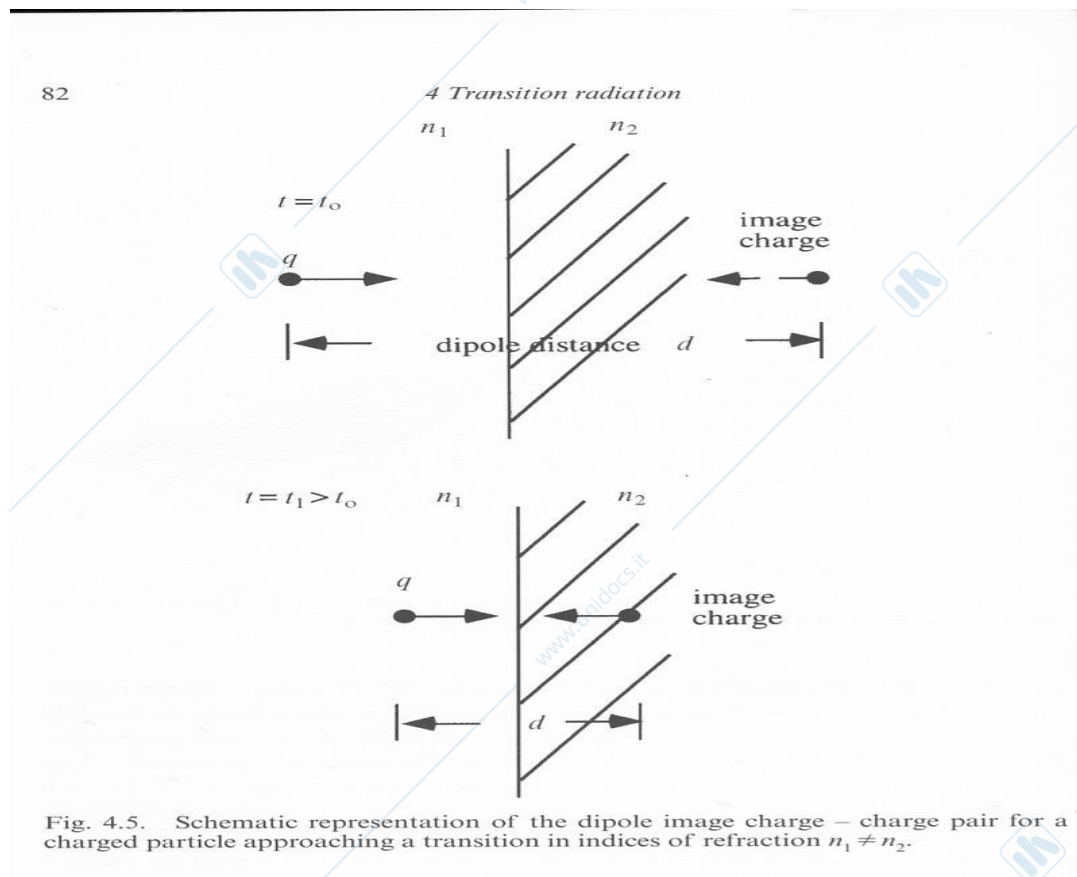


Fig 20 Origine della radiazione di transizione come conseguenza del dipolo dovuto alla carica nel mezzo di indice di rifrazione  $n_1$  ed alla sua immagine nel mezzo  $n_2$

Si puo' calcolare ( con un formalismo non semplice che qui 'tralasciamo) lo spettro di energia emesso nella radiazione di transizione nel passaggio tra due mezzi otticamente diversi ottenendo:

$$\frac{d^2W}{d\omega d\theta} = \frac{2\alpha\hbar\theta^3}{\pi} \left( \frac{1}{1/\gamma^2 + \theta^2 + \omega_1^2/\omega^2} - \frac{1}{1/\gamma^2 + \theta^2 + \omega_2^2/\omega^2} \right) \quad 1.58$$

Integrando su tutti gli angoli si ottiene

$$\frac{dW}{d\omega} = \frac{\alpha\hbar}{\pi} \left[ \left( \frac{\omega_1^2 + \omega_2^2 + 2\omega^2/\gamma^2}{\omega_1^2 - \omega_2^2} \right) \times \ln \left( \frac{1/\gamma^2 + \omega_1^2/\omega^2}{1/\gamma^2 + \omega_2^2/\omega^2} \right) - 2 \right] \quad 1.59$$

Con  $\omega_1$  ed  $\omega_2$  frequenze di plasma dei due mezzi.  
In fig 21 e' mostrato il caso del passaggio da un mezzo con frequenza di plasma  $\omega_p$  al vuoto di una particella con velocita' data da  $\gamma$

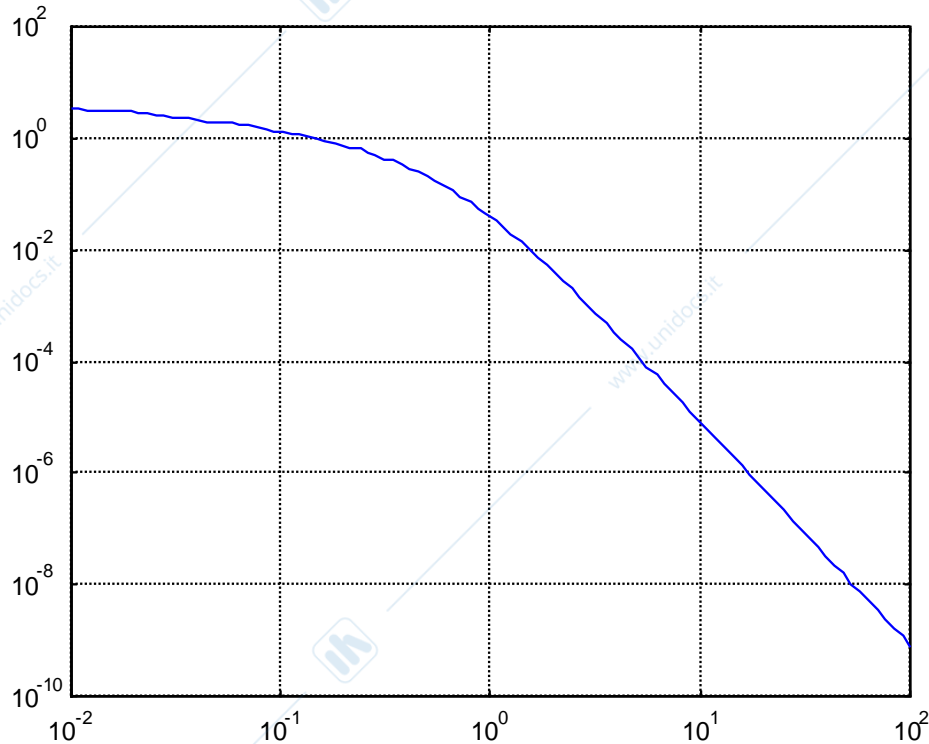


Fig 21 Spettro di energia dei fotoni di TR per il passaggio da un mezzo al vuoto in termini della variabile  $y = \omega/\gamma\omega_p$

Ricordiamo che la frequenza di plasma di un mezzo e' la frequenza di oscillazione degli elettroni in un plasma: il suo valore e' :

$$\omega_p = \sqrt{\frac{N_e e^2}{\epsilon_0 m_e}} \quad \hbar\omega_p \approx 20 \text{ eV} \quad \text{radiatore di plastica} \quad 1.60$$

con  $N_e$  numero di elettroni per unita' di volume

Il significato fisico della frequenza di plasma si può capire ricordando che le onde elettromagnetiche che si propagano in un plasma soddisfano la relazione di dispersione:

$$\omega^2 = \omega_p^2 + k^2 c^2 \quad 1.61$$

con  $k$  numero d'onda.

Di conseguenza le onde che con frequenza minore di quella di plasma non si possono propagare

Integrando la 1.59 nell'intervallo di frequenza in cui la radiazione è importante si ottiene:

$$W = \frac{\alpha \hbar (\omega_1^2 - \omega_2^2)}{\pi (\omega_1 + \omega_2)} \gamma \quad 1.62$$

Ossia l'energia emessa per radiazione di transizione varia linearmente con  $\gamma$ .

Nel caso che un mezzo sia il vuoto si avrà'

$$W = \frac{1}{3} \alpha \hbar \omega_p \gamma \quad 1.63$$

Va notato che la dipendenza da  $\gamma$  offre la possibilità di sfruttare questo fenomeno per la costruzione di rivelatori capaci di riconoscere particelle di altissima energia.

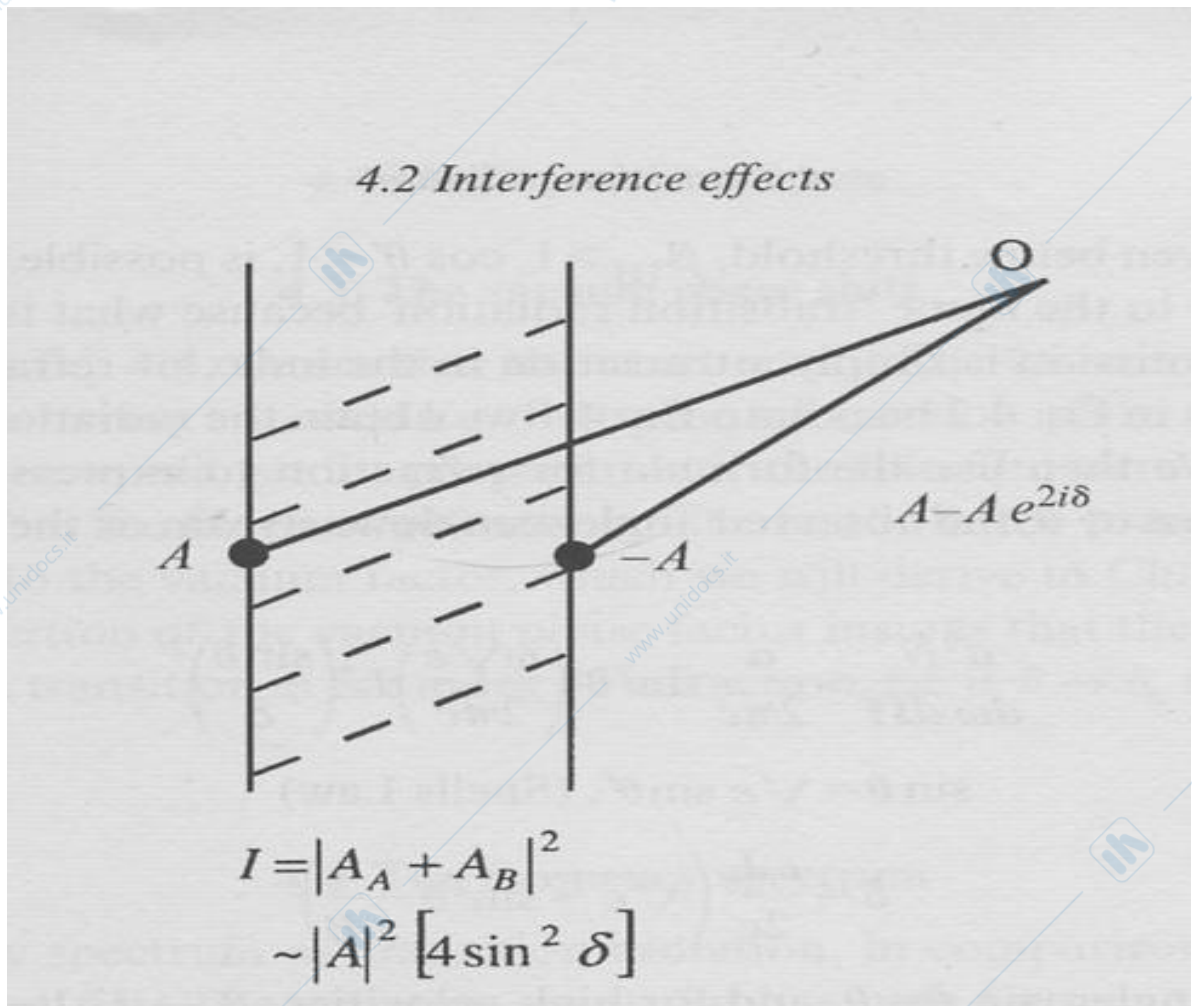
Il numero di fotoni emessi per ogni attraversamento vale (nell'intervallo intorno a  $\gamma=1$  per cui  $\omega_p \gamma \sim \omega$ )

$$N_{ph} \approx \frac{W}{\hbar \omega} \propto \alpha \approx \frac{1}{137} \quad 1.64$$

Esiste il pericolo che i fotoni emessi all'entrata ed all'uscita del foglio interferiscano distruttivamente

Per studiare la produzione di fotoni da un foglio sottile si può calcolare lo spostamento di fase tra i fotoni emessi in entrata ed in uscita in un mezzo di spessore  $L$  facendo riferimento alle figure 22, 23

### 4.2 Interference effects



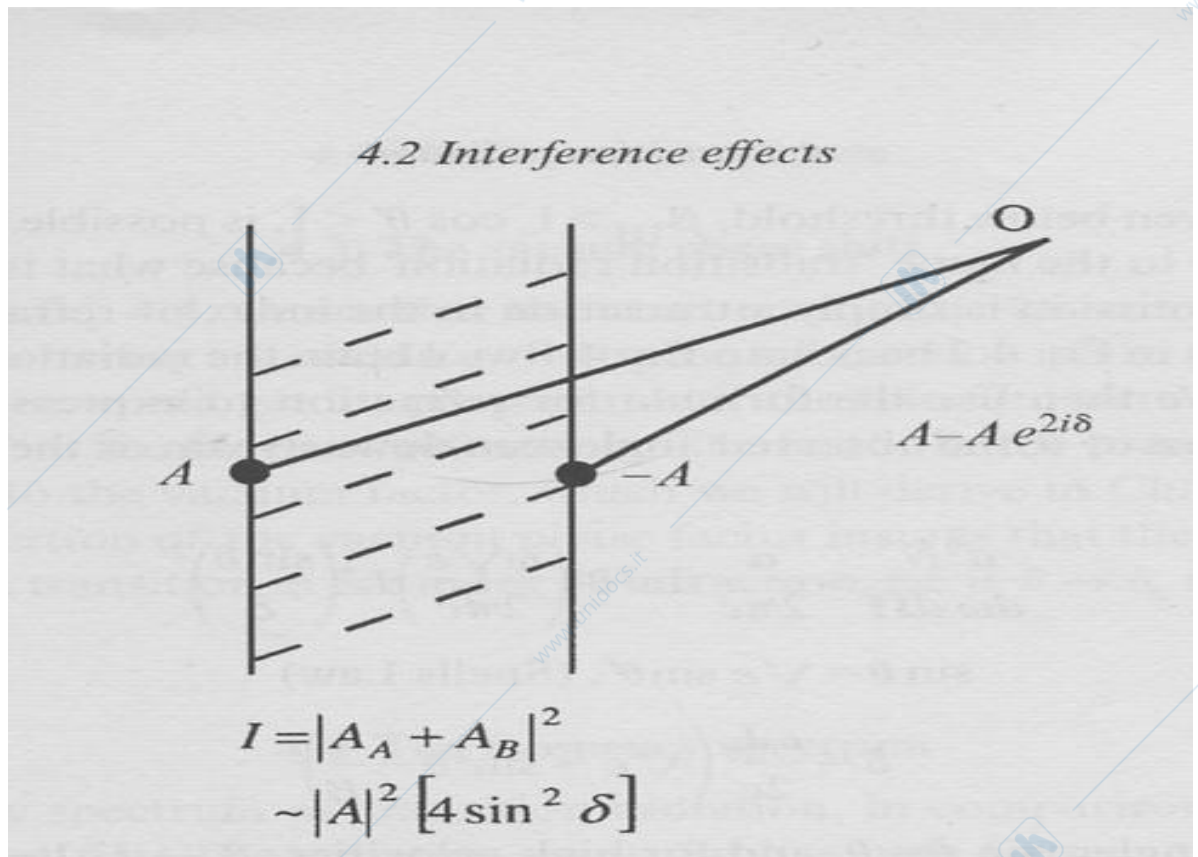


Fig 22 Interferenza tra fotoni emessi all'entrata ed alla uscita di un foglio sottile

Il calcolo della differenza di fase tra i fotoni puo'essere fatto ricorrendo alla figura 23

$$T_{\text{photon-front-to-backedge}} = \frac{Ln}{\cos(\mathcal{G})c}$$

$$T_{\text{photon-back-to-planewave}} = \frac{L}{\beta c} + \frac{\sin(\phi)L \tan(\mathcal{G})}{c}$$

$$n \sin(\mathcal{G}) = \sin(\phi)$$

$$\Delta T = \frac{L}{c} \left( \frac{1}{\beta} - n \cos(\mathcal{G}) \right)$$

$$\Delta \text{phase} = \frac{2\pi \Delta T}{T_{\text{period-photon}}} = \Delta T \omega = \frac{L\omega}{c} \left( \frac{1}{\beta} - n \cos(\mathcal{G}) \right)$$

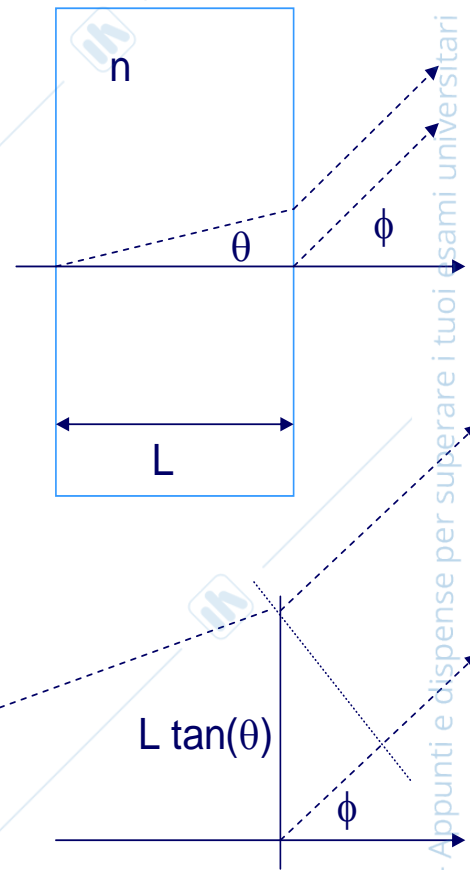


Fig 23 Differenza di fase di fotoni emessi all'entrata ed all'uscita di un mezzo sottile

Nel caso di  $\theta$  piccolo  $\beta \rightarrow 1$   $1 - \beta \approx \frac{1}{2} \gamma^2$

$$48 \quad \Delta \text{phase} \cong \frac{L\omega}{2c} \left( \frac{\omega_p^2}{\omega^2} + \frac{1}{\gamma^2} + \phi^2 \right) = \frac{\pi L}{\lambda} \left( \frac{\omega_p^2}{\omega^2} + \frac{1}{\gamma^2} + \phi^2 \right)$$

Si definisce

$$Z = \frac{\lambda}{\pi \left( \frac{\omega_p^2}{\omega^2} + \frac{1}{\gamma^2} + \varphi^2 \right)} \quad 1.65$$

Z e' chiamata zona di formazione

Ricordando che l'onda generata in entrata e quella generata in uscita di un foglio sono in opposizione di fase si avra' un segnale per causa dell'interferenza proporzionale a

$$\sin^2 \frac{L}{Z}$$

si avra' percio' interferenza distruttiva se  $L \ll Z$

In sostanza L deve essere maggiore di  $\frac{\lambda \gamma^2}{3\pi}$

Un esempio numerico

Un foglio di mylar (radiatore tipico) ha una frequenza di plasma di 20 eV

Se su esso incidono elettroni da 1 GeV con  $\gamma = 2000$  si avra' un'emissione di fotoni data da:

$$1.66 \quad n = \frac{\alpha \gamma \hbar \omega_p}{3 \hbar \omega} = \frac{\alpha \gamma \hbar \omega_p}{3 * 0.3 \gamma \hbar \omega_p} \cong \alpha$$

Con uno spettro fino

$$\gamma\omega_p = 4 \bullet 10^4 \text{ eV} \quad (\text{raggi X})$$

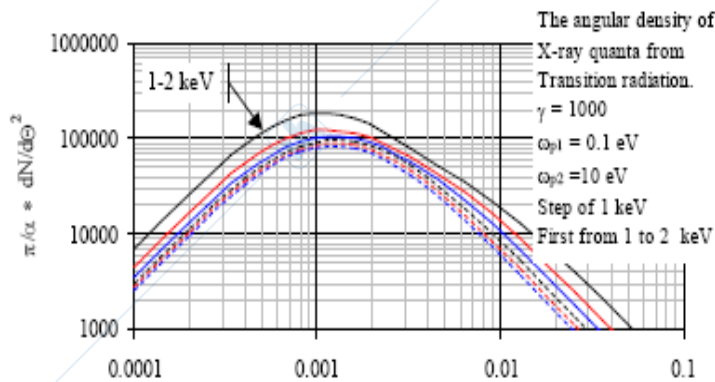
ed una lunghezza di formazione

$$Z = \frac{\lambda\gamma^2}{3\pi} \quad \lambda = \frac{c}{f} = \frac{2\pi c}{\omega} = \frac{2\pi\hbar c}{E_\gamma}$$

$$Z = \frac{2\hbar c\gamma^2}{3E_\gamma} = \frac{\gamma^2 2(197,000 \text{ eV-fm})}{3E_\gamma} = \frac{\gamma^2(197,000 \text{ eV-fm})}{3 \cdot 6 \text{ eV}}$$

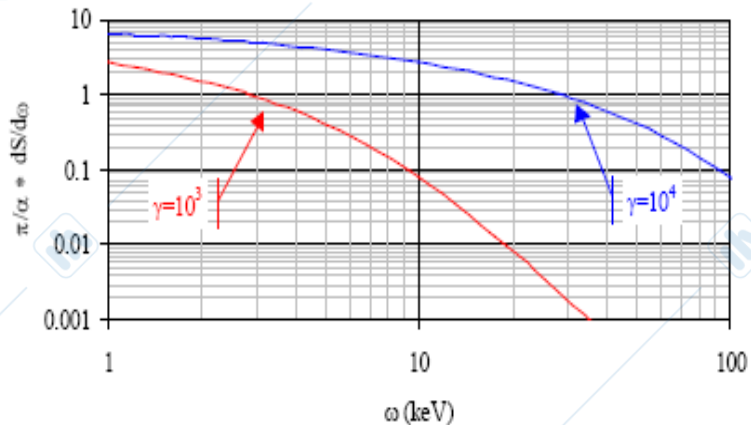
pari a 20μm

In figura 24\_e' rappresentata la situazione per una particella con  $\gamma=1000$



emission angle  $\sim 1/\gamma$

$\Theta$  (rad)



Total radiated power  
 $S \approx 10^{-2} \gamma \text{ (eV)}$

Fig 24 Radiazione di transizione da un foglio di mylar di 20μm al passaggio di un elettrone con  $\gamma=1000$ .

## 1.9 La radiazione di Sincrotrone

Come abbiamo già visto per la bremsstrahlung una carica accelerata irradia.

Se la particella si muove con  $\beta < 1$  il calcolo in fisica classica da per la potenza irradiata il valore

$$P = \frac{2e^2}{3c^3} |\dot{\vec{\beta}}|^2$$

1.67

mentre se si ripete il calcolo con le formule della relatività per una particella con  $\beta \sim 1$  si ottiene :

$$P = \frac{2}{3} \frac{e^2}{c} \gamma^6 \left[ |\dot{\vec{\beta}}|^2 - |\vec{\beta} \times \dot{\vec{\beta}}|^2 \right]$$

1.68

Si può applicare questa formula al caso di una particella in moto circolare in questo caso

$$\omega = \frac{c\beta}{R}$$

$$P = \frac{2}{3} \frac{e^2}{m^2 c^3} \gamma^3 \omega^2 |\vec{p}|^2 = \frac{2}{3} \frac{e^2 c}{R^2} \beta^4 \gamma^4 \propto \frac{E^4}{m^4 R^2}$$

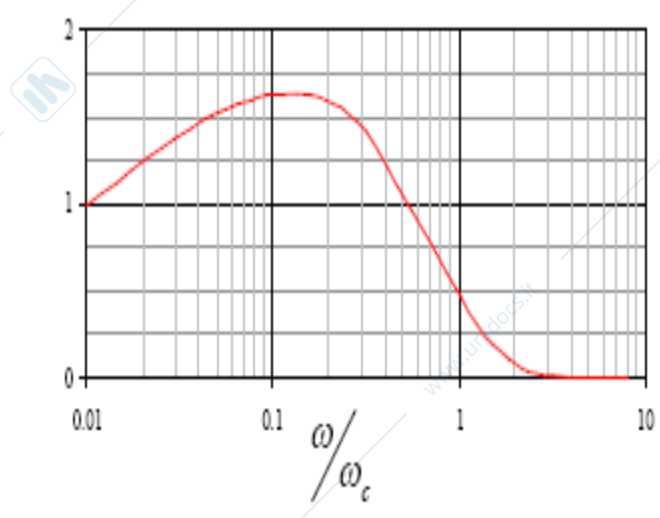
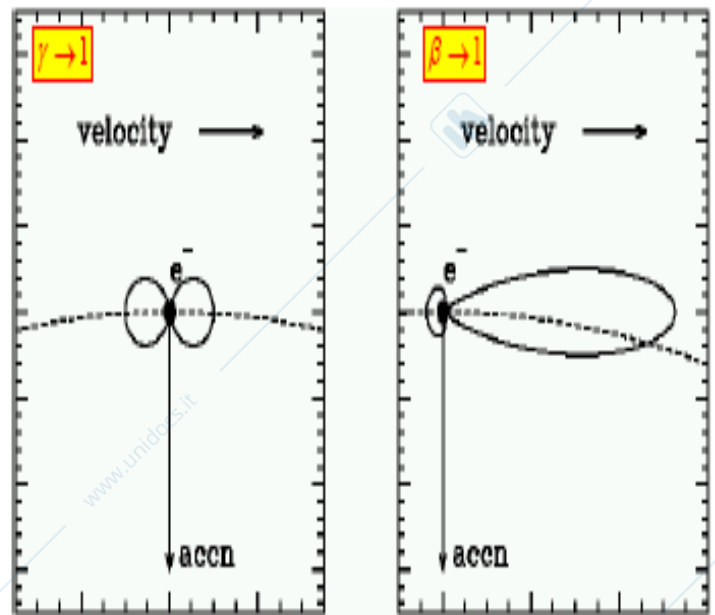
1.69

La radiazione così emessa viene chiamata radiazione di sincrotrone ed assume particolare importanza per particelle di massa piccola in particolare è importante solo per per elettroni di alta energia..

Le sue caratteristiche sono mostrate in figura 25

$$\frac{dP}{d\Omega} = \frac{e^2 \dot{\beta}^2 (\beta - \cos\Theta)^2}{16\pi^2 c^3 (1 - \beta \cos\Theta)^5}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \lim_{\gamma \rightarrow 1} \Rightarrow \frac{e^2}{16\pi^2 c^3} \dot{\beta}^2 \cos^2 \Theta \\ \lim_{\beta \rightarrow 1} \Rightarrow \theta_{\max} = 0 ; \Delta\theta \cong \frac{1}{\gamma} \end{array} \right.$$



$$\omega_c = 3 \left( \frac{E}{mc^2} \right)^3 \frac{c}{R}$$

Fig 25 Spettro di emissione e distribuzione angolare della luce di sincrotrone

Nella figura 25 e' mostrato lo spettro di emissioni in termini della frequenza critica che corrisponde al limite al disopra del quale la radiazione e' trascurabile.

La radiazione di sincrotrone assume particolare importanza negli acceleratori.

Per macchine di alta energia pone un limite alla possibilità di accelerare elettroni se non con raggi di curvatura molto grandi in quanto vi è una grande dispersione di energia per ogni giro compiuto dalla particella data da

$$\Delta E = \frac{2\pi\rho}{c\beta} P = \frac{4\pi e^2}{3R} \beta^3 \gamma^4 \xrightarrow{e^+e^- \rightarrow \beta \rightarrow 1} \Delta E(\text{MeV}) = 8.85 \cdot 10^{-2} \frac{E^4(\text{GeV})}{R(\text{m})}$$

Nel caso del LEP che è stata la più grande macchina acceleratrice per elettroni si avevano i seguenti dati:

- **E / particle ~100 GeV**
  - **R~27000 m / 2π**
  - **ΔE(rad.)~2 GeV / particle ⊕ revolution**
  - **I ~ 4 mA ⊗ 2**
  - **P~16 MW !!**
- (c.f. electrical power output of a nuclear power core ~ 1 GW)*  
*i.e. Substantial Power Loss → Major Limitations*

Ma non tutto il male viene per nuocere poiché l'uso della radiazione di sincrotrone ha consentito la costruzione di fasci di fotoni in un vasto raggio di frequenze dal visibile alla regione di raggi X ottenuti con sincrotroni di energia tra 1.5 e 8 GeV .

Le applicazioni sono innumerevoli e vanno dallo studio della struttura delle cellule ,ad applicazioni mediche nella diagnosi di tumori ,alla struttura di solidi etc etc....

### 1.10 L'interazione di fotoni con la materia

I fotoni interagiscono elettromagneticamente con le particelle cariche della materia.

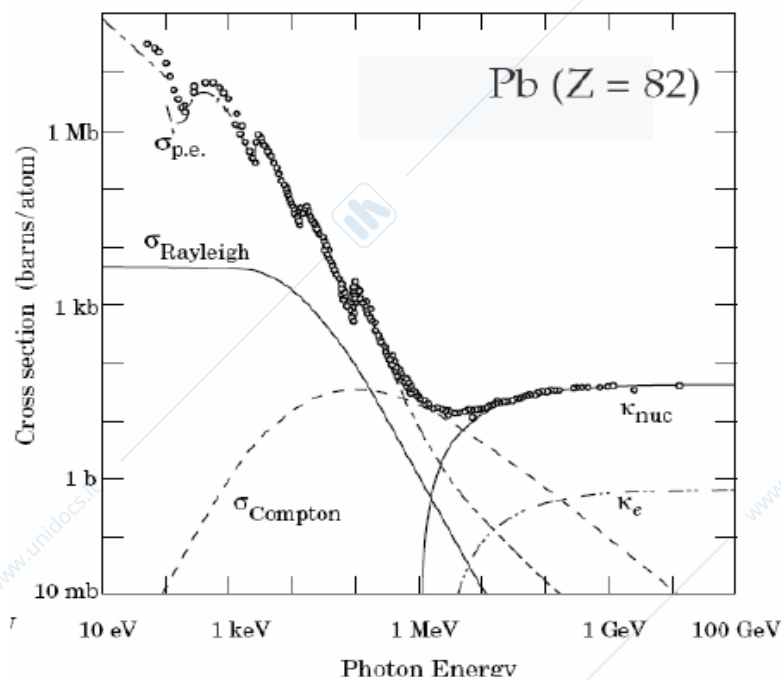
I processi possibili sono

1. **Scattering Rayleigh** in cui il fotone diffonde sugli elettroni atomici senza ionizzare od eccitare gli atomi. La sezione d'urto è costante fino a qualche KeV per poi crollare rapidamente a zero. Il fenomeno non ha importanza alcuna nell'assorbimento di fotoni nella materia. È all'origine del colore blu del cielo in quanto la diffusione dei fotoni solari è più importante per la componente di luce a piccola lunghezza d'onda.

2. Effetto fotoelettrico (assorbimento del fotone con espulsione di un elettrone dall'atomo)

3. Scattering Compton su elettrone libero

4. Creazione di coppie nel campo del nucleo o di un elettrone



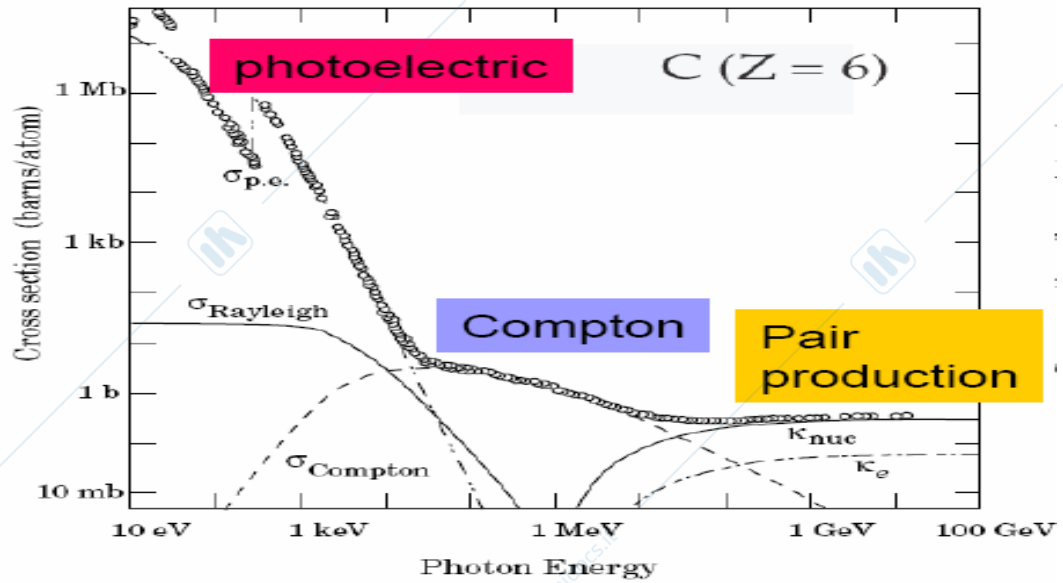


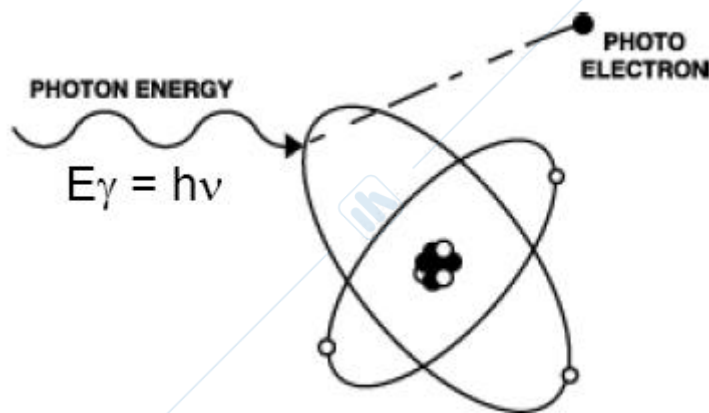
Fig 26 Interazione di fotoni con atomi di C e Pb

Come appare dalla figura 26 tutti questi fenomeni sono fortemente dipendenti dalla energia del fotone e dalla Z del materiale in cui il fotone si muove.

Di seguito osserviamole le loro caratteristiche generali.

## EFFETTO FOTOELETTRICO

E' il fenomeno predominante alla basse energie



Si tratta dell'interazione con elettroni legati e la presenza dell'atomo e' necessaria per la conservazione di energia e quantita' di moto.

Se l'energia del fotone supera l'energia di legame  $E_B$  dell'elettrone questo puo' venire emesso con un'energia

$$E_e = E_\gamma - E_B \quad 1.70$$

$E_B$  varia tra valori da 1 a piu' di 100 KeV (vedi fig 27) tra le shell piu' esterne a quelle piu' profonde e dipende dall'atomo

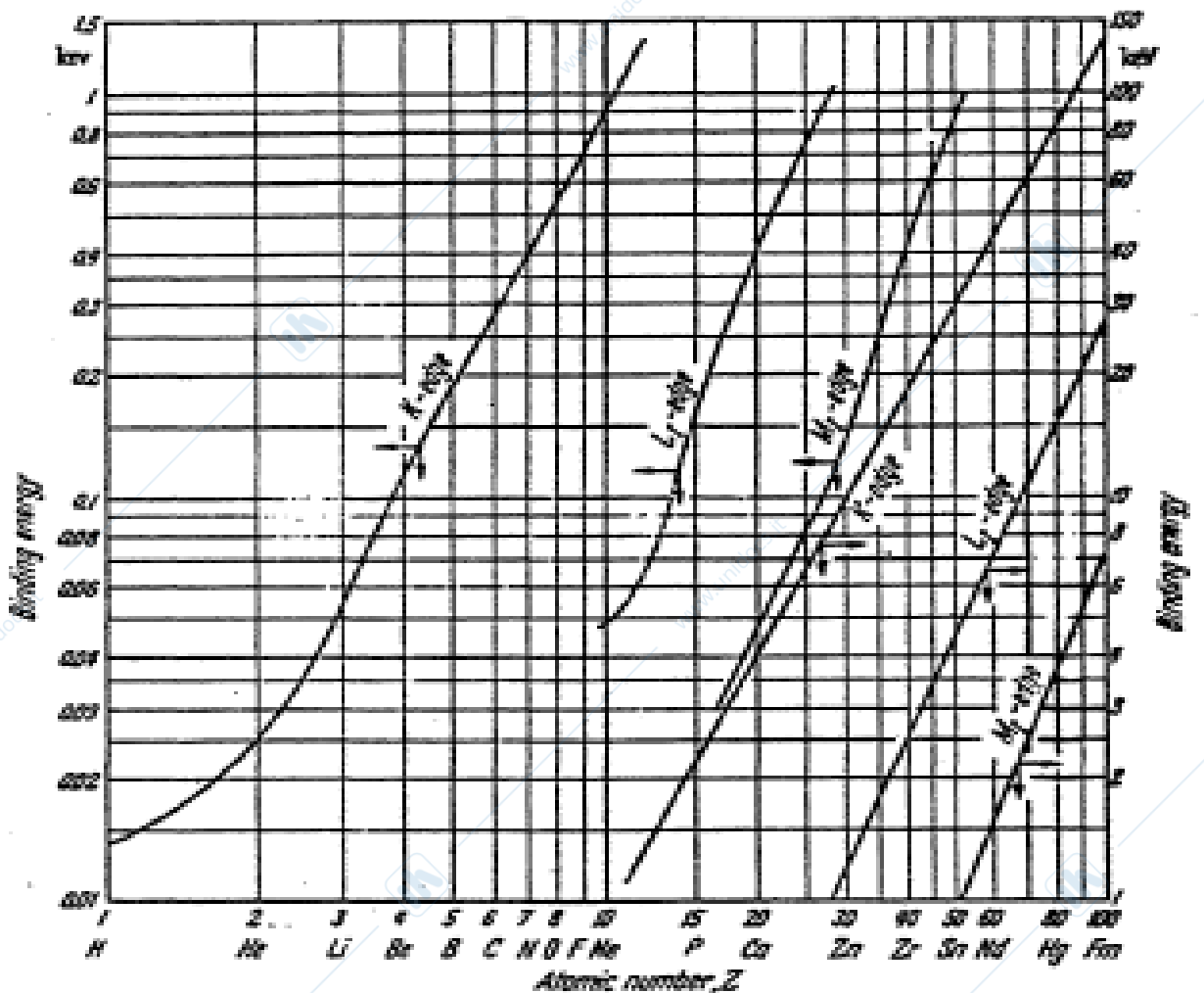


Fig 27 Energia di legame degli elettroni delle diverse orbite in funzione di Z

Come si vede chiaramente dalla figura 26 la sezione d'urto si incrementa notevolmente quando l'energia del fotone uguaglia quella di legame dell'elettrone di una shell. Infatti a quella energia diventano bersagli utili tutti gli elettroni della shell in questione.

Il calcolo delle caratteristiche dell'effetto fotoelettrico si fa in elettrodinamica quantistica. La sezione d'urto varia molto velocemente alle basse energie con  $E_\gamma$  dell'ordine della massa dell'elettrone per poi dipendere da  $1/E_\gamma$ . Va infine notata la forte dipendenza da  $Z$  che viene ampiamente sfruttata nell'assorbimento di fotoni con schermature di Pb e nei rivelatori per fotoni fino all'ordine del MeV che sono costruiti con materiali il più possibile pesanti.

Le formule 1.71 danno l'andamento della sezione d'urto a basse ed alte energie.

$$\sigma_{p.e.} [\text{cm}^2/\text{Atom}] = \left(\frac{32}{\epsilon^7}\right)^{1/2} \alpha^4 Z^5 \sigma_{Th} \begin{cases} \epsilon = E_\gamma/m_e c^2 \\ \sigma_{Th} = \frac{8\pi\alpha^2}{3m_e^2} \end{cases}$$

$$\sigma_{p.e.} = \frac{4\pi\alpha^6 Z^5}{m_e^2 \epsilon}$$

1.71

In figura 28 è rappresentata la distribuzione angolare degli elettroni prodotti rispetto alla direzione del fotone incidente;

alle basse energie l'elettrone  $e^-$  emesso intorno a  $90^\circ$  per poi andare in avanti al crescere dell'energia dove la sezione d'urto differenziale puo' essere cosi' scritta

$$d\sigma / d\Omega \sim \sin^2 \theta / (1 - \beta_e \cos \theta)^4$$

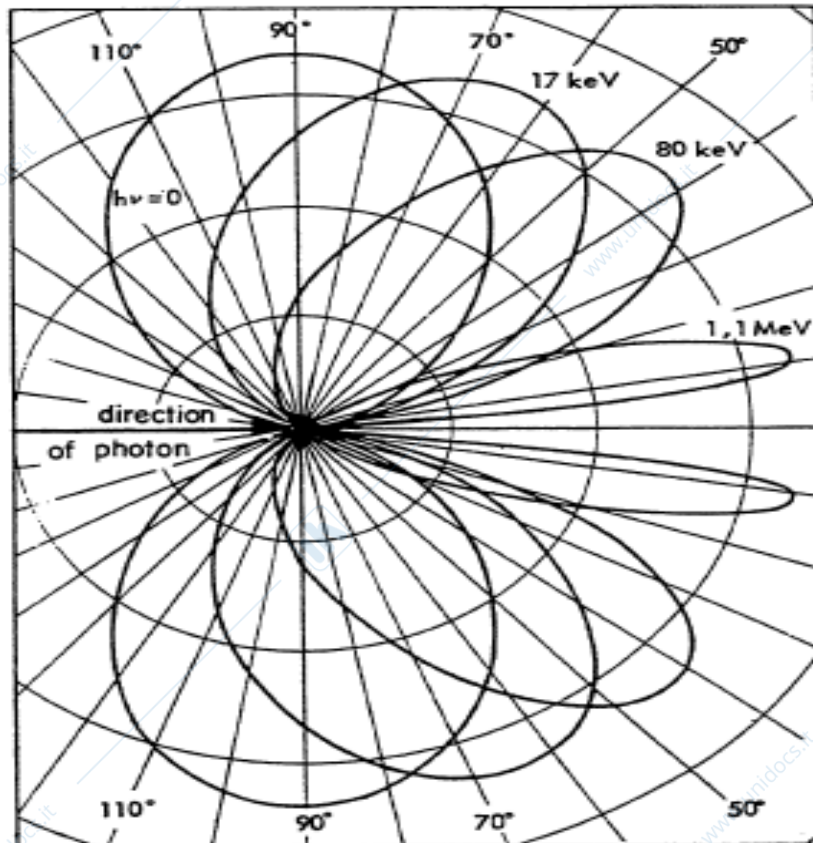


Fig28 Distribuzione angolare degli elettroni rispetto alla direzione del fotone per diverse energie

A seguito dell'effetto di emissione dell'elettrone avviene una redistribuzione degli elettroni nelle orbite atomiche dello ione residuo.

Due sono le possibilita'

### a) fluorescenza

L'elettrone mancante nella shell K viene prontamente sostituito da un elettrone proveniente dalle shell più esterne; nella maggior parte dei casi (circa l'88% nello Iodio) avviene l'emissione di un fotone di fluorescenza di energia pari alla differenza fra l'energia della shell K e quella della shell esterna di provenienza.

Nella figura 29 è mostrato la probabilità del fenomeno per gli atomi di diversa Z

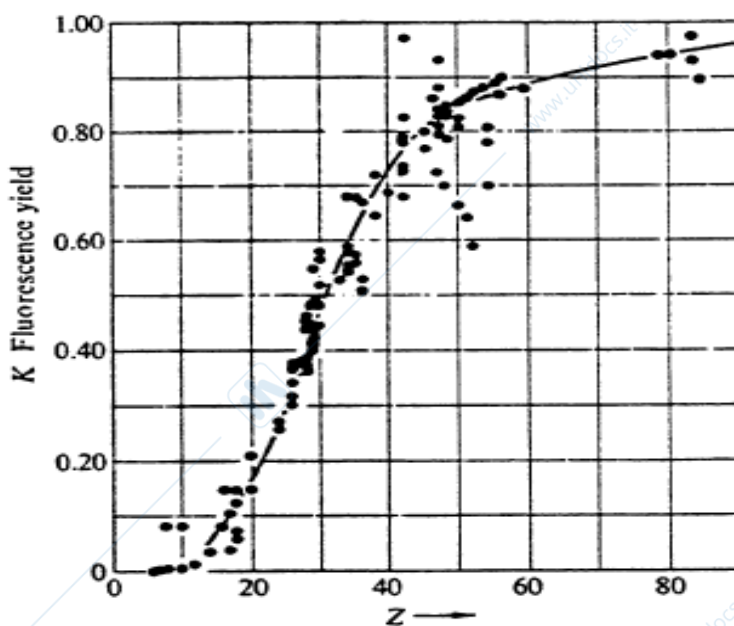
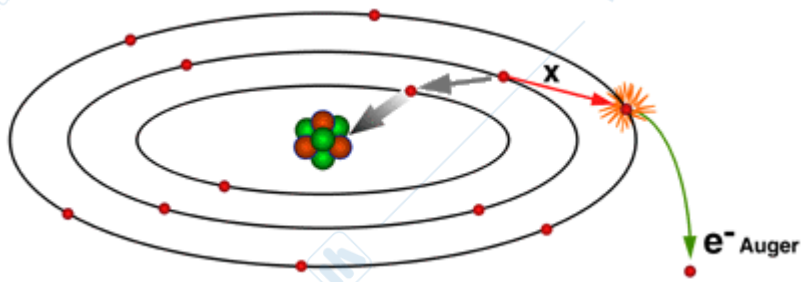


Fig 29 Probabilità di fluorescenza in funzione di Z

### b) Effetto Auger

È un altro processo derivante da cambiamenti nello stato energetico e nella configurazione degli orbitali atomici. Si può verificare quando si crea un "vuoto" elettronico in un orbitale interno: un elettrone esterno per riempire il "vuoto" scende ad un livello energetico inferiore, cedendo energia sotto forma di radiazione X "caratteristica" che, attraversando gli orbitali più esterni, può interagire con un elettrone espellendolo dalla sua orbita (elettrone Auger). Questo fenomeno è più probabile per elementi di basso numero atomico (Z).

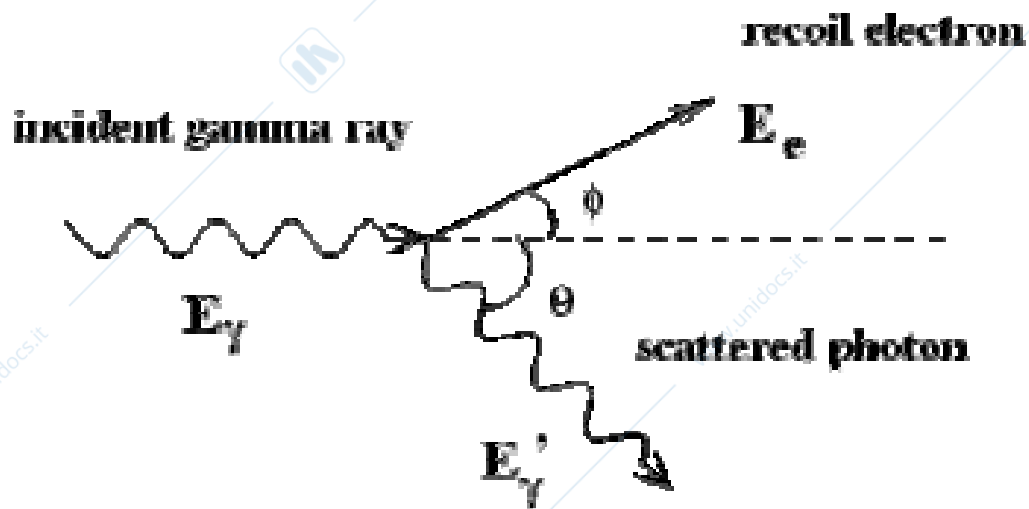


Schematizzazione dell'effetto Auger

### Effetto Compton

L'effetto Compton e' la diffusione di un fotone su di un elettrone libero o considerato tale

$$\gamma + e \rightarrow \gamma' + e'$$



L'energia del fotone diffuso vale:

$$\frac{hv'}{hv} = \frac{1}{[1 + \varepsilon(1 - \cos\theta_v)]} \Rightarrow \cos\theta_v = 1 - \frac{1}{\varepsilon} \left( \frac{hv'}{hv} - 1 \right)$$

1.72

dove:

$\theta_v$  e' l'angolo del fotone diffuso ed  $\varepsilon$  l'energia ridotta del fotone incidente

$$\varepsilon = \frac{hv}{mc^2}$$

L'energia cinetica dell'elettrone diffuso vale

$$K_e = h(v - v') = hv'[\varepsilon(1 - \cos\theta_v)] = hv \frac{\varepsilon(1 - \cos\theta_v)}{1 + \varepsilon(1 - \cos\theta_v)}$$

1.73

Il suo valore massimo e'

$$K_e = hv \frac{2\varepsilon}{1 + 2\varepsilon}$$

Il processo puo'essere calcolato in elettrodinamica quantistica.

Le caratteristiche delle'energia cinetica dell'elettrone sono mostrate nelle figure 30<sub>a</sub> e 30<sub>b</sub>

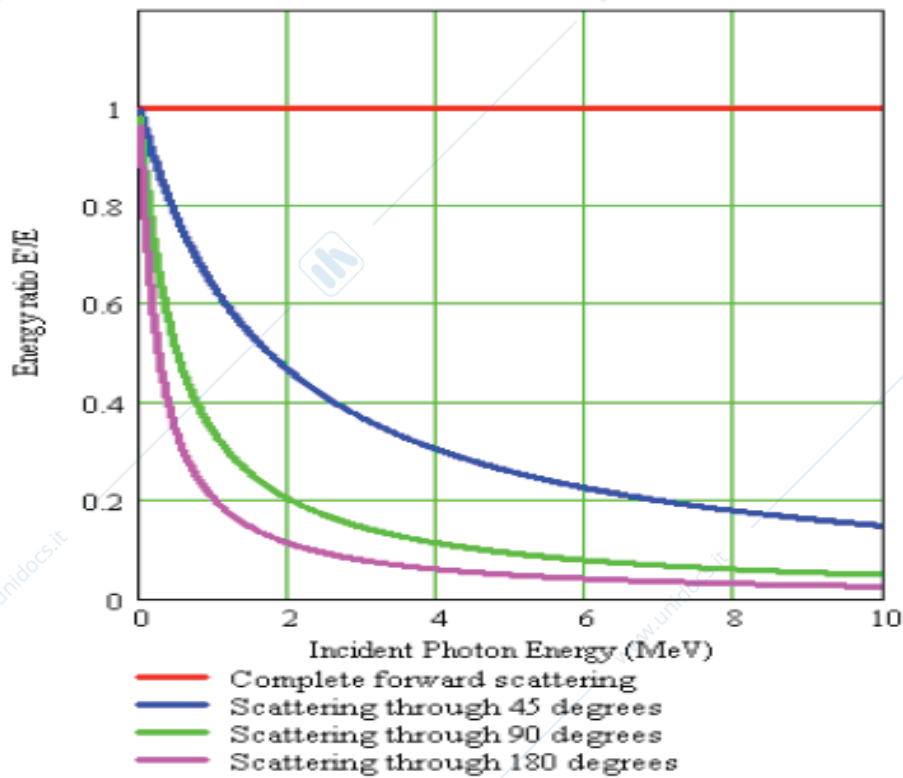


Fig 30a Frazione dell'energia del fotone incidente trasmessa al fotone diffuso per effetto Compton

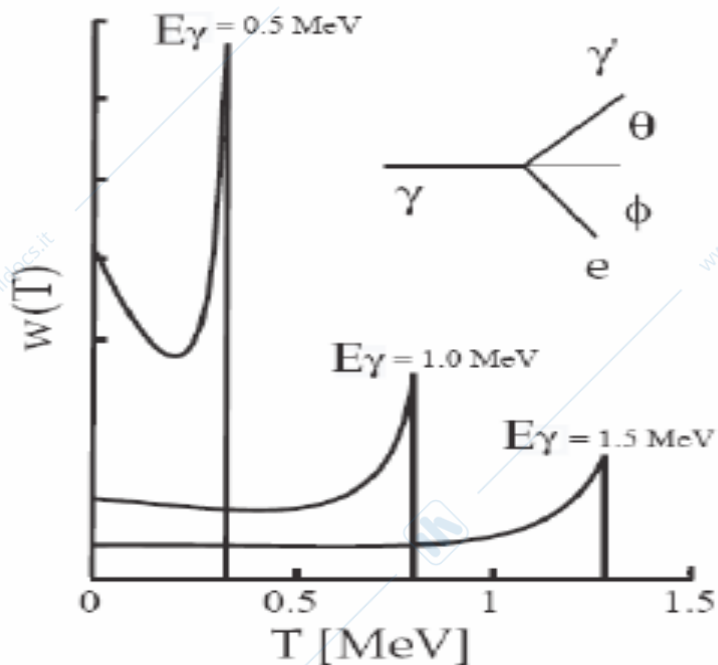


Fig 30b Spettro di energia degli elettroni prodotti per effetto Compton per diverse energie del fotone incidente

La sezione d'urto differenziale del processo e' data dalla formula di Klein Nishina

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = 0.5r_e^2 (P(E_\gamma, \theta) - P(E_\gamma, \theta)^2 \sin^2(\theta) + P(E_\gamma, \theta)^3) \quad 1.74$$

con  $r_e$  = raggio classico dell'elettrone

$$P(E_\gamma, \theta) = \frac{1}{1 + \frac{E_\gamma}{m_e c^2} (1 - \cos \theta)}$$

Alle basse energie si avra'

$$\varepsilon \rightarrow 0 \Rightarrow \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_c \rightarrow \left( \frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{Th} = \frac{r_e^2}{2} (1 + \cos^2 \theta_v) \quad 1.75$$

La sezione d'urto totale vale:

$$\sigma = 2\pi r_e^2 \left\{ \left( \frac{1+\varepsilon}{\varepsilon^2} \right) \left[ \frac{2(1+\varepsilon)}{1+2\varepsilon} - \frac{\lg(1+2\varepsilon)}{\varepsilon} \right] - \frac{1}{2\varepsilon} \lg(1+2\varepsilon) - \frac{1+3\varepsilon}{(1+2\varepsilon^2)} \right\} \quad 1.76$$

Questa formula ha due limiti interessanti per  $\varepsilon$

$$\varepsilon \ll 1$$

$$\sigma = \sigma_{Th}(1-2\varepsilon) \quad \text{con } \sigma_{Th} = 8\pi/3 r_e^2 = 0.665 \text{ barn}$$

$$\varepsilon \gg 1$$

$$\sigma = \frac{3}{8} \sigma_{Th} \frac{1}{\varepsilon} \left( \frac{1}{2} + \lg 2\varepsilon \right) \quad 1.77$$

La sezione atomica si ottiene semplicemente moltiplicando per  $Z$  la sezione d'urto per elettroni. Come appare dalle figure 26 l'effetto Compton è soprattutto importante nell'intorno del MeV.

Le figure che seguono danno l'andamento della sezione d'urto sull'elettrone libero in funzione dell'energia del fotone e la distribuzione angolare del fotone diffuso.

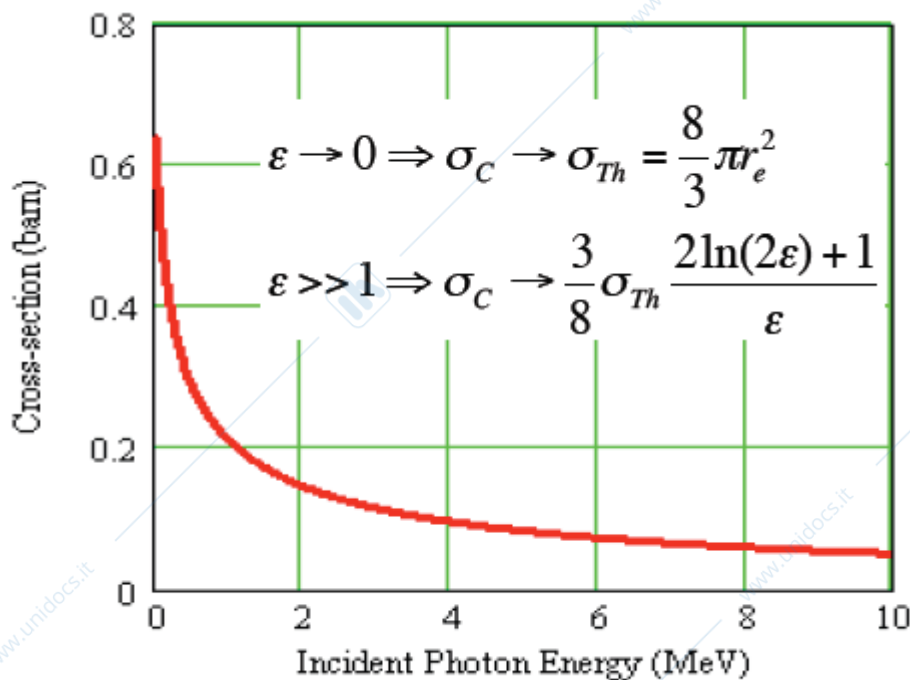


Fig 31 Sezione d'urto Compton in funzione dell'energia del fotone incidente su elettrone libero.

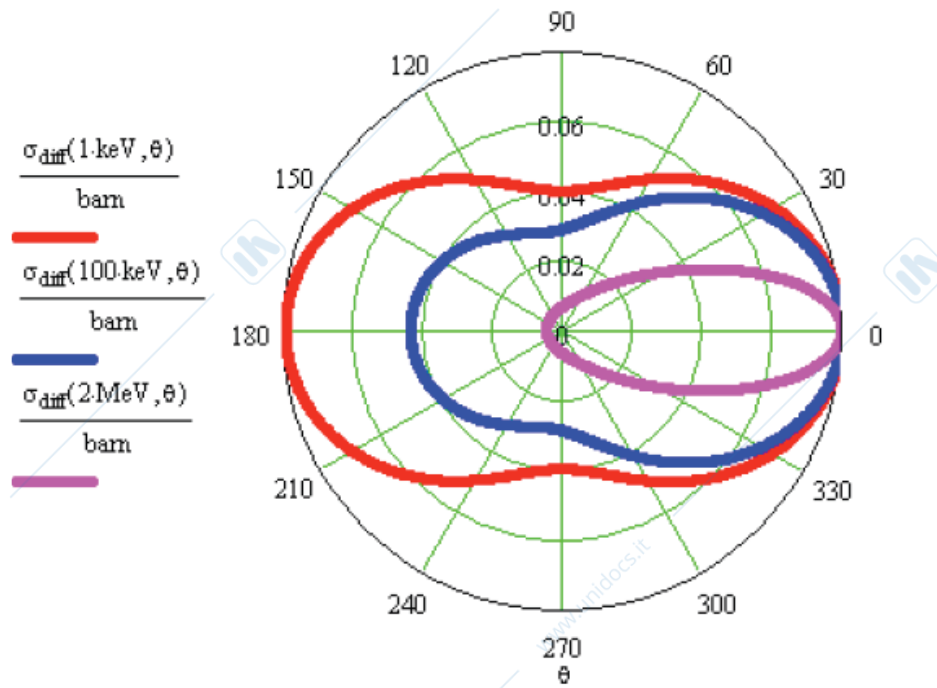
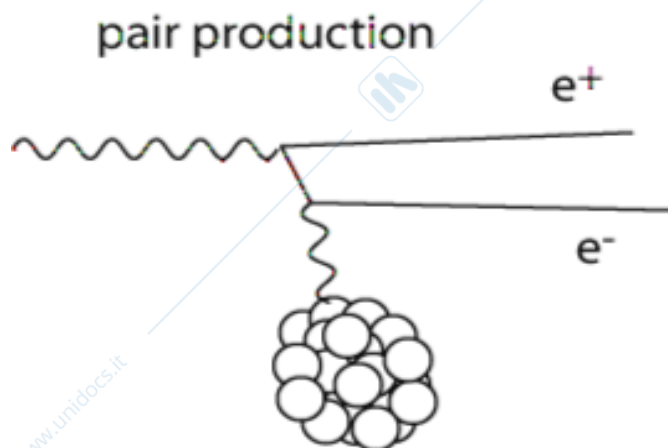


Fig 32 Sezione d'urto Compton in funzione dell'angolo di diffusione del fotone per varie energie del fotone incidente

### CREAZIONE di COPPIE

Quando l'energia del fotone diventa maggiore di due volte la massa dell'elettrone ossia  $E_\gamma \geq 1.02 \text{ MeV}$  puo' nel campo del nucleo avvenire la reazione di creazione di coppie



La sezione d'urto del processo cresce alla soglia per raggiungere un valore costante secondo le:

$$(1 \ll \epsilon < \frac{1}{\alpha Z^{1/3}}) \quad \sigma_{\kappa} [\text{cm}^2/\text{Atom}] = \frac{4\alpha^3 Z^2}{m_e^2} \left( \frac{7}{9} \ln 2\epsilon - \frac{109}{54} \right)$$

$$\epsilon \gg \frac{1}{\alpha Z^{1/3}} \quad \sigma_{\kappa} [\text{cm}^2/\text{Atom}] = \frac{4\alpha^3 Z^2}{m_e^2} \left( \frac{7}{9} \ln \frac{183}{Z^{1/3}} - \frac{1}{54} \right) \quad 1.79$$

Vi e' quindi una dipendenza da  $Z^2$  che assume grande importanza nel passaggio dei fotoni nella materia  
 Va osservato che alle alte energie trascurando il termine  $1/54$  vale la semplice relazione tra sezione d'urto di bremsstrahlung e creazione di coppie

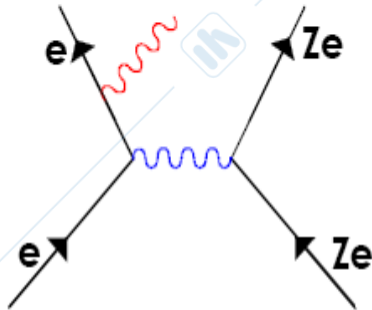
$$\sigma_{pair} \approx \frac{7}{9} \sigma_B$$

$$\sigma_B \approx .58 \text{mb} \times Z^2$$

1.80

Questa relazione e' comprensibile se si guarda ai diagrammi di Feynman dei due processi che sono molto simili

### Bremsstrahlung (Braking Radiation)



### Pair production

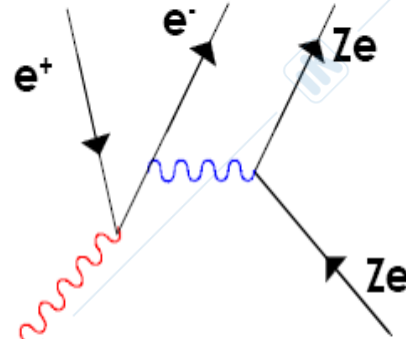


Fig 33 Diagrammi di Feynmann per la bremsstrahlung e la creazione di coppie

Riassumendo un fotone che entra in un materiale per interazione elettromagnetica puo' fare effetto foto elettrico , Compton o creare coppie con una probabilita' che dipende dalla sua energia e dalla Z del mezzo

In sostanza un fascio di fotoni penetrando in un mezzo si attenua secondo la

$$-dl = \mu ds \quad I(s) = I_0 e^{-\mu s} = I_0 e^{-\frac{\mu}{\rho} t} \quad 1.81$$

con  $I_0$  intensita' del fascio entrante ;  $I(s)$  intensita' dopo uno spessore  $s$  :  $t = \rho s$ ;  $\mu$  coefficiente di attenuazione lineare e  $\mu/\rho$  coficiente di attenuazione di massa Vale la:

$$\frac{\mu}{\rho} = \frac{N_A}{A} \sigma_{tot} \cong \frac{N_A}{A} (\sigma_{pE} + Z\sigma_{comp} + \sigma_{pair}) \quad 1.82$$

Ricordando la definizione di libero cammino medio  $\lambda = 1/(\mu/\rho)$  si ottiene che la intensita' residua di un fascio di fotoni che attraversa uno spessore  $t$  misurato in  $g/cm^2$  vale

$$I(t) = I(0) e^{-t/\lambda} \quad 1.83$$

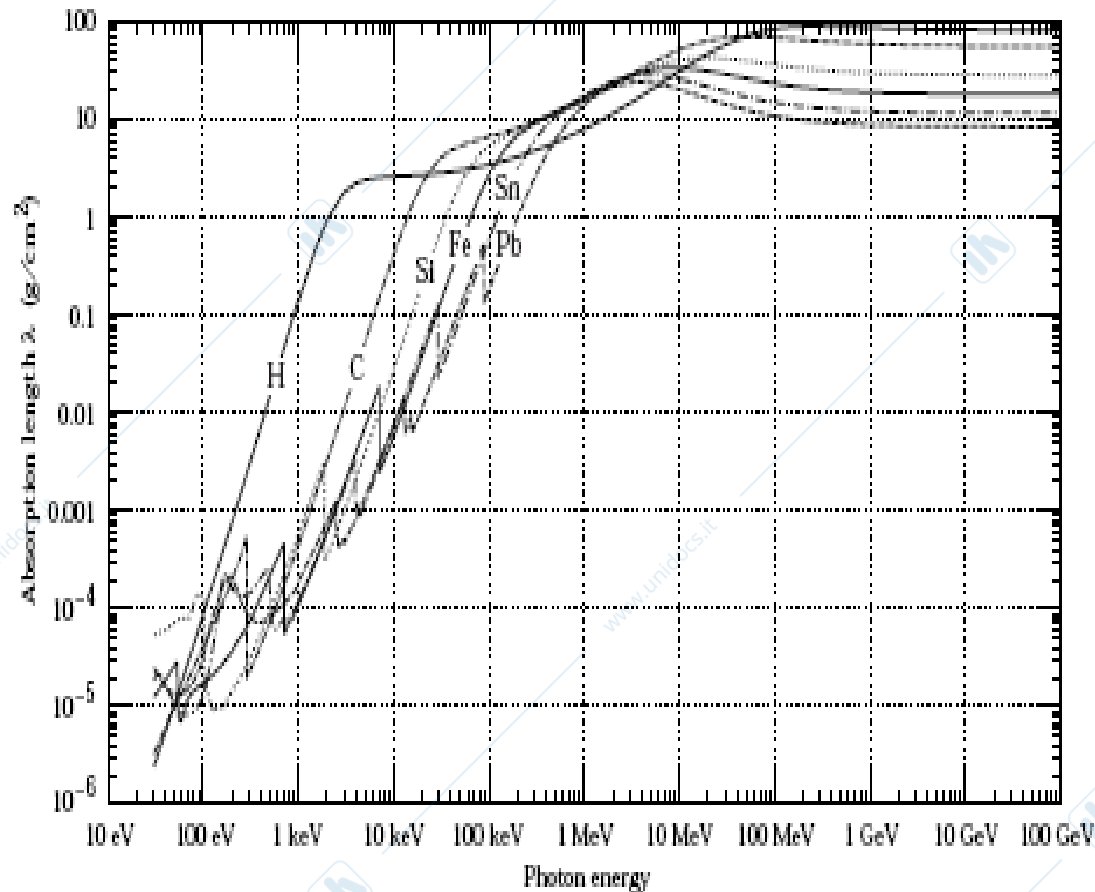


Fig 34 Lunghezza di assorbimento dei fotoni in vari materiali

In figura 34 sono riportati i liberi cammini medi di fotoni in vari materiali

Si vede chiaramente come alle basse energie domini l'effetto fotoelettrico con una conseguente forte variazione di  $\lambda$  con l'energia mentre alle alte energie domina la creazione di coppie quasi indipendente dall'energia. Per un composto od una miscela con elementi di numero atomico  $Z$  vale la:

$$\frac{1}{\lambda} = \sum \frac{\omega_Z}{\lambda_Z} \quad 1.84$$

con  $\omega_Z$  proporzione in peso dell'elemento  $Z$ .

Ricordando la 1.49 la 1.80 può infatti venire scritta come:

$$\sigma_{\text{pair}} = 7/9(A/X_0 N_A) \text{ e quindi } \mu/\rho = 7/9 1/X_0$$

con  $X_0$  uguale alla lunghezza di radiazione del mezzo.

Si puo' perciò affermare che alle alte energie un fotone che attraversa uno spessore di una lunghezza di radiazione ha una probabilità

$$P = 1 - e^{-7/9} = 0.54 \text{ di creare una coppia.}$$

Di seguito vengono riportati i liberi cammini medi di fotoni in due mezzi :va notato come questi siano estremamente brevi per le basse energie per effetto del grande valore della sezione d'urto dell'effetto fotoelettrico.

<i>e.g.</i>	$E_\gamma$	1 keV	1 MeV	1 GeV
$\lambda(\text{cm})$ in water		~0.0005	~15	~50
Fe		~0.00001	~2	~2.5

In figura 35 e' infine riportata in funzione dell'energia la probabilità che una interazione di un fotone produca coppie. Anche da questa figura appare come il processo di creazione di coppie diventi dominante alle alte energie.

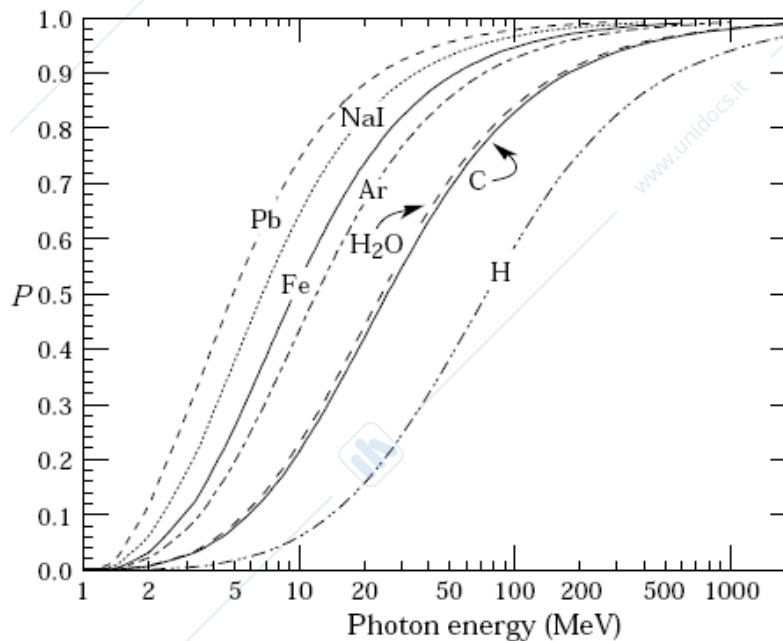


Fig 35 Probabilità di produzione di coppie nelle interazioni di fotoni con diversi materiali

## 1.11 Sciame elettromagnetici

Quando un raggio  $\gamma$  od un elettrone di alta energia (es 100 Mev) entra nella materia si sviluppa uno sciame composto da un insieme di elettroni positroni e fotoni emessi prevalentemente in avanti(fig 36)

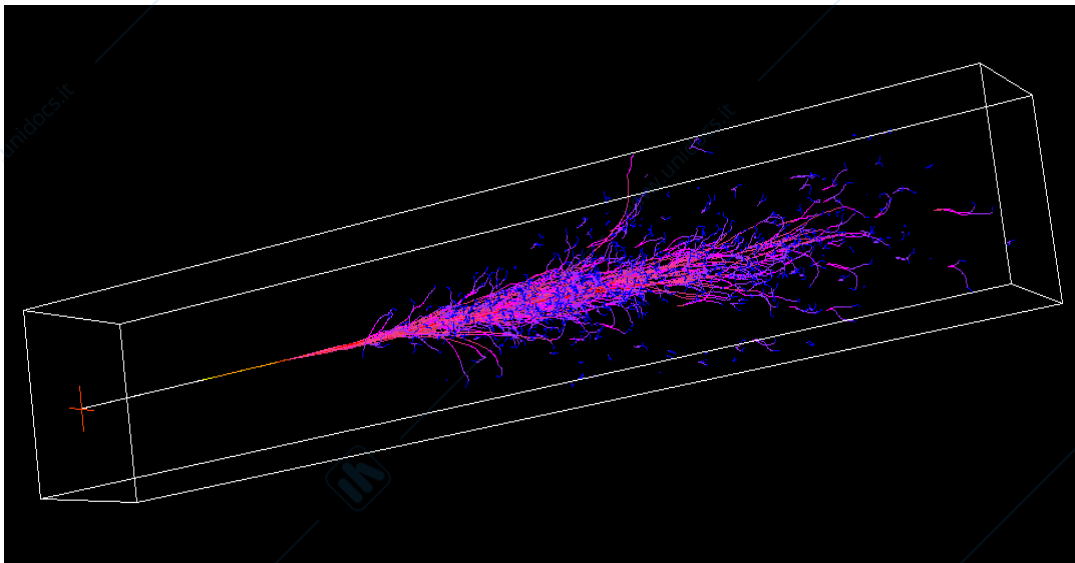


Fig 36 Sciame di un e di 24 GeV in Fe. Dimensioni 35x5x5 cm Sono rappresentati solo gli elettroni ed i positroni. I colori rappresentano le particelle cariche di alta energia (rosso) e bassa energia (blu).

Come si vede l'elettrone interagisce con il Fe dando origine a particelle che interagendo a loro volta producono uno sciame che raggiunge un massimo di estensione trasversale per poi spegnersi dopo un dato percorso longitudinale.

L'origine del fenomeno e' chiara l' elettrone di alta energia per bremsstrahlung produce un un raggio  $\gamma$  che crea una coppia elettrone positrone che generano un  $\gamma$  che genera una coppia.....

Le cose non cambiano di molto se entra nella materia un raggio  $\gamma$ . Si ricordi che la sezione d'urto per creazione di coppie e'  $7/9$  di quella di bremsstrahlung

Un fenomeno cosi' complesso puo' essere seguito nei dettagli solo con un programma di Montecarlo.

Si puo' pero' usare un modello semplice per valutare le principali caratteristiche; per una descrizione quantitativa ricorriamo alla figura 37 in cui sono rappresentati gli eventi prodotti per interazione elettromagnetica di un raggio  $\gamma$  di alta energia: lo sciame continuera' fino a che gli elettroni ed i positroni non avranno raggiunto la energia critica al disotto della quale non genereranno piu' radiazione  $\gamma$ , ma perdono energia per ionizzazione

Ed a questo punto lo sciame si spegne.

In figura 38 sono riportati i valori dell'energia critica dei vari materiali:

il valore diminuisce con  $Z$ .

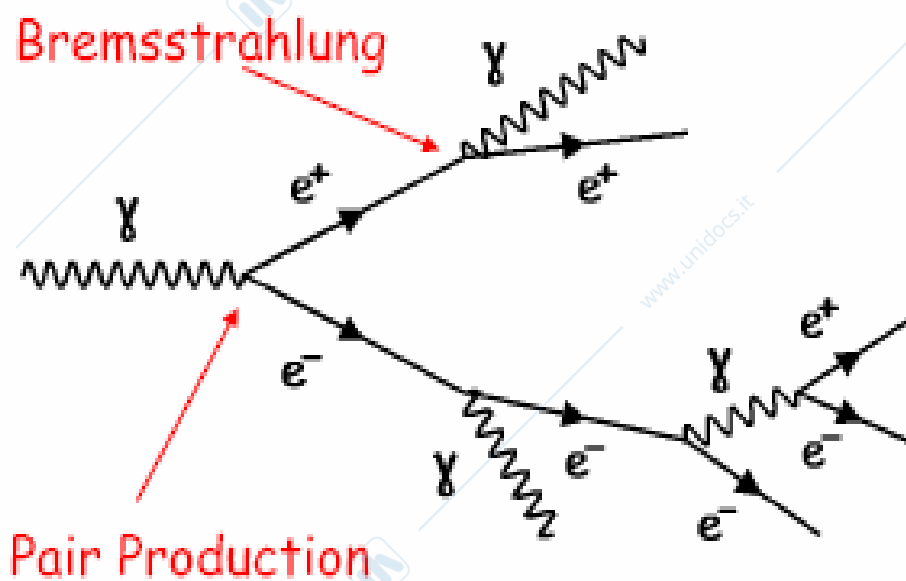


Fig 37 Sviluppo di uno sciame elettromagnetico

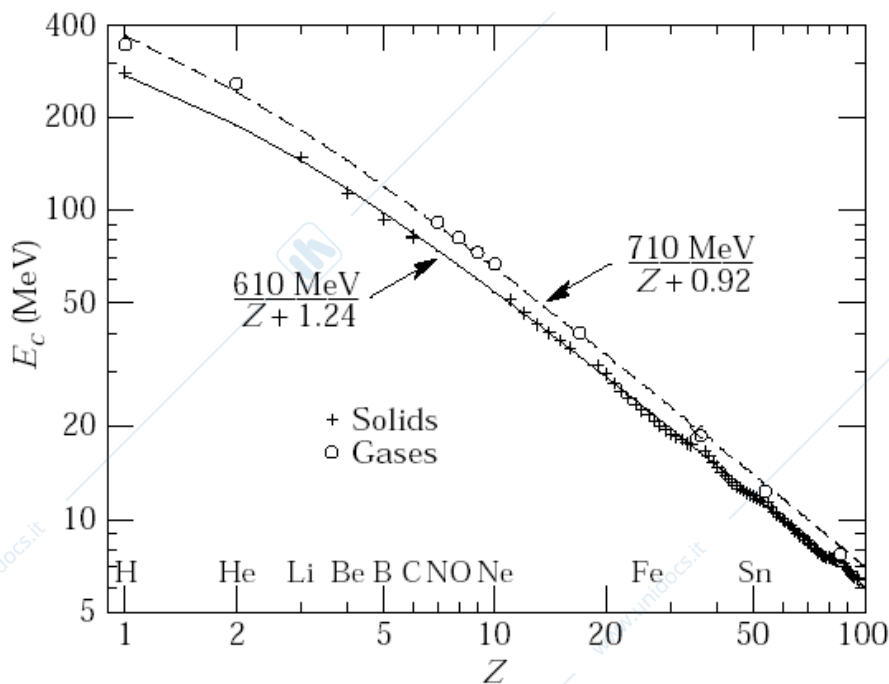


Fig 38 Valori dell'energia critica per vari materiali.

Per trattare il fenomeno nelle sue linee generali facciamo alcune assunzioni;

**a)** Tutti i fotoni con energia  $E > E_c$  generano una coppia al termine di un cammino pari a ad una lunghezza di radiazione  $X_0$ . I due componenti la coppia ricevono un'energia pari ad  $E/2$

**b)** Ogni elettrone o positrone di energia  $E$  irradia un fotone di energia  $E/2$  al termine di un cammino  $X_0$

**c)** Elettroni e positroni con  $E < E_c$  non irradiano più e perdono la loro energia in urti per ionizzazione

**d)** Si trascurano le perdite di energia per ionizzazione

Supponiamo ora che entri nella materia un fotone (elettrone) di energia  $E_0$  come mostrato in figura dopo una lunghezza di radiazione si avranno 1 elettrone ed un positrone ciascuno con energia  $E/2$ : dopo  $2 X_0$  si avranno  $2\gamma$  e 2 carichi ciascuno con energia  $E/4$  e così via (vedi fig. 39).

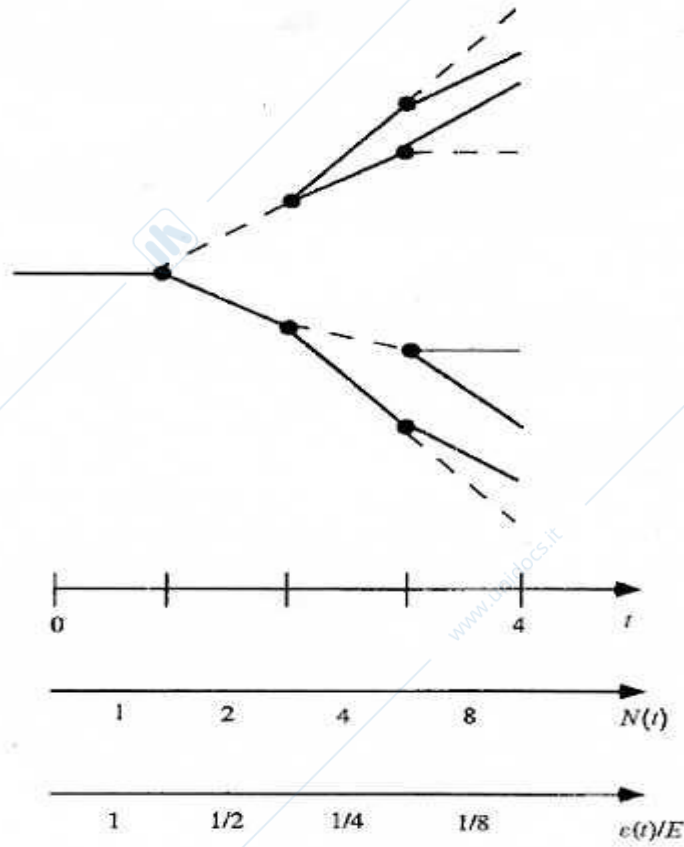


Fig 39 Descrizione semplificata di uno sciame elettromagnetico

Il modello fa alcune semplici previsioni per il calcolo di uno sciame elettromagnetico generato da una particella di energia  $E_0$

**1** Dopo  $t$  lunghezze di radiazione le particelle nello sciame sono

$$N(t) = 2^t = e^{t \ln 2} \quad 1.85$$

**2** Nello sciame vi sono lo stesso numero di fotoni ed elettroni e positroni

**3** L'energia media delle particelle alla profondita'  $t$  vale

$$E(t) = E_0/2^t \quad 1.86$$

4 La profondita' a cui una particella raggiunge una determinata energia  $E'$  vale:

$$t(E') = \lg(E_0/E')/\lg 2 \quad 1.87$$

5. Lo shower si arresta a

$$t_{\max} = \lg(E_0/E_c)/\lg 2 \quad 1.88$$

6. Il numero di particelle al massimo e'

$$N_{\max} = e^{t_{\max} \lg 2} = E_0/E_c \quad 1.89$$

Direttamente proporzionale ad  $E_0$

7. Il numero di particelle nello shower con energia piu grande di  $E'$  e'

$$N(E > E') = \int_0^{t(E')} N(t) dt \approx E_0/E' \cdot 1/\lg 2 \quad 1.90$$

Di conseguenza lo spettro energetico  $dn/dE'$  va come  $1/E'^2$

8. La somma delle lunghezze delle tracce di tutte le particelle cariche e'

$$L = 2/3 \int_0^{t_{\max}} N(t) dt \approx E_0/E_c \quad 1.91$$

Lo sciame ha una distribuzione trasversale che in principio e' solo dovuta agli angoli molto piccoli a cui vengono generati i fotoni di bremsstrahlung e le coppie. Va pero' tenuto conto del libero cammino medio dei fotoni e della diffusione multipla.

Sperimentalmente e' provato che il contenimento trasversale puo'essere misurato attraverso il raggio di Moliere

Definito da

$$R_M = 21 \text{ MeV } X_0 / E_c \quad 1.92$$

In un  $R_M$  e' contenuto il 75% dello sciame in  $2R_M$  il 95% mentre il 99% e' contenuto in  $3.5R_M$

Per esempio nel caso del Fe si ha  $E_c = 25 \text{ MeV}$  ed  $X_0 = 1.75 \text{ cm}$  da cui  $R_M = 1.5 \text{ cm}$  per cui in  $5 \text{ cm}$  di Fe e' contenuto lo sciame.

Come gia'detto una corretta previsione dello sciame si deve fare con calcoli di Montecarlo di cui sono mostrati alcuni risultati nelle figure 40-44.

Da questi calcoli e dalle misure consegue che i valori corretti per  $t_{\max}$  sono

$$t_{\max} = X_0 \lg(E_0 / E_c) - t \quad 1.92$$

con  $t = 1.1 \text{ g/cm}^2$  per elettroni  
 $t = .3 \text{ g/cm}^2$  per fotoni

la lunghezza entro cui e' contenuta il 95% della energia dello shower vale:

$$t_{95\%} = t_{\max} + 0.08Z + 9.6 \text{ g/cm}^2 \quad 1.93$$

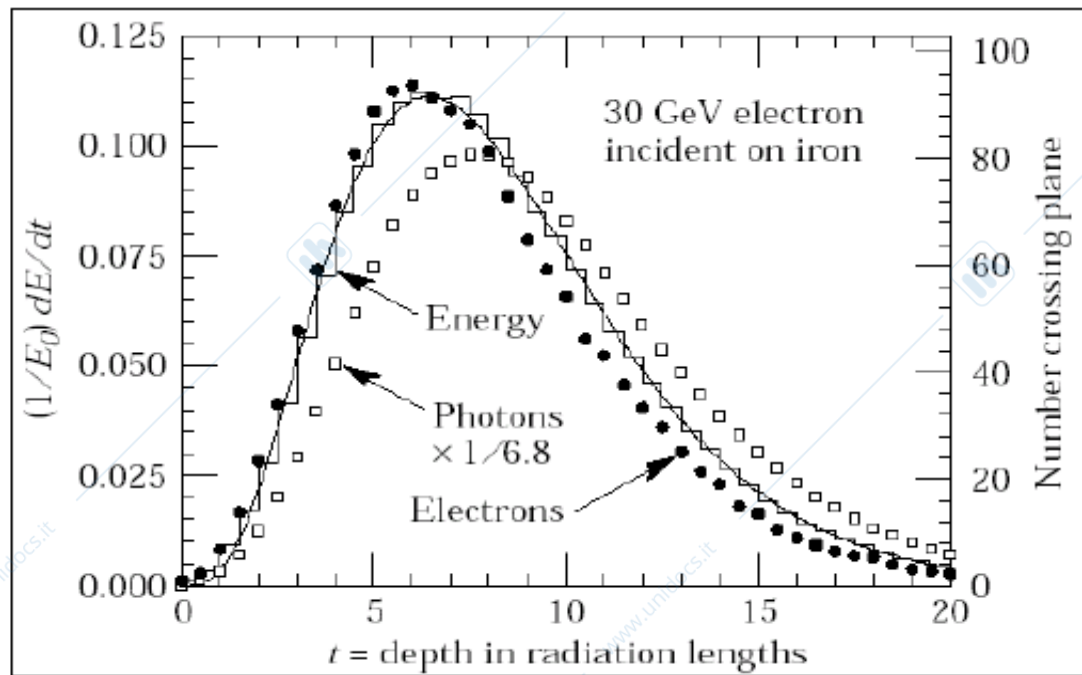


Fig40 Perdita di energia percentuale per unita' di lunghezza di radiazione in uno elettromagnetico generato da elettroni di 30 GeV in Fe

Fig 41 Profili longitudinali di shower in diversi materiali

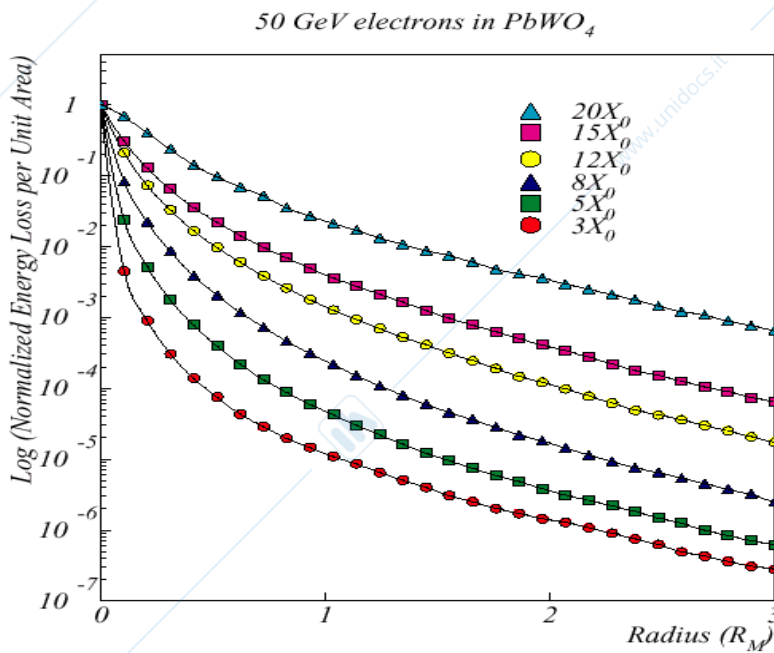
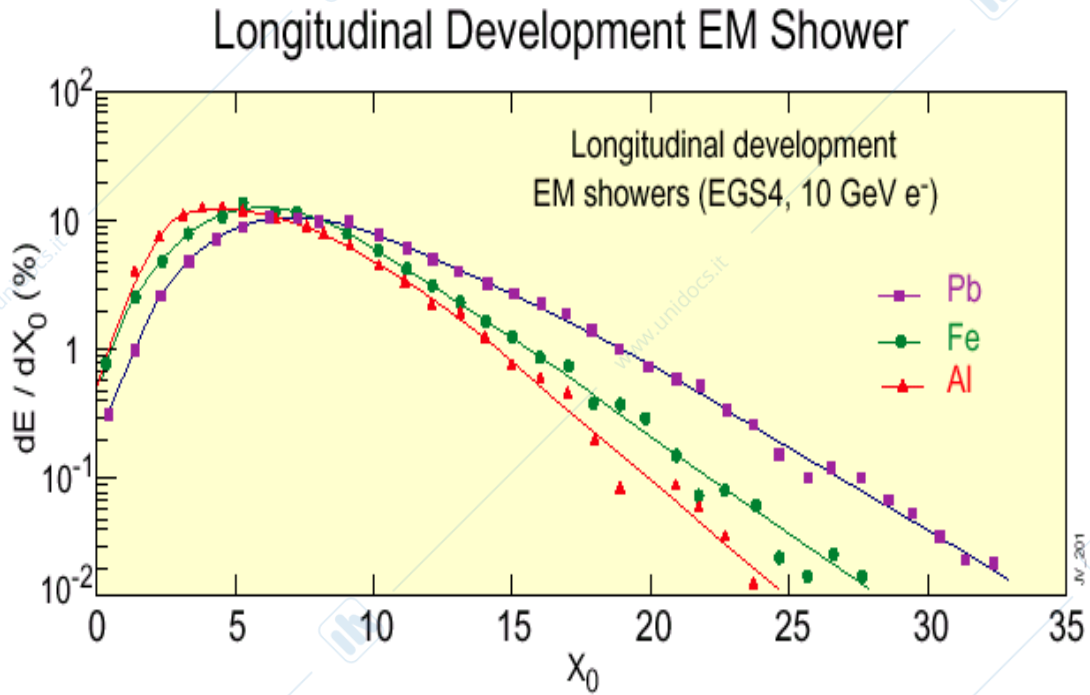
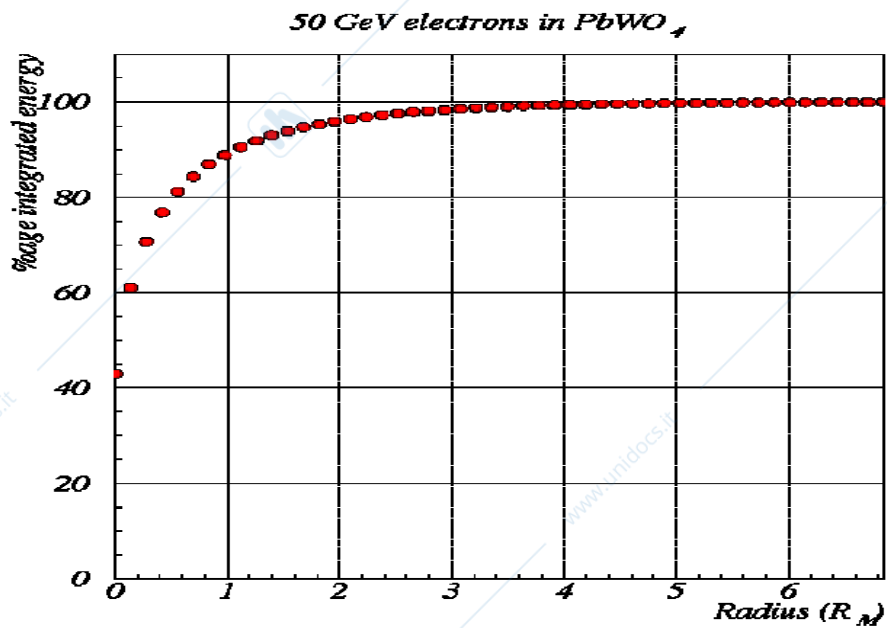


Fig 42 Profili longitudinali di sciame in diversi materiali



Fig

### 43 Contenimento trasversale di sciame

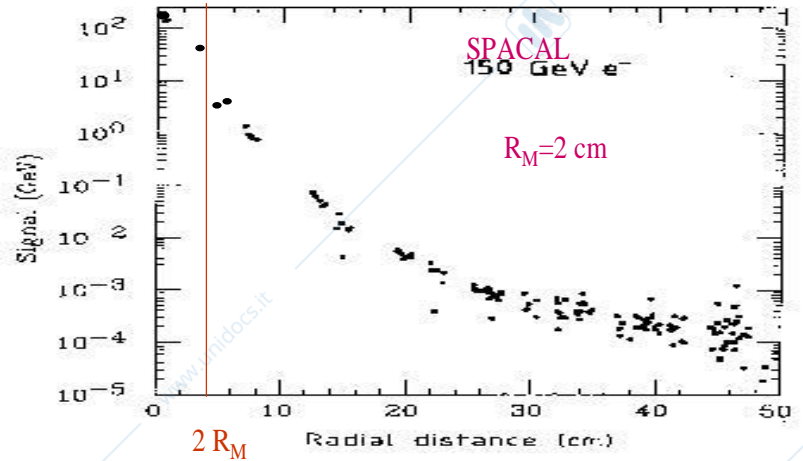
Nelle figure 40-44 sono riportate caratteristiche di sciame elettromagnetici.

The characteristic quantity is the **Molière Radius**

$$R_M \text{ (g/cm}^2\text{)} \sim 21 \text{ MeV} \frac{X_0}{\epsilon}$$

Transverse size: 95% of shower contained in  $2 R_M$

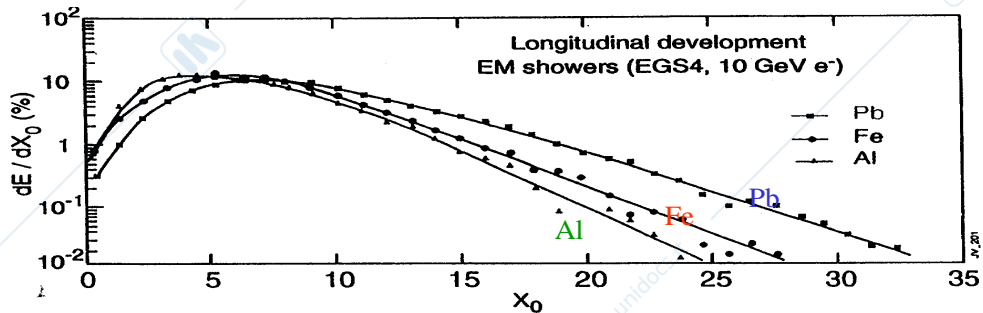
Most calorimeters :  
 $R_M \sim \text{cm}$   
 ok showers are narrow.  
 This set the granularity to measure shower profile



L.Mandelli

Villa Gualino March 06

42



$$t_{\max} (X_0) \sim \ln \frac{E_0}{\epsilon} \pm 0.5 \quad \text{+/- for } \gamma/e$$

$$t_{95\%} (X_0) \sim t_{\max} + 0.08 Z + 9.6$$

Ex: 100 GeV :  $t_{95\%} = 26 X_0$  in Pb.  
 1 TeV :  $t_{95\%} = 28 X_0$  in Pb

At LHC an em calo should have  $\geq 25 X_0$

L.Mandelli

Villa Gualino March 06

41

Fig 44 Caratteristica di sciame elettromagnetici

## 1.12 Interazione dei nucleoni e nuclei di bassa e media energia

### a) Neutroni con $E_n \leq 1000$ eV

I neutroni di energia inferiore ai 100 eV presentano sezioni d'urto molto grandi che possono raggiungere valori di  $10^5$  barns alle energie di 1 eV (vedi figure 45)

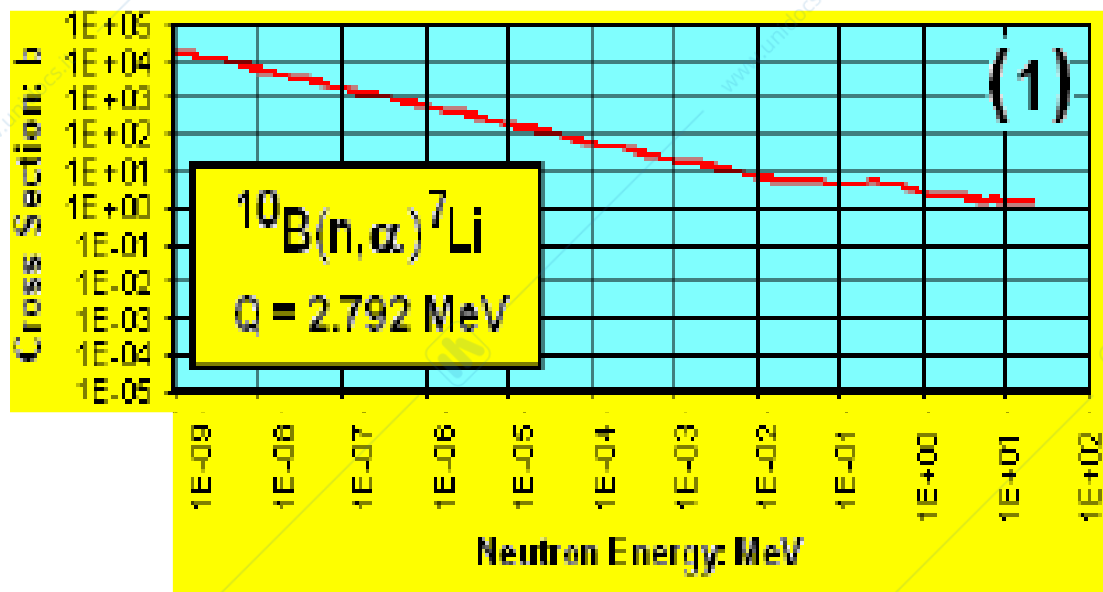
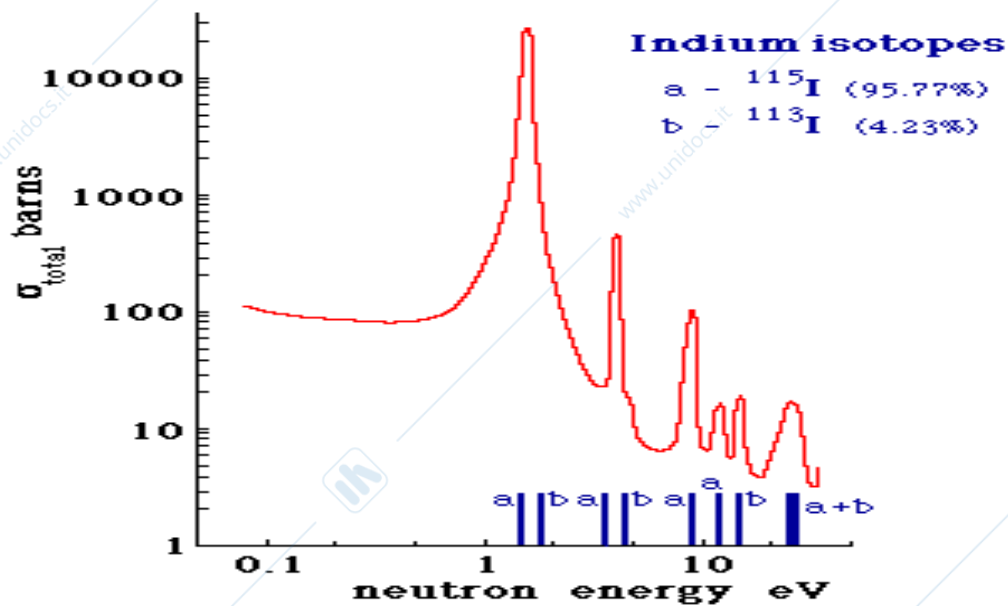


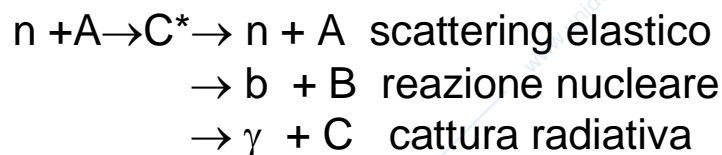
Fig 45 Sezioni d'urto di neutroni in nuclei pesanti e leggeri  
80

Come si vede le sezioni d'urto possono crescere con continuita' al ridursi dell'energia oppure presentare dei repentini innalzamenti dei loro valori (risonanze)

Il valore della sezione d'urto molto superiore a quella geometrica  $\pi R^2$  (con R raggio nucleare) che e' delle ordine dei valori di molti barn si spiega facilmente osservando che a queste energie la sezione d'urto e' dominata dalla lunghezza d'onda ridotta di de Broglie del neutrone :

$$\pi \lambda^2 = 6.510^7 \frac{1}{T_n (eV)} fm^2 = 6.510^5 \frac{1}{T_n (eV)} barns \quad 1.94$$

Ricordiamo brevemente che le sezioni d'urto am basse vengono spiegato con il concetto di nucleo composto introdotto da Bohr: la reazione si sviluppa attraverso la formazione uno stato intermedio detto di nucleo composto che poi decade nello stato finale



evidentemente in tutte le reazioni vanno conservate energia e quantita' di moto.

In generale l'energia di legame di un neutrone e' dell'ordine di 5-8 MeV

Cosicché la cattura di un neutrone lento da origine ad un nucleo composto che puo' decadere in nuclei diversi. La formazione di risonanze dipende dalla formazione o meno di stati legati virtuali (vedi fig 46). Nel nucleo composto il neutrone scambia la sua energia con il sistema che dura fino a che l'energia si concentra su una particella che viene infine emessa. Il nucleo composto puo' durare ordini di

grandezza piu' a lungo del tempo che il neutrone richiede per attraversare il nucleo stesso.

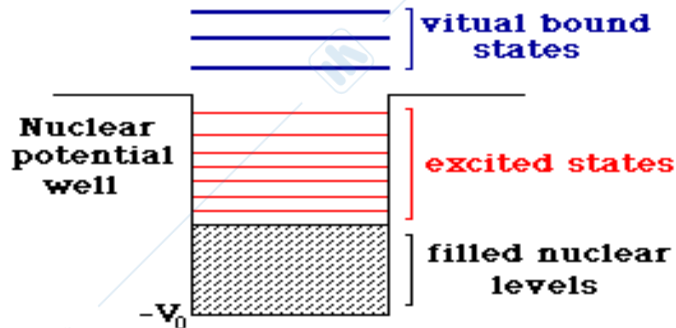


Fig 46 Stati di un nucleo composto

Poiche sono possibili diverse reazioni la sezione d'urto e' data da:

$$\sigma_{nx} = \sigma_a \frac{\Gamma_x}{\Gamma} \quad 1.95$$

essendo  $\sigma_a$  la sezione d'urto di formazione del nucleo composto  $\Gamma_x$  e' proporzionale alla sua probabilita' di decadimento nel canale X ;  $\Gamma$  la probabilita' di un qualunque decadimento e' la somma delle larghezze parziali

Le risonanze per energie molto basse vanno interpretate come dovute alla formazione di stati molto stretti del nucleo composto che si formano vicino al limite della buca di potenziale con cui si puo' descrivere il nucleo

Nel caso delle risonanze la formula per la sezione d'urto diventa una Breit e Wigner :

$$\sigma_{nx} = \tilde{\lambda}^2 g \Gamma_n \Gamma_x \frac{1}{\{4\pi((E - E_0)^2 + \Gamma^2 / 4)\}} \quad 1.96$$

con  $g = \frac{2J + 1}{(2s + 1)(2j + 1)}$

- e :
- J spin del nucleo composto
  - s spin del neutrone
  - j spin del nucleo finale

b) La fissione  
 fra le reazioni possibili va ricordata quella di fissione



con A e B due nuclei di massa minore di quella dell'Uranio ed x che vale da 2 a 5. Una possibile reazione di fissione e' mostrata in fig 45

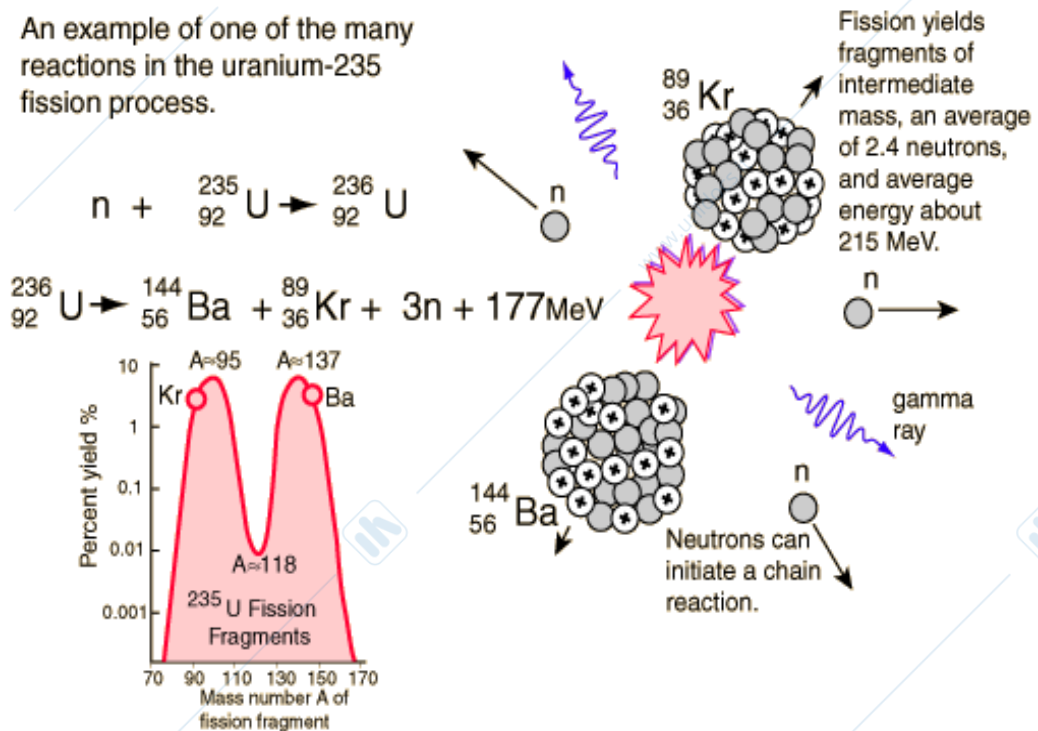


Fig 45 Un caso di reazione di fissione

Poiche' si formano neutroni liberi(x vale da 2 a 5 a seconda del nucleo fissionato) la reazione puo'dare origine ad un processo a catena che puo' essere controllato (reattori nucleari) o esplosivo (bombe)

In figura 46 e' riportata la sezione d'urto per l'uranio  $^{235}\text{U}$  e  $^{238}\text{U}$ . Ricordiamo che l'U naturale e' al 99.3%  $^{238}\text{U}$  e allo 0.07%  $^{235}\text{U}$

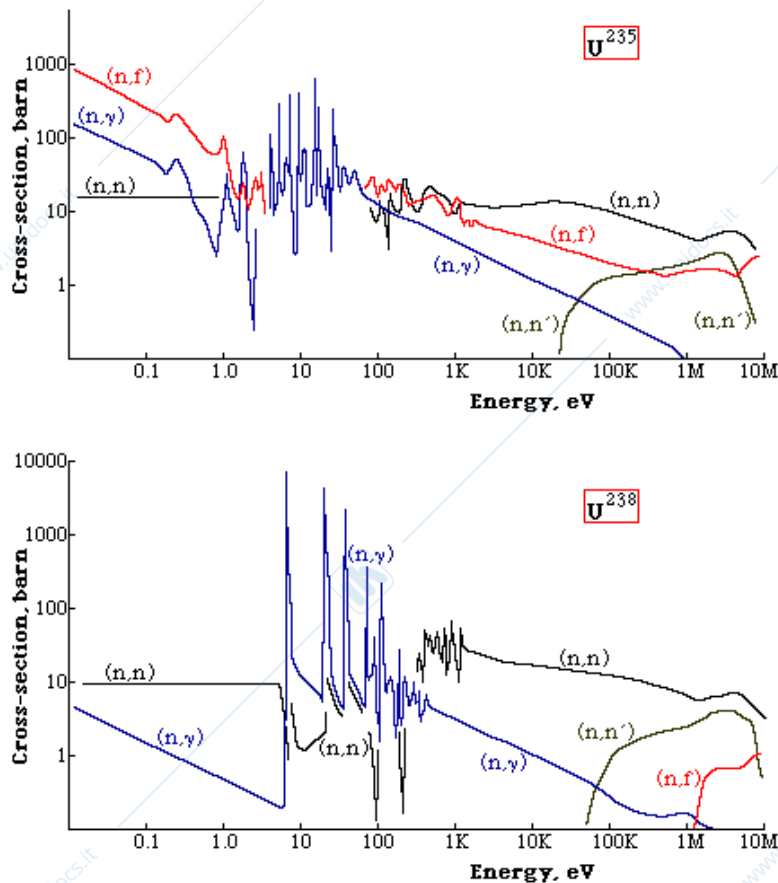


Fig 46 Sezioni d'urto per neutroni di bassa energia su  $^{235}\text{U}$  e  $^{238}\text{U}$

Si puo' osservare che la reazione di fissione e' possibile con sezione d'urto crescente per neutroni sino ad energia nulla per l' $^{235}\text{U}$  mentre ha una soglia di circa 1 Mev per l' $^{238}\text{U}$ .

Dalle sezioni d'urto riportate e' facile risalire al libero cammino medio dei neutroni nella materia definendo la sezione d'urto macroscopica;

$$\Sigma = \sigma N \quad 1.98$$

con  $N = N_A \rho / A$  numero di atomi per unita' di volume della

sostanza

$N_A = 6.02 \cdot 10^{23}$  numero di Avogadro e  $\rho$  densità del materiale.

Il libero cammino medio vale quindi:

$$\lambda = 1/\Sigma$$

$$1.99$$

che per  $\sigma = 500\text{b}$  e  $\rho = 20 \text{ g/cm}^3$  da  $\lambda = 25 \text{ cm}$

La reazione di fissione libera energia come si vede dal grafico dell'energia di legame per nucleoni dei nuclei (Fig47)

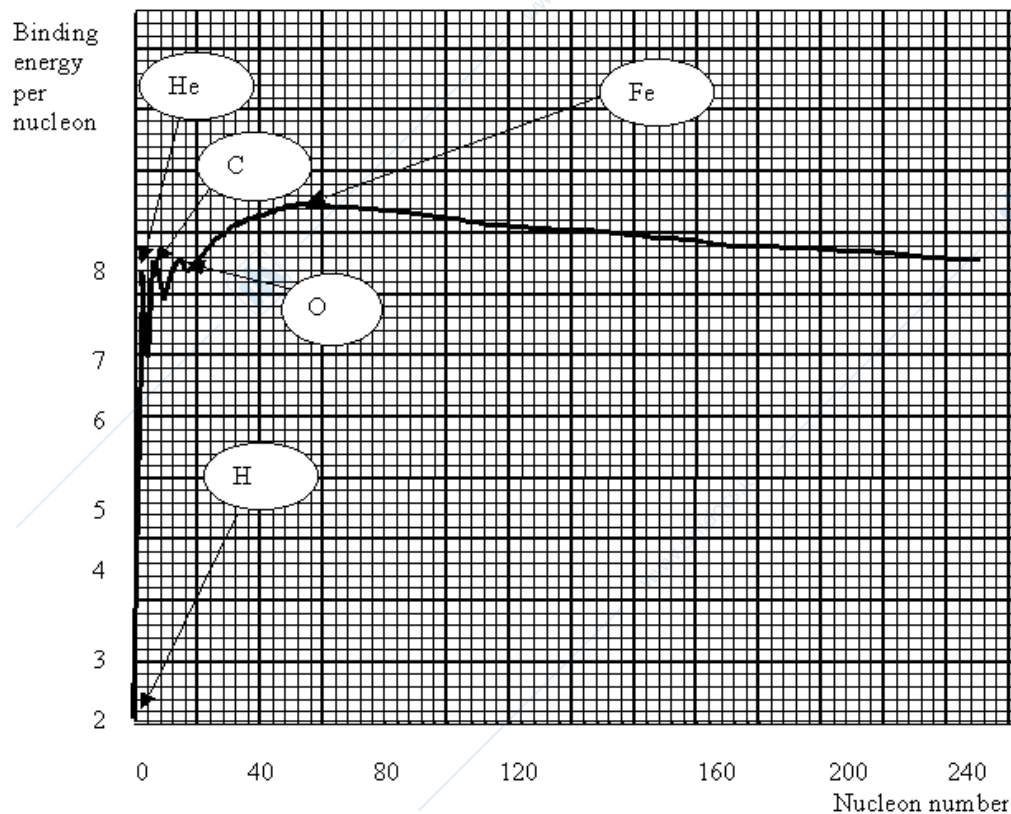


Fig 47 Energia di legame per nucleone in funzione di A

Per capire il processo di fissione e' bene ricordare i termini di cui e' composta la formula delle masse dei nuclei. L'energia di legame per nucleone  $B/A$  e' composta da piu' termini come si vede in figura 48.

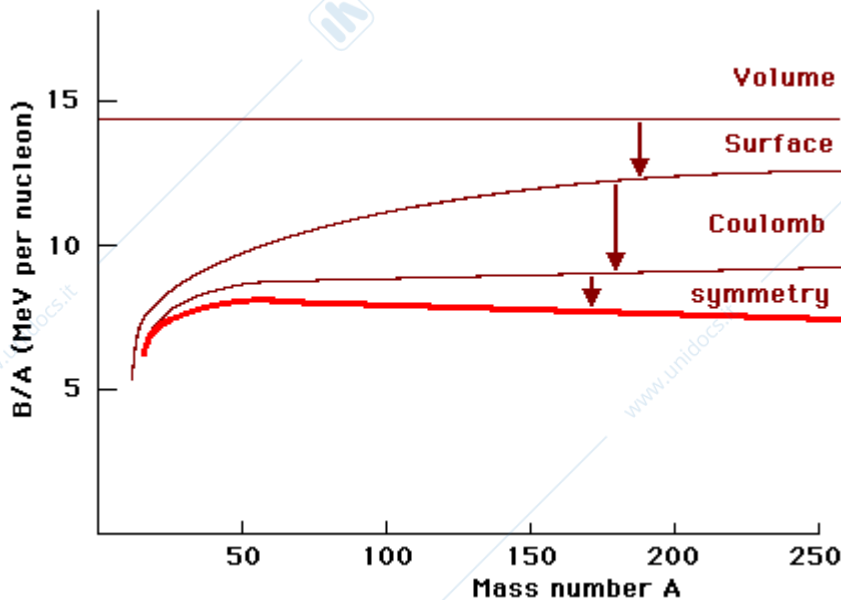


Fig 48 Contributo dei vari termini all'energia di legame per nucleone

La formula semiempirica che da' il valore di  $B$  e':

$$B = a_v A - a_s A^{2/3} - a_c Z^2/A^{1/3} - a_a (A - 2Z)^2/A + \delta(Z,A)$$

$$\delta(Z,A) \rightarrow \begin{cases} 12 A^{-1/2} & \text{A pari Z dispari} \\ 0 & \text{A dispari} \\ -12 A^{-1/2} & \text{A pari Z pari} \end{cases} \quad 1.100$$

$a_v$  termine di volume 14.1 MeV

$a_s$  termine di superficie 13 MeV

$a_c$  termine coulombiano 0.59 MeV

$a_a$  termine di simmetria 19 MeV

Dalla formula appare chiaro che il processo di fissione e' esotermico a partire da nuclei per cui  $Z^2/A \geq 17$

La reazione pero' non si verifica spontaneamente sino a valori

di  $Z^2/A \geq 49$ .

Questo fatto e' stato spiegato da Bohr che propose il seguente meccanismo di reazione (vedi fig 49)

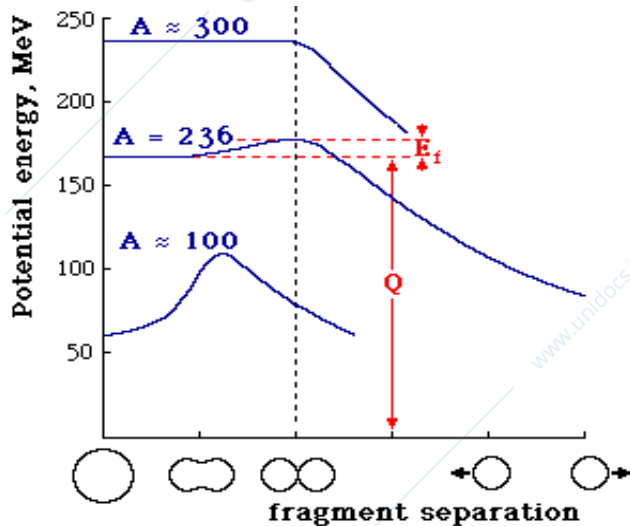


Fig 49 Modello di Bohr per la fissione

Il nucleo sferico ( o quasi sferico ) per figgersi prima si deforma in un nucleo ellissoidico poi si formano due frammenti principali che si separano ed alcuni (da 2 a 5) neutroni che ricevono energia cinetica dalla Q della reazione

I due frammenti hanno una distribuzione di probabilità mostrata nella figura precedente

Un tipico bilancio per la fissione dell  $^{235}\text{U}$  prodotta da neutroni di energia quasi nulla e' riportato di seguito

Frammento leggero	99.8 MeV
Frammento pesante	68.4 MeV
Neutroni	4.8 MeV
Decadimenti $\beta$	7.8 MeV
Raggi $\gamma$ da frammenti	6.8 MeV
Raggi $\gamma$ diretti	7.5 MeV
$\nu$ neutrini	12 MeV
TOTALE	207 MeV

Durante la deformazione da sferico ad ellissoide il nucleo varia la sua energia di legame in modo tale che fino a valori

di  $A \approx 300$  si forma una barriera (detta di attivazione) che impedisce che la fissione avvenga spontaneamente. Si può valutare questo fenomeno osservando che nella formula dell'energia di legame sono i termini superficiali e coulombiano che variano. Il primo cresce in valore assoluto perché la superficie aumenta mentre il secondo diminuisce perché cresce la distanza tra i protoni. Assumiamo che l'elissoide che si genera per deformazione del nucleo abbia assi

$$\begin{aligned} a &= (1 + \varepsilon) R \\ b &= R / (1 + \varepsilon)^{1/2} \end{aligned} \quad 1.101$$

con R raggio del nucleo sferico

poiché vogliamo tenere conto che la materia nucleare è incompressibile il volume dell'elissoide deve essere uguale a quello del nucleo sferico prima della deformazione. In questo caso la superficie diventa

$$S = 4\pi R^2 (1 + 2/5\varepsilon^2 - 52/105\varepsilon^3 + \dots) \quad 1.102$$

Mentre l'energia coulombiana diventa :

$$E_c = 3/5 Z^2 e^2 / 4\pi\epsilon_0 R (1 - 1/5\varepsilon^2 + \dots) \quad 1.103$$

Trascurando i termini oltre  $\varepsilon^2$  si ha così una variazione dell'energia di legame data da

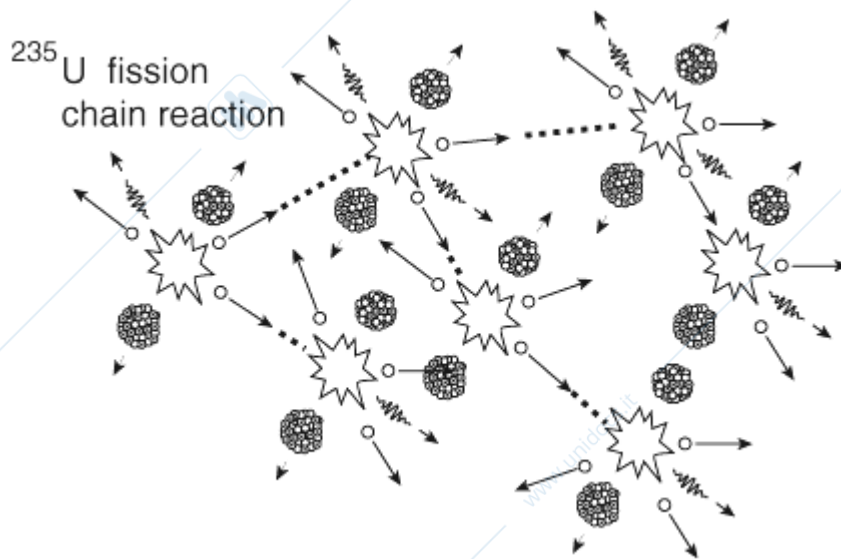
$$\Delta B = \varepsilon^2 (2/5 a_s A^{2/3} - 1/5^c Z^2 / A^{1/3}) \quad 1.104$$

La espressione in parentesi diventa negativa per

$$Z^2 / A \geq 2 a_s / a_c = 49 \quad 1.105$$

Da questo valore in poi la fissione diventa spontanea, mentre prima per produrre fissione occorre

fornire al nucleo una energia pari al valore  $\Delta B$  della barriera detta di attivazione.



**Fig 50** Reazioni a catena in seguito di una fissione

Ci si puo' a questo punto domandare quale e' l'energia cinetica di un neutrone incidente sul nucleo pesante per dare luogo a fissione; il processo e' chiaramente importante poiche' con i neutroni prodotti da una fissione si puo' pensare di produrne una seconda ed innescare un processo a catena controllato o meno (reattore nucleare o bomba) Per avere un'idea su cosa accade in diversi nuclei si puo' confrontare l'energia di legame del neutrone in un nucleo pesante con quella di attivazione per la fissione osservando i dati in tabella 1.3.

TABELLA 1.3

Energia di legame e di attivazione in MeV per alcuni nuclei

Nucleo	Energia legame	Energia Attivazione	$E_L - E_A$	Vita media
$^{233}\text{U}$	6.6	4.6	2.0	$1.6 \cdot 10^5 \text{ y}$
$^{235}\text{U}$	6.6	5	1.1	$7.1 \cdot 10^8 \text{ y}$
$^{238}\text{U}$	5.9	6.5	-0.6	$4.5 \cdot 10^9 \text{ y}$
$^{232}\text{Th}$	5.1	6.5	-1.4	$7.3 \cdot 10^9 \text{ y}$
$^{239}\text{Pu}$	6.4	4.0	2.4	$2.4 \cdot 10^4 \text{ y}$

Appare evidente che sono fissili i nuclei pesanti pari dispari, mentre la reazione di fissione richiede una energia cinetica diversa da zero per nuclei pari pari.

Nella figura 46 questo fatto è bene evidenziato per l'U; dalla stessa figura si può notare come la sezione d'urto per fissione nel caso del  $^{235}\text{U}$  cresca in modo vistoso per neutroni di bassa energia (termici)

Questa è la ragione per cui in molti reattori l'Uranio naturale (99.3%  $^{238}\text{U}$  0.7%  $^{235}\text{U}$ ) viene sostituito con U arricchito contenente percentuali da 2 a 4% di  $^{235}\text{U}$ .

c) Neutroni, protoni,  $\alpha$  ....  $1 \text{ KeV} \leq E \leq 150 \text{ MeV}$

In questo intervallo le reazioni sono dirette (non passano più attraverso la formazione del nucleo composto) ed hanno sezioni d'urto dell'ordine del barn. Per le particelle cariche

occorre tenere conto della barriera colombiana che limitano le reazioni nucleari. Le reazioni possibili vanno dalla diffusione elastica alla produzione di nucleoni e ioni. In figura 51 sono dati esempi di sezioni d'urto totali per nucleoni su Nucleo e nucleone su nucleone.

Si puo' notare come le sezioni d'urto nucleare tendano a quella geometrica  $\pi R^2$  calcolata per  $R = 1.25 A^{1/3}$  che da :  
 $\sigma_{Al} = 0.5 \text{ barn}$     $\sigma_{Fe} = 0.7$     $\sigma_{Pb} = 1.7 \text{ barn}$

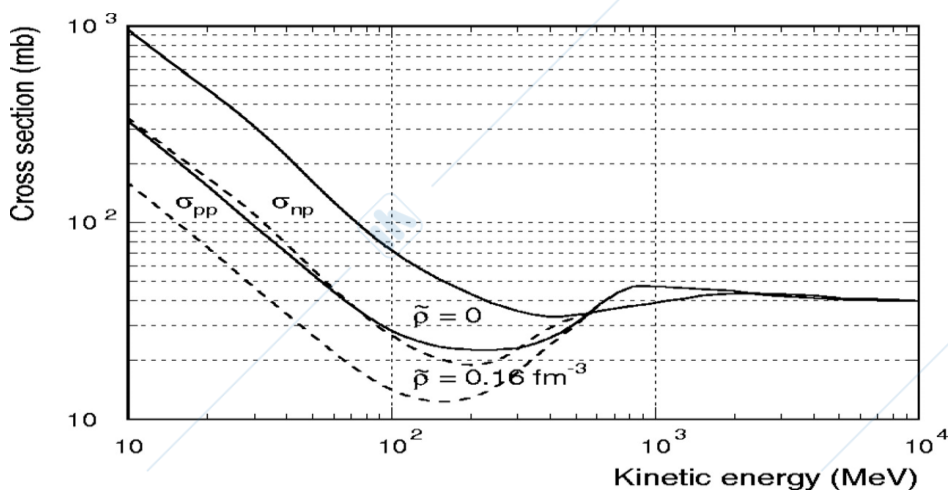
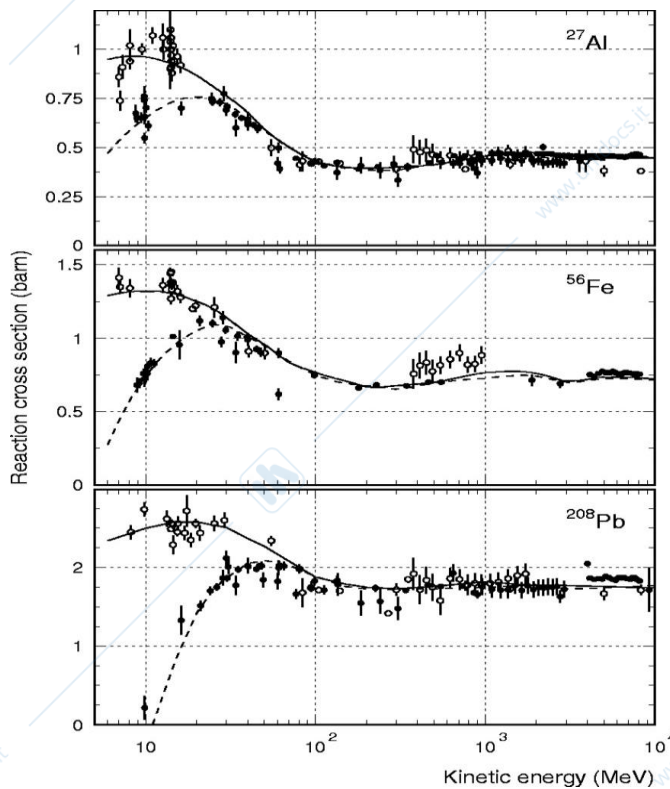


Fig 51 Sezioni d'urto di interazione di nucleoni su nuclei e nucleoni

## d) La reazione di fusione

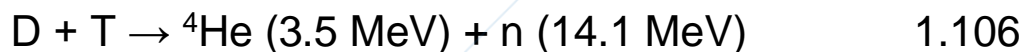
E' la reazione in cui due nuclei leggeri si fondono per dare luogo ad un nucleo piu' pesante. Sono reazioni esotermiche come appare chiaro dal diagramma dell'energia di legame .

Esempi sono:

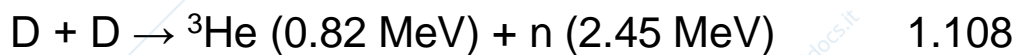
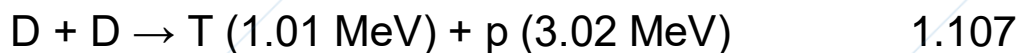
Negli esempi riportati in parentesi e' l'energia cinetica che la particella prodotta riceve.

Reazioni di fusione a bassa energia:

reazione D-T



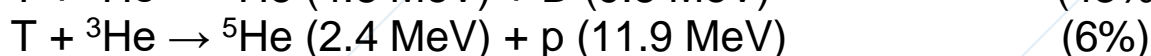
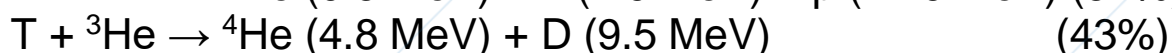
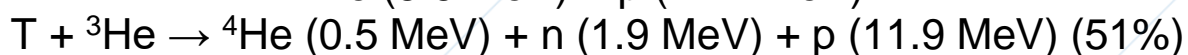
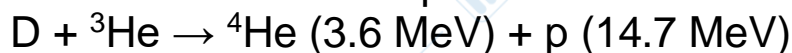
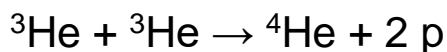
reazione D-D (le due reazioni hanno la stessa  
probabilità di avvenire)



reazione T-T



reazioni dell' ${}^3\text{He}$



1.110

In figura 52 sono rappresentate le sezioni d'urto per alcuni di questi processi

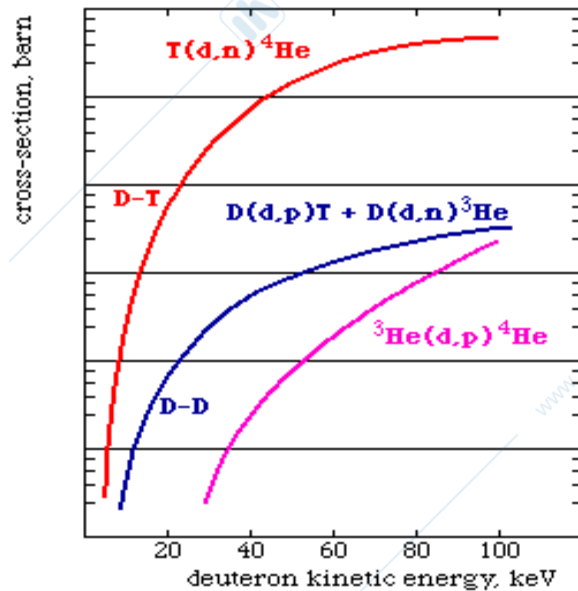
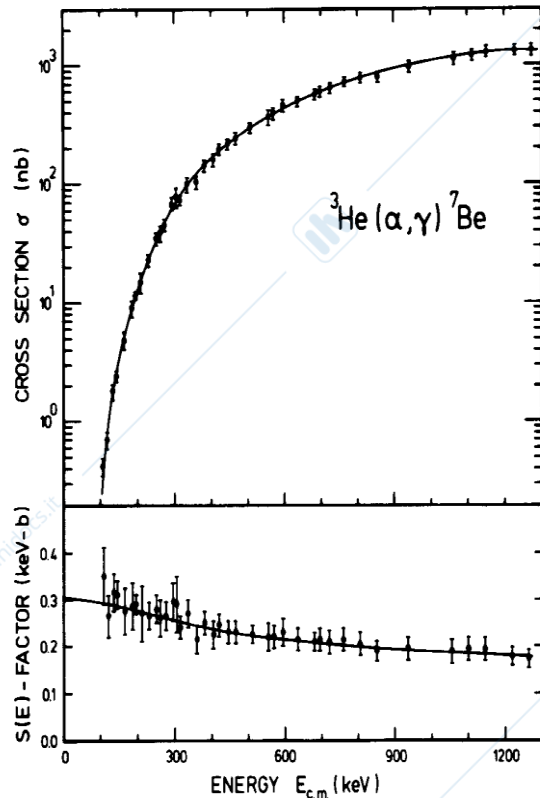


Fig 52 Sezioni d'urto di fusione

Come si vede la sezione d'urto cresce con l'energia del nucleo incidente al di sopra di una soglia caratteristica di ogni reazione

La ragione di questo comportamento è dovuta al fatto che la reazione avviene tra particelle cariche che risentono della repulsione coulombiana che crea una barriera che le particelle superano per effetto tunnel.

La situazione è descritta nella figura 49 in cui la barriera coulombiana è scritta come  $2\pi\eta$



$$\sigma(E) = S(E) \cdot \exp(-2\pi\eta)/E$$

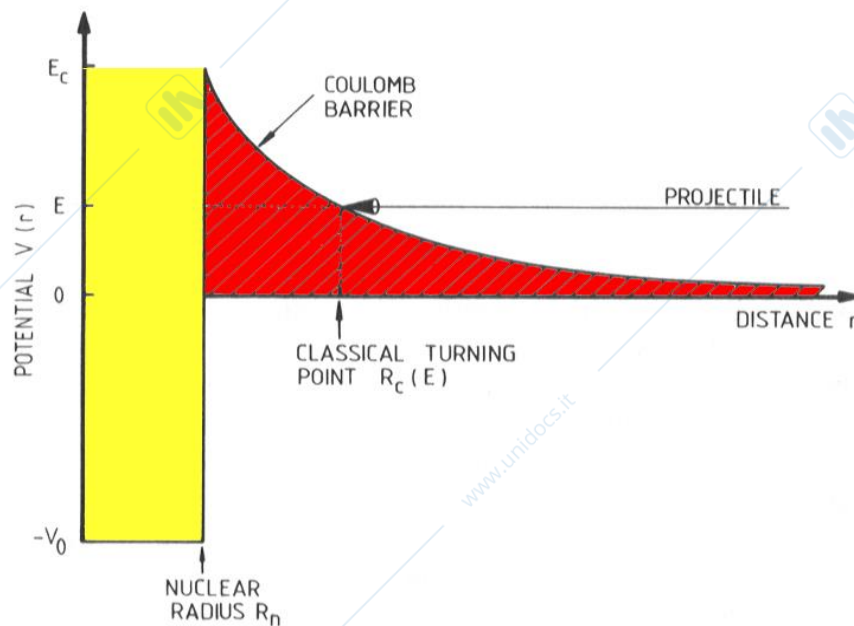


$$2\pi\eta = 31.29 Z_1 Z_2$$

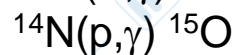
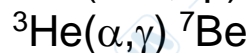
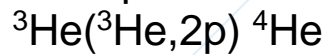
Fig 52 Sezione d'urto della reazione di fusione  ${}^3\text{He}, \alpha$

La sezione d'urto cresce fortemente con l'energia fino a che i due nuclei non abbiano sufficiente energia per superare la barriera coulombiana dopo di che diventa praticamente costante a meno di risonanze.

Ad energie minori della barriera la sezione d'urto è dominata dall'effetto tunnel come descritto in figura 53,54.



Examples:



$E_c/\text{KeV}$

1540

1540

2270

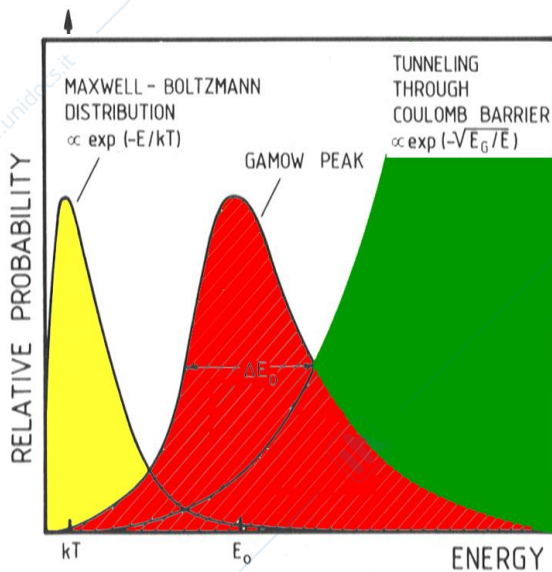
Fig 53 Barriera colombiana per alcune reazioni di fusione ed effetto tunnel.

In figura 54 e' mostrata la variazione esponenziale di una reazione di fusione in funzione dell'energia (curva verde) Nella stessa figura e' mostrata la distribuzione casuale di Maxwell di nuclei che si trovano alla temperatura  $T$ . Appare evidente che in un plasma in cui si trovano nuclei che possano dar luogo a fusione vi sara' un aumento del numero di fusioni ad un dato di  $T$  in quanto alcuni nuclei sono sufficientemente caldi da potere superare la barriera colombiana per efetto tunnel. Il fatto che il numero di

particelle a temperatura  $T$  con energia  $E$  decresca esponenzialmente mentre la probabilita' di superare la barriera cresce con l'energia si risolve in picco nel numerosi eventi in funzione di  $E$ . Questo picco e' detto di Gamov e l'energia a cui si ha il massimo e' detta energia di Gamov,

Gamow Peak  
Pittler & Gamow Peak

$$\Rightarrow \left. \begin{aligned} T_{\text{sun}} &\approx 16 \cdot 10^6 \text{ K} \\ E_{\text{MB}} &\approx 1.3 \text{ keV} \end{aligned} \right\} \text{Exponential drop of cross section in the energy range of the sun}$$



### The Gamow Peak:

Energy window in which non resonant reactions take place in stellar environment.

Examples:	$E_c/\text{keV}$	$E_0/\text{keV}$	$\sigma(E_0)/\text{barn}$	$E_{\text{min}}/\text{keV}$
${}^3\text{He}({}^3\text{He}, 2p) {}^4\text{He}$	1540	21	$7 \cdot 10^{-13}$	16.5
${}^3\text{He}(\alpha, \gamma) {}^7\text{Be}$	1540	22	$9 \cdot 10^{-18}$	107
${}^{14}\text{N}(p, \gamma) {}^{15}\text{O}$	2270	26	$4 \cdot 10^{-21}$	200

Fig 54 Picco di Gamov per il numro di fusioni in un plasma a temperatura  $T$  Questo comportamento ha una fondamentale importanza nella produzione di energia nelle stelle che avviene per processi di fusione. Nel plasma stellare si verifica la reazione tra due nuclei che hanno una distribuzione di Maxwell Boltzmann. La probabilita' di reazione e' cosi' data dal prodotto di questa distribuzione con la funzione esponenziale che caratterizza l'effetto tunnel dando luogo ad un picco detto di Gamov ad una energia che e' dipendente dalla reazione

Per finire ricordiamo che la fusione e' la reazione che da' origine all'energia emessa dalle stelle che seguono principalmente due cicli di fusioni successive detti pp e CNO mostrati in fig.55.

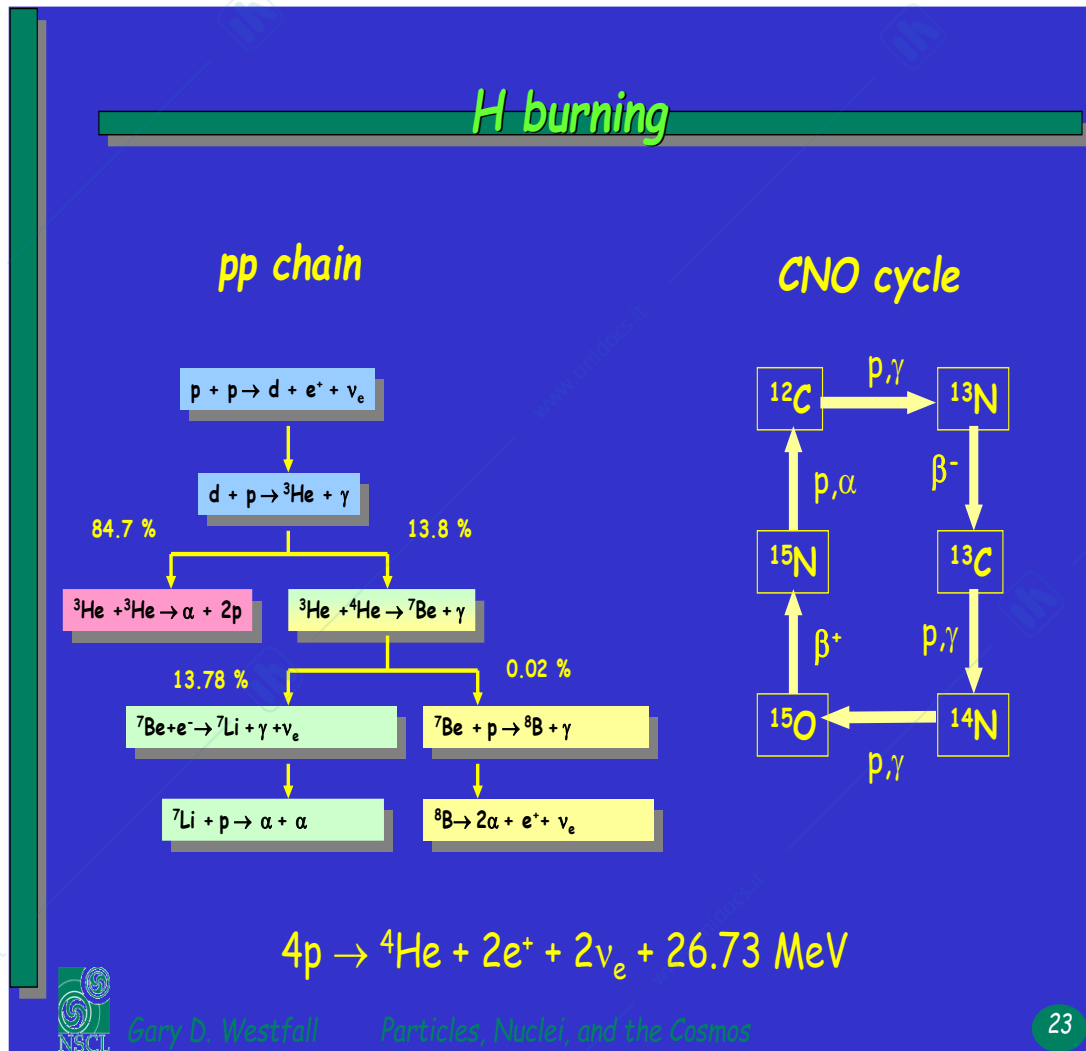


Fig 55 Cicli di produzione di energia per fusione nelle stelle.

### e) Sciami adronici

Gli adroni di alta energia interagendo con la materia possono produrre sciami detti adronici

Un esempio è riportato in fig 56 in cui è disegnato lo sciame generato da un  $\pi$  di 20 GeV in un materiale pesante

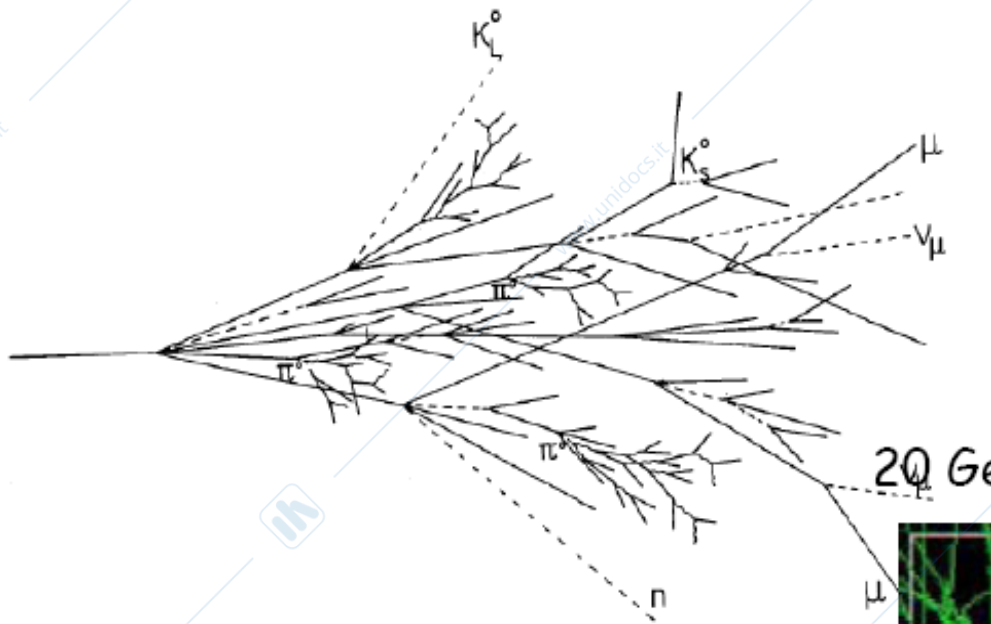


Fig 56 Sciame adronico prodotto da un  $\pi$  di 20 GeV

L'origine dello sciame può essere compresa osservando la fig 57 in cui è riportata la molteplicità delle particelle prodotte in interazioni pp

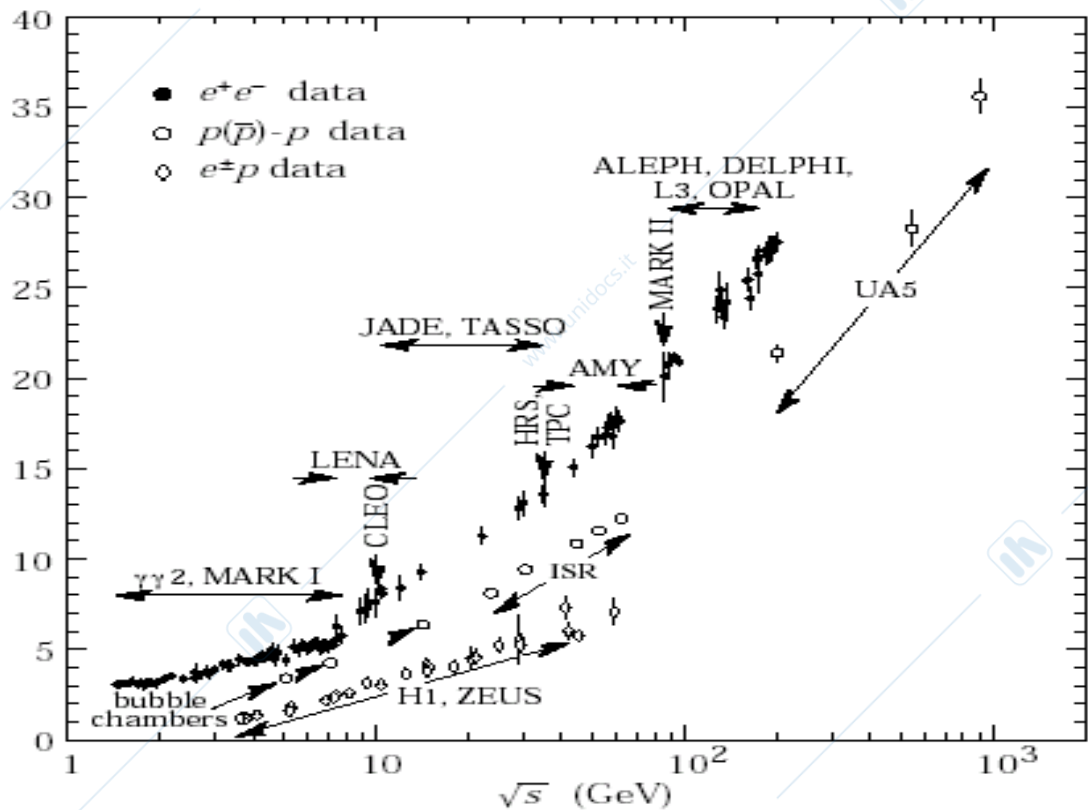
Average  $e^+e^-$ ,  $pp$ , and  $\bar{p}p$  Multiplicity

Fig 57 Numero medio di particelle cariche prodotte in funzione dell'energia nel CM .

Dalla figura appare che il numero medio di particelle prodotte in un urto adronico vale

$$\langle N \rangle \cong \ln E \quad \text{ricordando che } s \cong 2Em$$

Nel caso di interazione tra adroni le particelle prodotte sono in maggioranza  $\pi^-$  che sono per  $2/3$  carichi ( $\pi^+\pi^-$ ) ed  $1/3$  neutri  $\pi^0$ .

I  $\pi^0$  decadano immediatamente in  $2 \gamma$  originando uno sciame elettromagnetico, mentre i  $\pi$  carichi potranno produrre altri nel processo

$\pi p \rightarrow \pi\pi p$  dando origine alla parte adronica dello sciame.

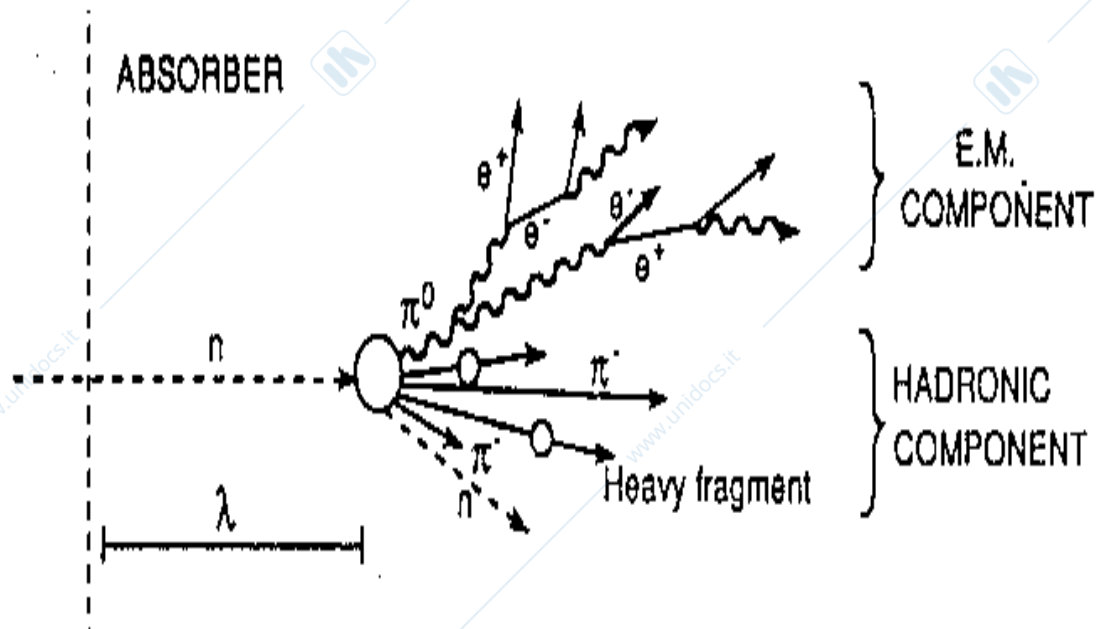


Fig 58 Componenti adronica ed elettromagnetico di uno sciame adronico

Lo sciame e' cosi' formato da una componente adronica e da una elettromagnetica che sono divise arbitrariamente in figura 58 (non in scala)

Lo sviluppi di uno sciame puo' essere calcolato con metodi di Montecarlo .In figura 59 e' presentato il risultato per uno sciame indotto  $\pi$  di 150 GeV in Rame.

## 150 GeV Pion Showers in Cu

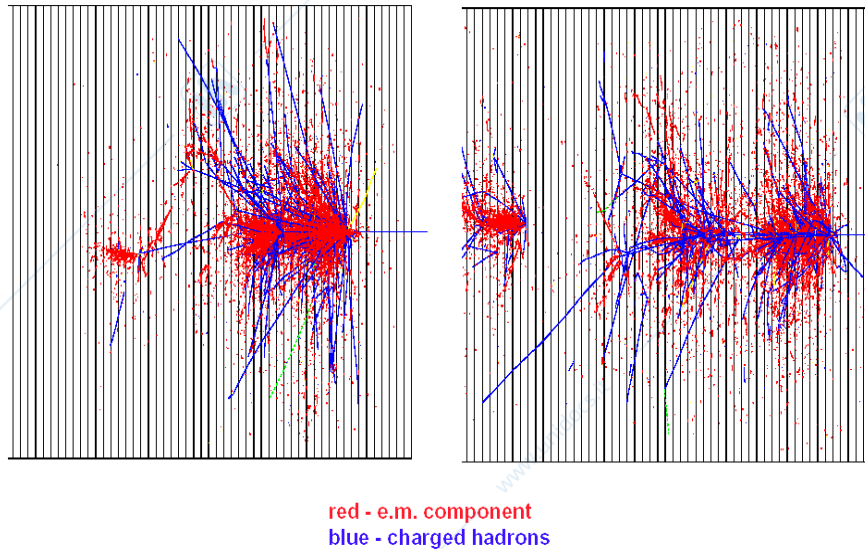


Fig 59 Sciame indotto da  $\pi$  in Rame.

Anche nel caso dello sciame adronico vi è una soglia di energia dei  $\pi$  al di sotto della quale lo sciame si arresta. Tenendo conto che il processo dominante è la reazione  $\pi p \rightarrow \pi\pi p$  si può valutare questa soglia.

Ricordiamo che l'energia dello stato iniziale è nel centro di massa data da

$$s = 2m_p E_\pi + m_p^2 + m_\pi^2 \quad 1.110$$

mentre nello stato finale con particelle ferme nel C.M.s ha

$$s = (2m_\pi + m_p)^2 = m_p^2 + 4m_\pi^2 + 4m_\pi m_p \quad 1.111$$

Trascurando  $m_\pi$  ed uguagliando le due espressioni si ottiene :

$$E_{\text{soglia}}(2\pi) \cong 2m_\pi \cong 0.28 \text{ GeV} \quad 1.112$$

che dà l'energia degli adroni a cui lo sciame si ferma.

Per quanto riguarda la lunghezza di scala dello sciame si deve notare che l'interazione tra adroni è condizionata dal

loro libero cammino medio per assorbimento detta lunghezza di interazione  $\lambda$ .

Nel caso di interazione con un nucleo A

$$\lambda = A/N_A \sigma \quad 1.113$$

Scegliendo per  $\sigma$  la sezione d'urto geometrica si ottiene

$$\sigma = \pi R^2 = \pi (1,25 A^{1/3})^2 = 4,9 A^{2/3} 10^{-26} \text{ cm}^2 \quad 1.114$$

da cui :

$$\lambda = 34 A^{1/3} \text{ g/cm}^2 \quad 1.115$$

I valori reali di  $\lambda$  sono riportati nella tabella della 1.2 delle proprietà dei materiali.

Si può immediatamente verificare come la lunghezza di radiazione che caratterizza gli sciami elettromagnetici sia minore della lunghezza di radiazione tanto più quanto si va verso gli elementi pesanti.

Esempi : per il Pb  $X_R = 6.37 \text{ g/cm}^2$   $\lambda = 194 \text{ g/cm}^2$

per il Fe  $X_R = 13.8 \text{ g/cm}^2$

$$\lambda = 131 \text{ g/cm}^2.$$

Questo fatto rispecchia la dipendenza da  $A^{1/3}$  di  $\lambda$  e da  $Z^2$  di  $X_R$ . Da questi dati consegue che lo sciame adronico si esaurirà in una

dimensione longitudinale molto maggiore dello sciame elettromagnetico.

Facendo ricorso alla figura 60 si può valutare grossolanamente l'evolversi dello sciame in termini della variabile  $v = x/\lambda$ .

Facciamo le seguenti assunzioni

Le particelle cariche interagiscono ogni cammino  $v$

Ad ogni interazione si formano  $2/3$  di  $\pi$  carichi ed  $1/3$  di neutri. Nella figura 60 per semplificare si assume che si formino sempre  $3 \pi$

I  $\pi^0$  decadono immediatamente ( $\tau = 8.4 \cdot 10^{-17} \text{ s}$ ) in  $2\gamma$  dando origine a sciami elettromagnetici molto più corti di quelli adronici

Lo sciame avanza per effetto dei  $\pi$  carichi.

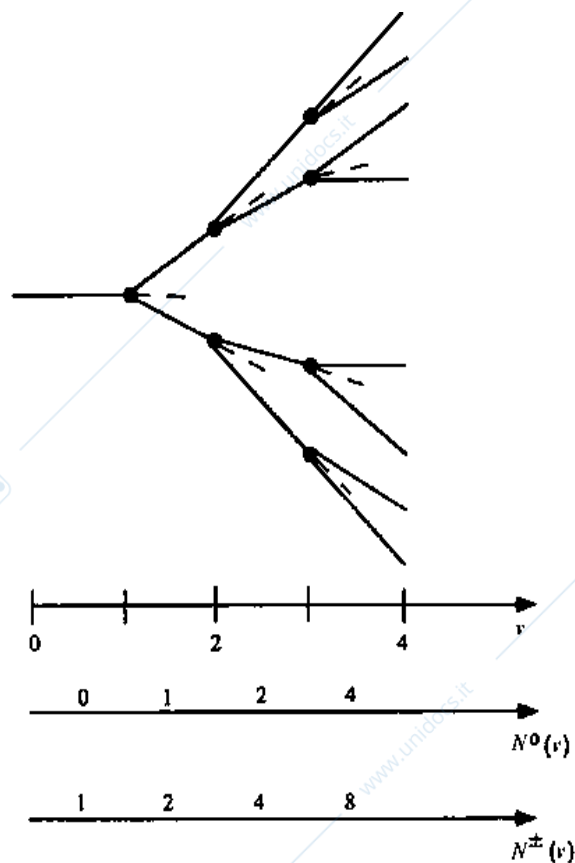


Fig 60 Rappresentazione schematica di uno sciame adronico

$v = x/\lambda$  lunghezza dello sciame in unita' di lunghezza di interazione

$N^0$  = numero di particelle neutre

$N^{\pm}$  = Numero di particelle cariche nel caso in cui  $\langle N \rangle = 3$

Calcoliamo ora l'evolvere dello sciame ad ogni valore intero di  $v$  nel caso in cui la molteplicita' sia  $N$ .

Si ottiene:

103

$$N_0(v) \cong N \frac{1}{3} \{N(1-1/3)\}^{v-1} \quad 1.116$$

$$N_{\pm}(v) \cong \{N(1-1/3)\}^v \quad 1.117$$

$$N_0(v) \cong N \frac{1}{3} \{N(1-1/3)\}^{v-1} = N \frac{1}{3} N_{\pm}(v-1) \quad 1.118$$

$$N(v) = N_0(v) + N_{\pm}(v) = N N_{\pm}(v-1) \cong N^v \quad 1.119$$

Assumendo che in ogni interazione le particelle prodotte si dividano equamente l'energia si avrà che alla generazione  $v$  ogni particella avrà energia

$$\varepsilon = E/N^v \quad 1.120$$

essendo  $E$  l'energia dell'adrone incidente.

L'energia totale che va nei neutri vale quindi

$$E_0 = \sum_v \varepsilon(v) N_0(v) = E/3 \sum_v (1-1/3)^{v-1} \quad 1.121$$

Il numero di generazioni sarà dato da

$$E_{\text{soglia}}(2\pi) \cong 2m_{\pi} \cong 0.28 \text{ GeV} = E/N^{v(\text{max})} \quad 1.122$$

Si possono applicare queste considerazioni ad uno sciame indotto da  $\pi$  di 250 GeV. In questo caso l'urto con un nucleone ha una energia nel c.m di 22 GeV che corrisponde (vedi fig 56) ad una molteplicità  $N=9$ .

Dal modello semplificato esposto si ottengono in seguenti valori.

$\nu$	$\varepsilon(\nu)$ GeV	$N_{\pm}(\nu)$	$N_0(\nu)$	$E_0(\nu)$ (GeV)
0	250	1	0	0
1	28	6	3	84
2	3.1	36	18	56
3	.35	216	108	38

Va notato che nei  $\pi_0$  vanno in totale 178 GeV ossia il 70% dell'energia incidente; l'energia percentuale depositata nei  $\pi_0$  cresce con il numero di generazioni fino a diventare il 100% della incidente se E va ad infinito.

Nell'esempio fatto lo sciame dura tre generazioni: supponendo che si sviluppi in Fe per cui  $\lambda=131.9 \text{ g/cm}^2 = 16.7 \text{ cm}$  lo sciame ha una lunghezza di  $50 \text{ g/cm}^2$ .

Va notato che gli sciame elettromagnetici originati dai neutri hanno lunghezze che scalano con la lunghezza di radiazione che vale 1.76 cm.

Ovviamente uno sciame adronico deve essere simulato con metodi di montecarlo e studiato sperimentalmente.

Buone approssimazioni per valutare lo sviluppo longitudinale sono:

Lunghezza di massimo sviluppo

$$t_{\max} = (0.2 \ln E(\text{GeV}) + 0.7) \lambda \quad 1.123$$

Lunghezza di contenimento del 95% dell'energia

$$L_{.95} = t_{\max} + 2.5 / 3.0 \lambda \quad 1.124$$

In figura 61 sono riportati i dati di contenimento del 95% e 99% dello sciame in Fe.

Per quanto riguarda la dimensione trasversale occorre ricordare che la quantita' di moto trasversa delle particelle prodotte in un urto adronico vale:

$$\langle p_t \rangle \cong 400 \text{ Mev} \quad 1.125$$

che da un raggio di contenimento trasverso dell'ordine di  $\lambda$ .

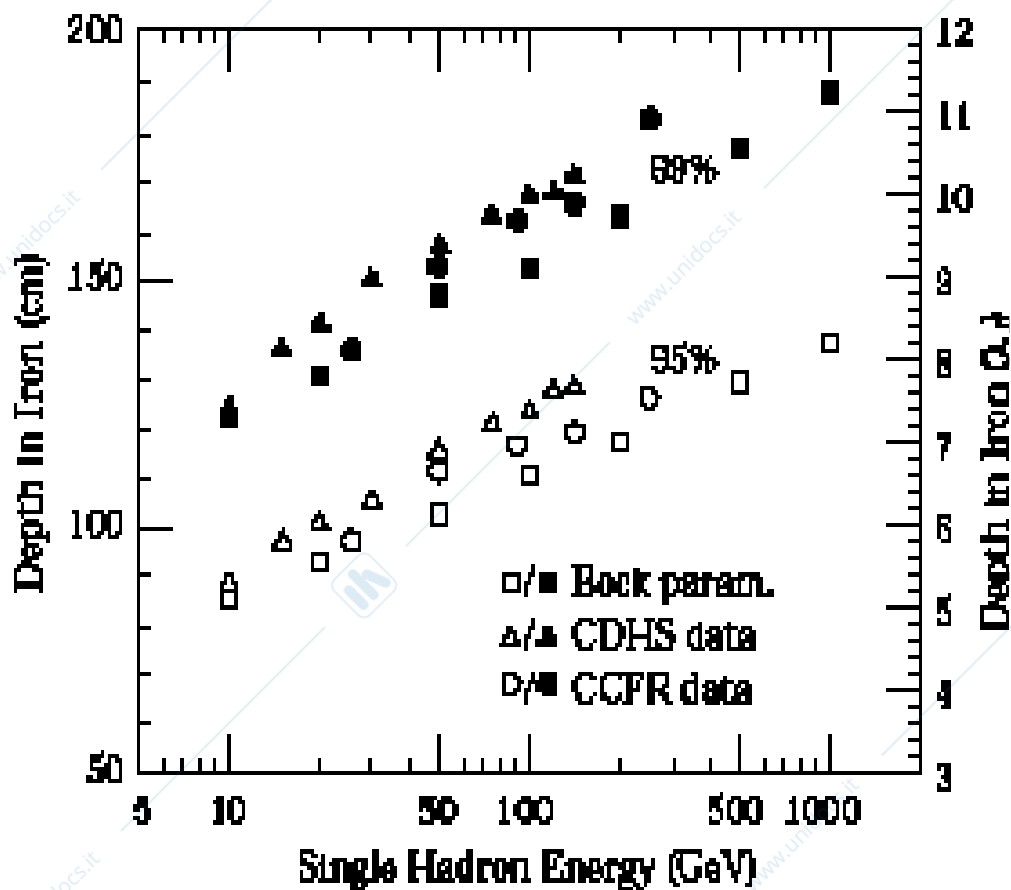


Fig 61 Lunghezze di contenimento del 95% e del 99 % di uno sciame adronico in Fe in funzione dell'energia.

Va infine osservato che in uno sciame adronico si formano anche neutroni frammenti di nuclei per cui in sostanza l'energia della particella che produce lo si ripartisce secondo i seguenti ordini di grandezza

- em  $O(50 \%)$  ;  $h_{\pm} O(25\%)$  ;
- Invisibile (n, frammenti pesanti)  $O(25\%)$  ;
- Uscente( $\nu$ )  $O(1\%)$ .

1.126

Nella 1.126 il simbolo O significa ordine di grandezza ;  
**em** particelle con interazione elettromagnetica ; **h** adroni di  
 entrambi i segni:  
**invisibile** energia che va persa come energia di legame dei  
 nuclei che vengono frammentati;  
**uscente** e' l'energia che viene persa da particelle che non  
 rientragiscono nel materiale in cui si sviluppa lo sciame ( $v$ )

Tutto questo ha conseguenze assai importanti nella  
 costruzione dei calorimetri ad alta energia che sono  
 strumenti per determinare l'energia di un adrone basati sulla  
 rivelazione dello sciame da questi prodotto.

## L'Interazione delle particelle con la materia vivente. Cenni di dosimetria

La ionizzazione prodotta dalle particelle cariche in organismi  
 viventi ha importanti conseguenze ; le grandezze che hanno  
 importanza in questi processi sono valutate in  
 Dosimetria. Diamo qui' alcuni concetti lasciando ovviamente  
 l'approfondimento del tema ai corsi di Fisica Sanitaria.  
 Nelle figure 62,63 sono schematizzati i fenomeni che  
 accadono in seguito alla ionizzazione in materia vivente.

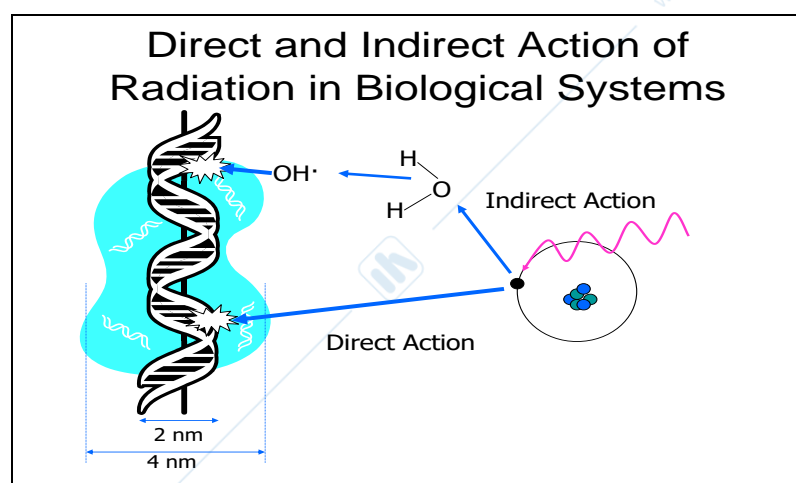


Fig 62 Interazione di particelle cariche al minimo di  
 ionizzazione  $10 \text{ KeV}/\mu\text{m}$  con sistemi biologici

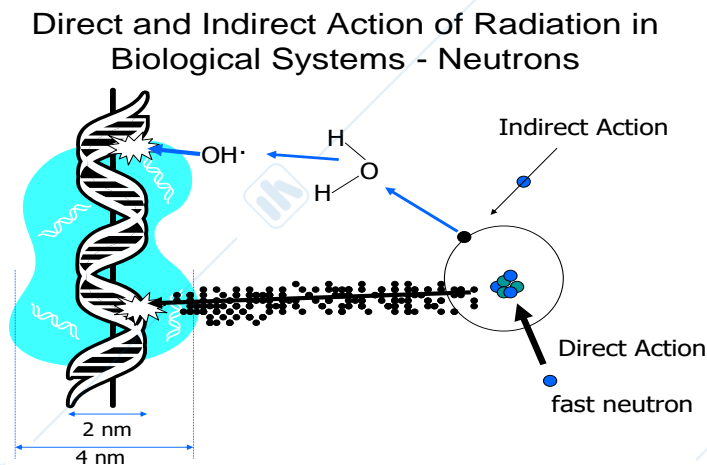


Fig 63 Interazione di particelle fortemente ionizzanti (20 – 100 KeV/ $\mu$ m) con sistemi biologici

In sostanza il danneggiamento delle molecole del DNA puo' avvenire in due stadi:

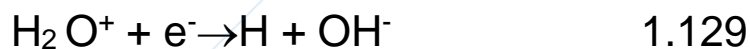
Stadio fisico  $10^{-16}$  -  $10^{-13}$  s

vengono **direttamente** rotti i legami nelle molecole del DNA e ionizzate altre molecole quali l'acqua



Stadio fisico-chimico  $10^{-10}$  s

Una molecola ionizzata puo' produrre radicali liberi con processi del tipo



I radicali liberi diffondono fino a reagire con le molecole di DNA producendo un danno **indiretto**.

Stadio chimico  $10^{-6}$  s

Avviene una ricombinazione dei radicali liberi che produce molecole di acqua idrogeno ed altre piu' reattive.

Questa ricombinazione particolarmente importante per particelle densamente ionizzante viene ridotta dalla presenza di O<sub>2</sub>

La prevalenza di danneggiamento diretto od indiretto dipende dalla densità di ionizzazione misurata dal LET = energia ceduta per unità di lunghezza.

A bassi LET (particelle al minimo) i due fenomeni sono pressoché equivalenti

ad alti LET (particelle densamente ionizzanti quali  $\alpha$  e p) prevale la fase diretta.

La densità di ionizzazione è così fondamentale nel valutare i danni da radiazione.

Poiché il danno da radiazione è dovuta all'assorbimento di energia negli organi e tessuti viventi la grandezza che valuta in prima approssimazione il danno è la DOSE, D misura in energia assorbita per unità di massa

La dose è misurata in Gray

$$1 \text{ Gy} = 1 \text{ J/kg} \quad 1.130$$

non più ufficialmente accettabile, ma ancora in uso il rad

$$1 \text{ rad} = 100 \text{ erg/g} \quad 1 \text{ Gy} = 100 \text{ rad} \quad 1.131$$

Come abbiamo visto il danneggiamento da radiazione non è solo legato alla quantità di energia ceduta, ma anche alla perdita di energia per unità di lunghezza.

Per questo motivo si definisce la DOSI EQUIVALENTE

$H_T$  che mette in relazione la quantità di energia ricevuta con il danno biologico in un determinato tessuto definita da:

$$H_T = D_T Q \quad 1.132$$

Dove Q è un fattore di qualità ottenuto ponendo uguale ad 1 l'efficacia biologica delle particelle al minimo (es. elettroni) :

Q assume i valori dati in tabella 1.4 per le altre particelle usate in medicina e generate nei reattori

Tabella 1.4

Valori di Q per diverse particelle

Particella	Q
e,raggi X,fotoni	1
$\alpha$	20
p	5
$n < 10\text{KeV}$	5
$10 < n < 100\text{KeV}$	10
$0.1\text{MeV} < n < 2\text{MeV}$	20
$2\text{MeV} < n < 20\text{MeV}$	10

La dose equivalente viene misurata in Sievert

$$1 \text{ Sv} = 1 \text{ Gy} Q \quad 1.133$$

L'equivalente del rad e' il

$$\text{rem} = 1 \text{ rad} \quad 1,134$$

I danni da radiazione sono di 2 tipi:

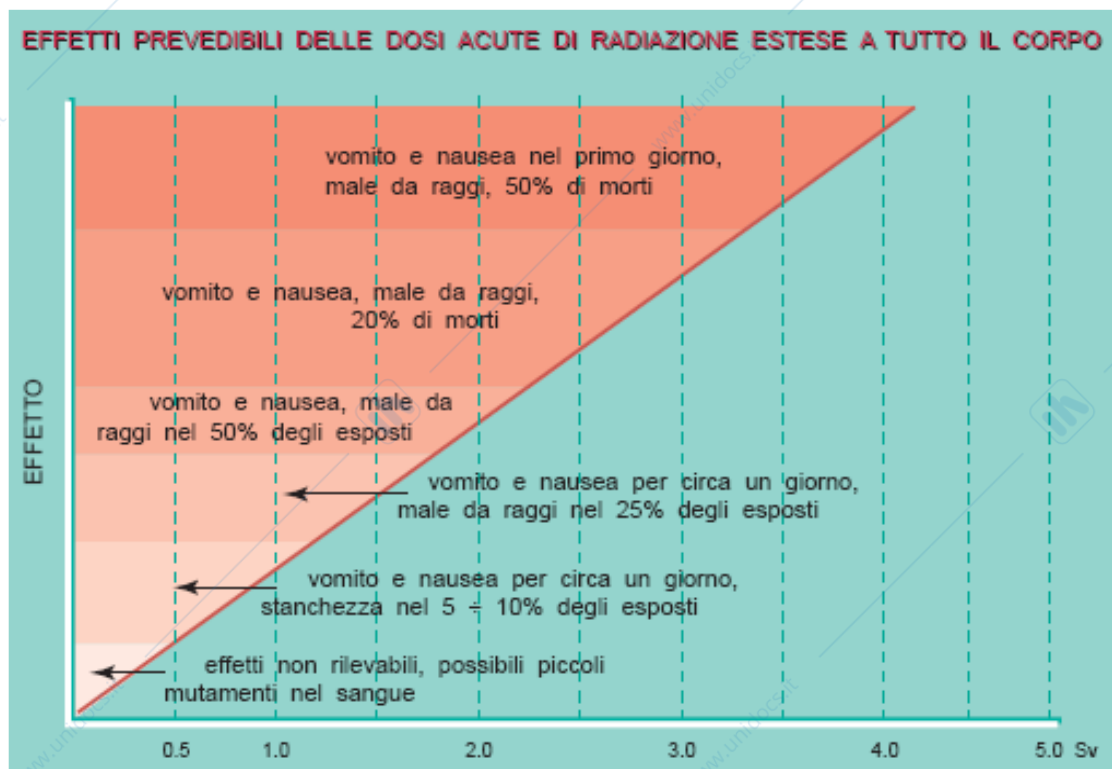
**Deterministici**

per dosi elevate in cui si puo' individuare un relazione causale tra la radiazione assorbita e la dose assorbita (dell'ordine del Gy). Nelle tabelle 1.5, 1.6 sono riportati alcuni dati relativi ai danni da radiazione.

TABELLA 1.5

DOSE ACUTA (Sv)	EFFETTI PROBABILI
0 ÷ 0.5:	effetti non rilevabili, eccettuata la possibilità di piccoli mutamenti nel sangue.
0.8 ÷ 1.2:	vomito e nausea, per circa un giorno, nel 5 o 10% del personale esposto; senso di stanchezza che però non limita fortemente la capacità lavorativa.
1.3 ÷ 1.7:	vomito e nausea per un giorno, seguiti da altri sintomi del male da raggi, in circa il 25% del personale esposto.
1.8 ÷ 2.2:	vomito e nausea per circa un giorno, seguiti da altri sintomi del male da raggi in circa il 50% del personale esposto; non si verificano decessi precoci.
2.7 ÷ 3.3:	vomito e nausea nel primo giorno, seguiti da altri sintomi del male da raggi, in quasi tutto il personale esposto; circa il 20% di morti in due-sei settimane dopo l'esposizione; i sopravvissuti rimangono convalescenti per circa 6 mesi.
4.0 ÷ 5.0:	vomito e nausea nel primo giorno, in tutto il personale esposto; circa il 50% di morti in un mese.
5.5 ÷ 7.5:	vomito e nausea in tutto il personale entro 4 ore dall'esposizione, seguiti dagli altri sintomi del male da raggi; quasi il 100% di morti.
10:	vomito e nausea in tutto il personale esposto, entro una o due ore; probabilmente non ci saranno superstiti.
50:	inabilità immediata: tutte le persone colpite muoiono entro una settimana.

TABELLA 1.6



Molto diverso e' il caso di dosi di radiazioni inferiori in cui le cellule sopravvivono anche se modificate.

In questo caso si parla di effetti stocastici poiche' la probabilita' di un effetto e' correlabile alla dose ricevuta solo in base a considerazioni statistiche: queste dosi possono portare ad insorgenza di tumori ed effetti ereditari.

Per valutare questi rischi va considerato che non tutti gli organi reagiscono allo stesso modo alle radiazioni.

E' stato percio' introdotto un fattore peso  $w_T$  per ogni organo quando una persona viene irradiata uniformemente. I valori sono riportati in tabella 1.7

TABELLA 1.7

Valori del fattore peso per diversi parti del corpo umano

ORGANO	$w_T$
Gonadi	.2
Midollo osseo	.12
Colon	.12
Polmone	.12
Stomaco	.12
Vescica	.05
Mammella	.05
Fegato	.05
Esofago	.05
Tiroide	.05
Cute	.01
Sup.Osee	.01
Altri tessuti	.05

Sulla base di questi dati si calcola la DOSE EFFICACE definita da

$$E = \sum W_T H_T \quad 1.135$$

Anche questa dose è misurata in Sievert.

Contributi naturali e creati dall'uomo alla dose annua

Ciascuno di noi è soggetto a radiazioni in parte naturali ed in parte originate dall'uomo che dipendono parzialmente dal luogo dove si vive. Queste radiazioni possono avere origini esterne (es raggi cosmici, sostanze radioattive) ed interne (es  $^{40}\text{K}$ ).

Nella tabella 1.8 sono riportati alcuni valori medi

TABELLA 1.8

Dose equivalente annua ricevuta dall'uomo da sorgenti naturali e prodotte dall'uomo

Sorgenti naturali		
Raggi cosmici	0.4 mSv	Dipende da quota
Suolo	0.3 mSv	Dipende dalla zona
Aria (Radon)	1.5 mSv	Dipende dalla zona
Sorgenti interne	0.4 mSv	
<b>TOTALE</b>	<b>2.6 mSv</b>	
Sorgenti prodotte dall'uomo		
Esami medici	0.4 mSv	
Test nucleari	0.002 mSv	picco di 0.15 nel 1963
Incidente Chernobyl	0.002 mSv	
Reattori nucleari	0.002 mSv	
<b>TOTALE</b>	<b>0.4 mSv</b>	

Va rilevato che la dose prodotta dal Radon varia considerevolmente da un luogo all'altro in dipendenza dalla configurazione geologica del paese.

L'Italia ha in media una dose di 2.0 mSv/anno in confronto con la media mondiale che è di 1.2 mSv/anno.

Le sorgenti interne si riferiscono alla debole radioattività dell'organismo umano ed alla eventuale ingestione ed inalazione di sostanze radioattive oltre al radon.

Tenendo conto dei rischi di tumori ed altre malattie la dose limite è stata fissata in:

**20 mSv/anno mediata su 5 anni  
con non più di 50 mSv/anno**

**per una persona controllata** (ossia persone che fanno uso di prodotti radiattivi per Lavoro) e

**1mSV/anno per una persona non controllata.**

Per valutare l'importanza e la variazione dei vari fattori che provocano la dose annua ricevuta da ciascuno di noi si deve tenere conto che i dati riportati sono valori medi e che dosi diverse possono essere ricevute in situazioni diverse.

Ad esempio per ciò che riguarda i raggi cosmici un incremento è dato dai viaggi in aereo come mostrato in tabella 1.9

TABELLA 1.9

Route	Subsonic flight at 36,000 ft (11 km)				
	Flight duration (hrs)	Dose per round trip		Flight duration (hrs)	(mrad)
		(mrad)	( $\mu$ Gy)		
Los Angeles-Paris	11.1	4.8	48	3.8	3.7
Chicago-Paris	8.3	3.6	36	2.8	2.6
New York-Paris	7.4	3.1	31	2.6	2.4
New York-London	7.0	2.9	29	2.4	2.2
Los Angeles-New York	5.2	1.9	19	1.9	1.3
Sydney-Acapulco	17.4	4.4	44	6.2	2.1

Per quanto riguarda la radioattività naturale esistono più di 60 elementi radioattivi che appartengono a tre categorie:

- 1 Primordiali originati alla creazione della terra
- 2 Cosmogenici formati dall'interazione dei raggi cosmici
- 3 Prodotti dall'uomo

Nelle tabelle seguenti sono elencate le caratteristiche dei principali radionuclidi

Ricordiamo che l'attività si misura in Becquerel

$$1\text{Bq} = 1 \text{ disintegrazione al secondo,}$$

ma che è ancora ampiamente usato il Curie

$$1\text{C} = 3,7 \cdot 10^{10} \text{ disintegrazioni al secondo}$$

**TABELLA 1.10 Elementi radiattivi presenti in natura**  
**Primordial nuclides**

<b>Nuclide</b>	<b>Symbol</b>	<b>Half-life</b>	<b>Natural Activity</b>
<b>Uranium 235</b>	$^{235}\text{U}$	7.04 x $10^8$ yr	0.72% of all natural uranium
<b>Uranium 238</b>	$^{238}\text{U}$	4.47 x $10^9$ yr	99.2745% of all natural uranium; 0.5 to 4.7 ppm total uranium in the common rock types
<b>Thorium 232</b>	$^{232}\text{Th}$	1.41 x $10^{10}$ yr	1.6 to 20 ppm in the common rock types with a crustal average of 10.7 ppm
<b>Radium 226</b>	$^{226}\text{Ra}$	1.60 x $10^3$ yr	0.42 pCi/g (16 Bq/kg) in limestone and 1.3 pCi/g (48 Bq/kg) in igneous rock
<b>Radon 222</b>	$^{222}\text{Rn}$	3.82 days	Noble Gas; annual average air concentrations range in the US from 0.016 pCi/L (0.6 Bq/m <sup>3</sup> ) to 0.75 pCi/L (28 Bq/m <sup>3</sup> )
<b>Potassium 40</b>	$^{40}\text{K}$	1.28 x $10^9$ yr	soil - 1-30 pCi/g (0.037-1.1 Bq/g)

### Cosmogenic Nuclides

Nuclide		Half-life	Source	Natural Activity
<b>Carbon 14</b>	$^{14}\text{C}$	5730 yr	Cosmic-ray interactions, $^{14}\text{N}(n,p)^{14}\text{C}$	6 pCi/g (0.22 Bq/g) in organic material
<b>Hydrogen 3 (Tritium)</b>	$^3\text{H}$	12.3 yr	Cosmic-ray interactions with N and O, spallation from cosmic-rays, $^6\text{Li}(n, \alpha)^3\text{H}$	0.032 pCi/kg ( $1.2 \times 10^{-3}$ Bq/kg)
<b>Beryllium 7</b>	$^7\text{Be}$	53.28 days	Cosmic-ray interactions with N and O	0.27 pCi/kg (0.01 Bq/kg)

Some other cosmogenic radionuclides are  $^{10}\text{Be}$ ,  $^{26}\text{Al}$ ,  $^{36}\text{Cl}$ ,  $^{80}\text{Kr}$ ,  $^{14}\text{C}$ ,  $^{32}\text{Si}$ ,  $^{39}\text{Ar}$ ,  $^{22}\text{Na}$ ,  $^{35}\text{S}$ ,  $^{37}\text{Ar}$ ,  $^{33}\text{P}$ ,  $^{32}\text{P}$ ,  $^{38}\text{Mg}$ ,  $^{24}\text{Na}$ ,  $^{38}\text{S}$ ,  $^{31}\text{Si}$ ,  $^{18}\text{F}$ ,  $^{39}\text{Cl}$ ,  $^3\text{H}$ ,  $^8\text{Cl}$ ,  $^{34\text{m}}\text{Cl}$ .

### Human Produced Nuclides

Nuclide	Symbol	Half-life	Source
<b>Tritium</b>	$^3\text{H}$	12.3 yr	Produced from weapons testing and fission reactors; reprocessing facilities, nuclear weapons manufacturing
<b>Iodine 131</b>	$^{131}\text{I}$	8.04 days	Fission product produced from weapons testing and fission reactors, used in medical treatment of thyroid problems
<b>Iodine 129</b>	$^{129}\text{I}$	$1.57 \times 10^7$ yr	Fission product produced from weapons testing and fission reactors
<b>Cesium 137</b>	$^{137}\text{Cs}$	30.17 yr	Fission product produced from weapons testing and fission reactors
<b>Strontium 90</b>	$^{90}\text{Sr}$	28.78 yr	Fission product produced from weapons testing and fission reactors

<b>Technetium 99</b>	$^{99}\text{Tc}$	$2.11 \times 10^5 \text{ yr}$	Decay product of $^{99}\text{Mo}$ , used in medical diagnosis
<b>Plutonium 239</b>	$^{239}\text{Pu}$	$2.41 \times 10^4 \text{ yr}$	Produced by neutron bombardment of $^{238}\text{U}$ $(^{238}\text{U} + n \rightarrow ^{239}\text{U} \rightarrow ^{239}\text{Np} + \beta \rightarrow ^{239}\text{Pu} + \beta)$

## Radioattività del suolo

<b>Natural Radioactivity by the Square Mile, 1 Foot Deep</b>			
<b>Nuclide</b>	<b>Activity used in calculation</b>	<b>Mass of Nuclide</b>	<b>Activity found in the volume of soil</b>
<b>Uranium</b>	0.7 pCi/g (25 Bq/kg)	2,200 kg	0.8 curies (31 GBq)
<b>Thorium</b>	1.1 pCi/g (40 Bq/kg)	12,000 kg	1.4 curies (52 GBq)
<b>Potassium 40</b>	11 pCi/g (400 Bq/kg)	2000 kg	13 curies (500 GBq)
<b>Radium</b>	1.3 pCi/g (48 Bq/kg)	1.7 g	1.7 curies (63 GBq)
<b>Radon</b>	0.17 pCi/g (10 kBq/m <sup>3</sup> ) soil	11 $\mu\text{g}$	0.2 curies (7.4 GBq)

	<b>Total:</b>	>17 cur(>653GBq)
--	---------------	---------------------

## Radioattività' dell'oceano

How much natural radioactivity is found in the world's oceans?

Tutte le acque della terra hanno una qualche attività. Per valutarne il valore sono stati usati i seguenti volumi

- Pacific =  $6.549 \times 10^{17} \text{ m}^3$
- Atlantic =  $3.095 \times 10^{17} \text{ m}^3$
- Total =  $1.3 \times 10^{18} \text{ m}^3$

The activities used in the table below are from 1971 *Radioactivity in the Marine Environment*, National Academy of Sciences:

### Natural Radioactivity by the Ocean

Nuclide	Activity used in calculation	Activity in Ocean		
		Pacific	Atlantic	All Oceans
Uranium	0.9 pCi/L (33 mBq/L)	$6 \times 10^8 \text{ Ci}$ (22)	$3 \times 10^8 \text{ Ci}$ (11)	$1.1 \times 10^9 \text{ Ci}$ (41)

		EBq)	EBq)	EBq)
<b>Potassium 40</b>	300 pCi/L (11 Bq/L)	2 x 10 <sup>11</sup> Ci (7400 EBq)	9 x 10 <sup>10</sup> Ci (3300 EBq)	3.8 x 10 <sup>11</sup> Ci (14000 EBq)
<b>Tritium</b>	0.016 pCi/L (0.6 mBq/L)	1 x 10 <sup>7</sup> Ci (370 PBq)	5 x 10 <sup>6</sup> Ci (190 PBq)	2 x 10 <sup>7</sup> Ci (740 PBq)
<b>Carbon 14</b>	0.135 pCi/L (5 mBq/L)	8 x 10 <sup>7</sup> Ci (3 EBq)	4 x 10 <sup>7</sup> Ci (1.5 EBq)	1.8 x 10 <sup>8</sup> Ci (6.7 EBq)
<b>Rubidium 87</b>	28 pCi/L (1.1 Bq/L)	1.9 x 10 <sup>10</sup> Ci (700 EBq)	9 x 10 <sup>9</sup> Ci (330 EBq)	3.6 x 10 <sup>10</sup> Ci (1300 EBq)

### Cibo

Ogni cibo ha una qualche radioattività. I radionuclidi più comuni nei cibi sono Every food has some small amount of radioactivity in it. The common radionuclides in food are potassium 40 (<sup>40</sup>K), radium 226 (<sup>226</sup>Ra) and uranium 238 (<sup>238</sup>U) and the associated progeny. Di seguito i valori per alcuni cibi: con i loro livelli di Here is a table of some of the common foods and their levels of <sup>40</sup>K and <sup>226</sup>Ra.

### Natural Radioactivity in Food

<b>Food</b>	<b><math>^{40}\text{K}</math> pCi/kg</b>	<b><math>^{226}\text{Ra}</math> pCi/kg</b>
Banana	3,520	1
Brazil Nuts	5,600	1,000-7,000
Carrot	3,400	0.6-2
White Potatoes	3,400	1-2.5
Beer	390	---
Red Meat	3,000	0.5
Lima Bean raw	4,640	2-5
Drinking water	---	0-0.17

Ref: Handbook of Radiation Measurement and Protection, Brodsky, A. CRC Press 1978 and Environmental Radioactivity from Natural, Industrial and Military Sources, Eisenbud, M and Gesell, T. Academic Press, Inc. 1997.

## Corpo umano 70 Kg

Di seguito la concentrazione stimata di radionuclide in un uomo p of chemicals, and it ishould be of no surprise that some of them are radionuclides, many of which you ingest daily in your water and food. Here are the estimated concentrations of radionuclides calculated for a 70,000 gram adult based ICRP 30 data:

### Natural Radioactivity in your body

<b>Nuclide</b>	<b>Total Mass</b>	<b>Total</b>	<b>Daily Intake</b>
----------------	-------------------	--------------	---------------------

	<b>of Nuclide Found in the Body</b>	<b>Activity of Nuclide Found in the Body</b>	<b>of Nuclides</b>
<b>Uranium</b>	90 $\mu\text{g}$	30 pCi (1.1 Bq)	1.9 $\mu\text{g}$
<b>Thorium</b>	30 $\mu\text{g}$	3 pCi (0.11 Bq)	3 $\mu\text{g}$
<b>Potassium 40</b>	17 mg	120 nCi (4.4 kBq)	0.39 mg
<b>Radium</b>	31 pg	30 pCi (1.1 Bq)	2.3 pg
<b>Carbon 14</b>	22 ng	0.1 $\mu\text{Ci}$ (3.7 kBq)	1.8 ng
<b>Tritium</b>	0.06 pg	0.6 nCi (23 Bq)	0.003 pg
<b>Polonium</b>	0.2 pg	1 nCi (37 Bq)	~0.6 fg

It would be reasonable to assume that all of the radionuclides found in your environment would be in you in some small amounts. The average annual dose equivalent from the internal deposited radionuclides is given in the table at the top of this page.

### Radioattività nei materiali da costruzione

Stima della concentrazione di uranio, torio e potassio in materiali da costruzione  
 Estimates of concentrations of uranium, thorium and potassium in building materials (NCRP 94, 1987, except where noted)

<b>Material</b>	<b>Uranium</b>		<b>Thorium</b>		<b>Potassium</b>	
	ppm	mBq/g (pCi/g)	ppm	mBq/g (pCi/g)	ppm	mBq/g (pCi/g)

<b>Granite</b>	4.7	63 (1.7)	2	8 (0.22)	4.0	1184 (32)
<b>Sandstone</b>	0.45	6 (0.2)	1.7	7 (0.19)	1.4	414 (11.2)
<b>Cement</b>	3.4	46 (1.2)	5.1	21 (0.57)	0.8	237 (6.4)
<b>Limestone concrete</b>	2.3	31 (0.8)	2.1	8.5 (0.23)	0.3	89 (2.4)
<b>Sandstone concrete</b>	0.8	11 (0.3)	2.1	8.5 (0.23)	1.3	385 (10.4)
<b>Dry wallboard</b>	1.0	14 (0.4)	3	12 (0.32)	0.3	89 (2.4)
<b>By- product gypsum</b>	13.7	186 (5.0)	16.1	66 (1.78)	0.02	5.9 (0.2)
<b>Natural gypsum</b>	1.1	15 (0.4)	1.8	7.4 (0.2)	0.5	148 (4)
<b>Wood</b>	-	-	-	-	11.3	3330 (90)
<b>Clay Brick</b>	8.2	111 (3)	10.8	44 (1.2)	2.3	666 (18)

Si tratta ora di studiare come una sorgente radioattiva produca dose nel corpo umano e come valutare la relazione tra radioattività e dose assorbita.

La radiazione può essere assorbita dal corpo umano come

## Radiazione esterna

la radiazione puo' venire assorbita per indagini radiologiche o per ragioni di lavoro o terapia

## Radiazione Interna

Inalazione (respiro)

Ingestione (cibo, bevande)

Assorbimento attraverso la pelle

Occorrera' valutare percio' i singoli casi.

In ogni caso la radiazione assorbita va calcolata attentamente e contenuta al minimo indispensabile Questa raccomandazione in termini tecnici si identifica nella sigla

ALARA As Low As Reasonably Achievable

Per quanto riguarda la dose interna assorbita da un isotopo radioattivo bisogna tenere conto della energia liberata in totale nel corpo umano in seguito alla sua introduzione nello stesso. Per fare cio' occorre ricordare che l'attivita dell'isotopo radioattivo nel corpo umano dipende da due vite medie

Vita media biologica e radioattiva.

Si definisce percio' una vita media effettiva data da

$$1/T_e = 1/T_R + 1/T_B \quad 1.136$$

Supponiamo ora che al tempo  $T=0$  sia assorbita una quantita'  $A$  di materia radioattiva e che per ogni decadimento il corpo riceva una energia  $E$  (espressa in MeV) che puo' essere tutta o parte dell'energia emessa nel decadimento'

L'attivita' all'interno del corpo evolvera' secondo la

125

$$A(T) = A(0) \exp(-T/T_e) = A(0) \exp(-T\lambda_e) \quad 1.137$$

La dose assorbita al secondo sara'

$$D^*(T) = A(T) 1.6 \cdot 10^{-13} \text{ E/m Gy/s} \quad 1.138$$

La Dose integrata sul tempo sara' l'integrale tra zero e T di questa quantita'

$$D(T) = A(0) 1.6 \cdot 10^{-13} \text{ E/m } T_e(1 - \exp(-T\lambda_e)) \quad 1.139$$

Per  $T \gg T_e$  si otterra' una dose complessiva che vale

$$D(\text{Tot}) = 1.6 \cdot 10^{-13} \text{ E /m } T_e \quad 1.140$$

In tabella 1.12 sono riportati i tempi relativi ad alcuni radioisotopi con i te

TABELLA 1.12

Tempi biologici e radioattivi di alcuni elementi in giorni

	$T_B$	$T_R$
$^3\text{H}$	11.9	$4.5 \cdot 10^3$
$^{14}\text{C}$	10	$2.1 \cdot 10^6$
$^{131}\text{I}$	138	8
$^{137}\text{Cs}$	70	$1.1 \cdot 10^4$

Per arrivare alle quantita' permesse di concentrazione dei vari isotopi radioattivi nell'aria e nel acqua\_ bisogna poi fare delle assunzioni sulle quantita' che vengono inalate o ingerite dall'uomo.

Si arriva cosi' alla valutazione delle **concentrazioni ammesse** che sono riportate nella seguente tabella.

TABELLA 1.13

Derived Concentration Guide <sup>a</sup> ( $\mu\text{Ci}/\text{mL}$ )			Derived Concentration Guide <sup>a</sup> ( $\mu\text{Ci}/\text{mL}$ )		
Radionuclide	In Air	In Water	Radio nuclide	In Air	In Water
Gross Alpha <sup>b</sup>	$2 \times 10^{-14}$	$3 \times 10^{-8}$	<sup>131</sup> I	$4 \times 10^{-10}$	$3 \times 10^{-6}$
Gross Beta <sup>c</sup>	$3 \times 10^{-7}$	$1 \times 10^{-7}$	<sup>132</sup> I	$4 \times 10^{-8}$	$2 \times 10^{-4}$
<sup>3</sup> H	$1 \times 10^{-7}$	$2 \times 10^{-3}$	<sup>133</sup> I	$2 \times 10^{-9}$	$1 \times 10^{-5}$
<sup>51</sup> Cr	$5 \times 10^{-8}$	$1 \times 10^{-3}$	<sup>135</sup> I	$1 \times 10^{-8}$	$7 \times 10^{-5}$
<sup>54</sup> Mn	$2 \times 10^{-9}$	$5 \times 10^{-5}$	<sup>134</sup> Cs	$2 \times 10^{-10}$	$2 \times 10^{-6}$
<sup>58</sup> Co	$2 \times 10^{-9}$	$4 \times 10^{-5}$	<sup>137</sup> Cs	$4 \times 10^{-10}$	$3 \times 10^{-6}$
<sup>60</sup> Co	$8 \times 10^{-11}$	$5 \times 10^{-6}$	<sup>139</sup> Ba	$7 \times 10^{-8}$	$3 \times 10^{-4}$
<sup>65</sup> Zn	$6 \times 10^{-10}$	$9 \times 10^{-6}$	<sup>140</sup> Ba	$3 \times 10^{-9}$	$2 \times 10^{-5}$
<sup>89</sup> Sr	$3 \times 10^{-10}$	$2 \times 10^{-5}$	<sup>141</sup> Ce	$1 \times 10^{-9}$	$5 \times 10^{-5}$
<sup>90</sup> Sr	$9 \times 10^{-12}$	$1 \times 10^{-6}$	<sup>144</sup> Ce	$3 \times 10^{-11}$	$7 \times 10^{-6}$
<sup>99m</sup> Tc	$4 \times 10^{-7}$	$2 \times 10^{-3}$	<sup>238</sup> Pu	$3 \times 10^{-14}$	$4 \times 10^{-8}$
<sup>103</sup> Ru	$2 \times 10^{-9}$	$5 \times 10^{-5}$	<sup>239</sup> Pu	$2 \times 10^{-14}$	$3 \times 10^{-8}$
<sup>106</sup> Ru	$3 \times 10^{-11}$	$6 \times 10^{-6}$	<sup>240</sup> Pu	$2 \times 10^{-14}$	$3 \times 10^{-8}$
<sup>125</sup> Sb	$1 \times 10^{-9}$	$5 \times 10^{-5}$	<sup>241</sup> Am	$2 \times 10^{-14}$	$3 \times 10^{-8}$
<sup>129</sup> I	$7 \times 10^{-11}$	$5 \times 10^{-7}$			

<sup>a</sup> Derived concentration guides (DCGs) are from DOE Order 5400.5 and are based on an effective dose equivalent of 100 mrem/yr. = 1mSv/yr

<sup>b</sup> Based on <sup>241</sup>Am, <sup>239</sup>Pu, and <sup>240</sup>Pu.

<sup>c</sup> Based on the most restrictive beta emitter (<sup>228</sup>Ra).

<sup>d</sup> Submersion in a cloud of gas is more restrictive than the inhalation pathway.

## 2 Caratteristiche dei Rivelatori di particelle

I rivelatori di particelle sono strumenti capaci di produrre un segnale registrabile che da informazioni sul passaggio di una particella al loro interno. I rivelatori si possono distinguere in due grandi categorie:

a) **Rivelatori off line** : producono un segnale che deve essere analizzato in tempi molto lunghi rispetto al tempo di passaggio della particella al loro interno. Sono un esempio le emulsioni fotografiche in cui il segnale viene ottenuto sviluppando speciali lastre su cui compaiono le tracce lasciate dal passaggio delle particelle

b) **Rivelatori on line** : in conseguenza del passaggio di una particella al loro interno producono segnali elettrici che possono essere registrati direttamente ed immediatamente su dischi o nastri magnetici.

Ogni rivelatore ha scopi e caratteristici ben precisi ed in generale puo' definire grandezze diverse relative alla particella che lo attraversa.

Un rivelatore puo' misurare:

L'**energia** ceduta al suo interno dalla particella che lo attraversa

Il **tempo** in cui la particella genera il segnale al suo interno

La **posizione** in cui la particella e' transitata al suo interno

La **velocita'** della particella

Eccetera .....

Potere risolutivo

La determinazione di una o piu' di queste grandezze viene fatta dal rivelatore con una incertezza che caratterizza la qualita' dell'informazione.

Cosi' se un rivelatore misura una grandezza  $Z_0$  con una distribuzione iniziale assimilabile alla distribuzione  $\delta$  la sua risposta sara' data da una distribuzione gaussiana o pseudo gaussiana la cui larghezza  $\sigma$  dipendera' dal rivelatore ; naturalmente tanto piu' e' piccola la quantita'  $\sigma/Z_0$  tanto migliore e' la risposta del rivelatore.

Poiche' non sempre la risposta del rivelatore e' gaussiana per valutare l'incertezza si usa spesso la quantita' FWHM ( full with half maximum) che si ottiene sperimentalmente

misurando la larghezza a mezza altezza della distribuzione sperimentale ottenuta.

Se la distribuzione e' gaussiana vale la relazione

$$\text{FWHM} = 2.36\sigma \quad 2.1$$

Efficienza

Per ogni rivelatore si definisce l'efficienza  $\varepsilon$  data da

$$\varepsilon = N_r/N_i \quad 2.2$$

con

$N_i$  numero di particelle entrate nel volume del rivelatore

$N_r$  numero di particelle registrate.

In generale l'efficienza di un rivelatore puo'essere fattorizzata in tre termini

$$\varepsilon = \text{MRD} \quad 2.3$$

$M$  e' la probabilita' che una particella incidente sulla superficie del rivelatore penetri nel suo volume sensibile.

Ogni rivelatore e' infatti circoscritto nello spazio da pareti costituite da materiale insensibile alla particella; in

funzione del tipo e dell'energia della particella questa puo' venire assorbita dalla pareti e quindi non rivelata.

Detti

$s$  lo spessore della parete

$\Sigma$  la sezione d'urto macroscopica di assorbimento della particella

$N_i$  il numero di particelle incidenti sulla superficie del rivelatore

$N_e$  il numero di particelle che entrano nella zona attiva del rivelatore

si ha:

$$M = N_i/N_e = N_i / \exp(-\Sigma s) \quad N_i = \exp(-\Sigma s) \quad 2.4$$

Se  $\Sigma s \ll 1$

$$M = 1 - \Sigma s \quad 2.5$$

M e' usualmente vicino ad 1 per le particelle di alta energie e per le particelle neutre mentre puo' tendere a zero per particella cariche e fotoni di bassa energia per cui vanno costruiti rivelatori con pareti il piu' sottile possibile.

R e' la probabilita' che una particella entrata nella regione sensibile generi un segnale registrabile

Non tutte le particelle che entrano nella zona sensibile del rivelatore generano un segnale registrabile; in generale solo le particelle cariche lo fanno mentre le particelle neutre devono interagire con il materiale del rivelatore per produrre particelle cariche che sono in grado di generare il segnale. Detti l lo spessore di rivelatore attraversato dalla particella  $\Sigma_c$  la sezione d'urto macroscopica di produzione di particelle atte a generare un segnale si ha

$$R = (1 - \exp(-\Sigma_c l)) \eta \quad 2.6$$

Con  $\eta$  = alla probabilita' che l' interazione generate diano un segnale registrabile.

D e' la probabilita' che il segnale generato venga registrato

Ogni rivelatore richiede in seguito alla generazione di un segnale un tempo per il suo sviluppo e registrazione (tempo morto)

Durante questo tempo il rivelatore e' insensibile e perde efficienza.

Se un rivelatore ha un tempo morto  $T_d$  e registra  $N_r$  eventi al secondo e' insensibile per  $N_r T_d$  parti di secondo; in effetti dovrebbe registrare  $N_r'$  eventi senza tempo morto.

Il numero di eventi persi al secondo sara'  $N_r' - N_r$  si ottiene

$$N_r = N_r' / (N_r' T_d + 1) \quad 2.7$$

e

$$D = 1 / (N_r' T_d + 1) \quad 2.8$$

Il valore di  $D$  tende a diventare diverso da 1 con conteggi di frequenza comparabili con  $1/T_d$  reciproco del tempo morto: i rivelatori on line hanno tempi morti dell'ordine di  $\mu s$  ed e' estremamente difficile gestire situazioni in cui sul rivelatore arrivino piu' di  $10^6$  particelle al secondo.

Va infine osservato che ogni rivelatore ha un proprio rumore di fondo ossia puo' generare un livello di segnale che si sovrappone ai segnali utili; va da se questo rumore in un buon rivelatore deve essere sensibilmente minore dei segnali che si vogliono rivelare.

### 3 Rivelatori a gas

#### 3.1 Proprieta' generali

Questi rivelatori sono costituiti da un volume di gas nel quale si trova un campo elettrico generato da due elettrodi (anodo e catodo)

Il metodo di rivelazione si basa sul segnale prodotto dalla raccolta delle cariche liberate all'interno del gas dal passaggio di una particella ionizzante.

La risposta di questi contatori dipende dalla loro geometria e dal campo che in essi viene stabilito.

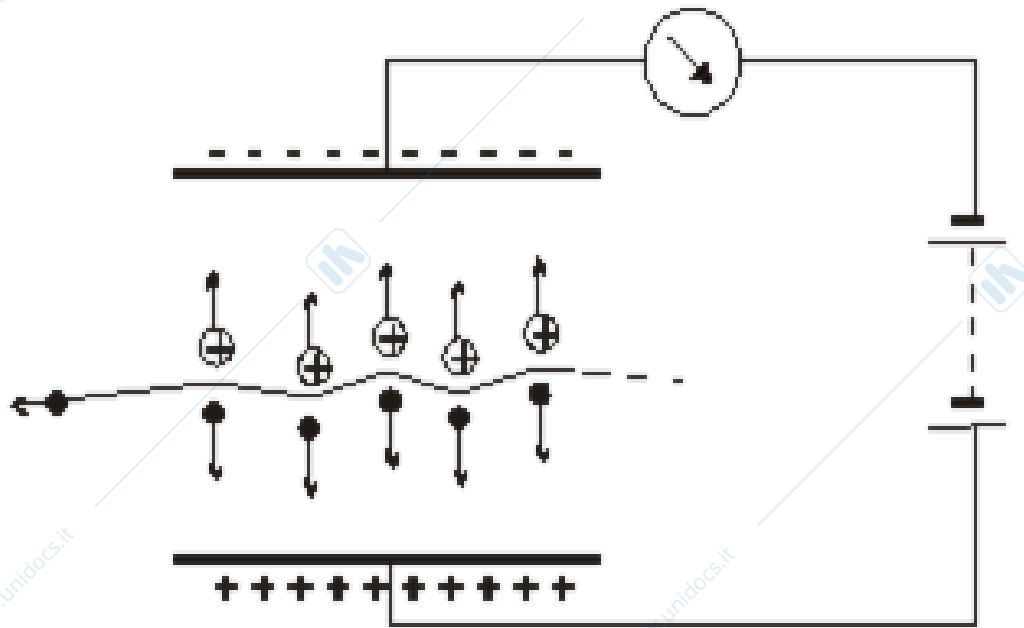


Fig 3.1 Camera a ionizzazione ad elettrodi piani paralleli

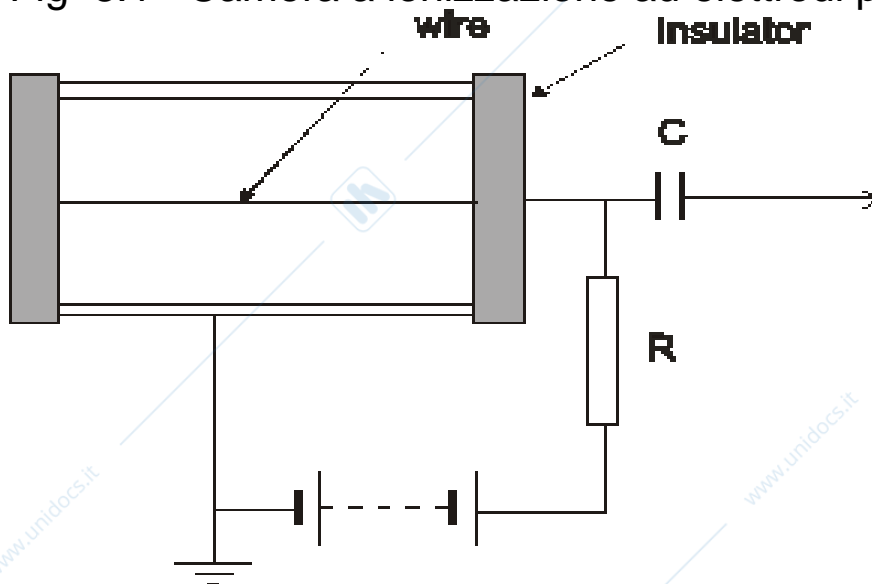


Fig 3.2 Contatore proporzionale cilindrico

Nelle figure 3.1 e 3.2 sono schematizzati due tra i principali contatori;  
la camera a ionizzazione ad elettrodi piani paralleli ed il contatore proporzionale cilindrico.

Si puo' fare una stima del segnale generato nella prima dalla raccolta delle cariche liberate da una particella al minimo. Assumiamo che:

- 1) la camera contenga gas Ar a pressione atmosferica
- 2) la camera abbia elettrodi quadrati di lato 10 cm  
distanti 1 cm e quindi capacita'  $C=8.85 \cdot 10^{-12} \text{ A/d farad} = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ Farad}$

all' interno della camera vi sia un campo elettrico sufficiente a raccogliere tutte le cariche liberate per ionizzazione

Dalla tabella 1.1 risulta che una particella al minimo libera 94 coppie di ioni – elettroni al cm. Una particella che attraversi la camera lungo il suo asse liberera' percio 940 coppie.

La caduta di tensione agli elettrodi generata dalla raccolta di tali cariche sara':

$$\Delta V = 940 e/C = 940 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} / 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ V} = 1.06 \cdot 10^{-5} \text{ V} \cong 10 \mu\text{V} \quad 3.1$$

Si tratta di un segnale gestibile elettronicamente anche se molto piccolo.

Si puo' ora osservare cosa accade in un contatore cilindrico al variare della tensione applicata ai suoi elettrodi quando al suo interno si libera una determinata quantita' di carica generata dal passaggio di due diverse particelle ionizzanti (elettroni e particelle  $\alpha$ ). La risposta sperimentale e' riportata in figura 3.3 in cui e' rappresentato il segnale in funzione della tensione sugli elettrodi.

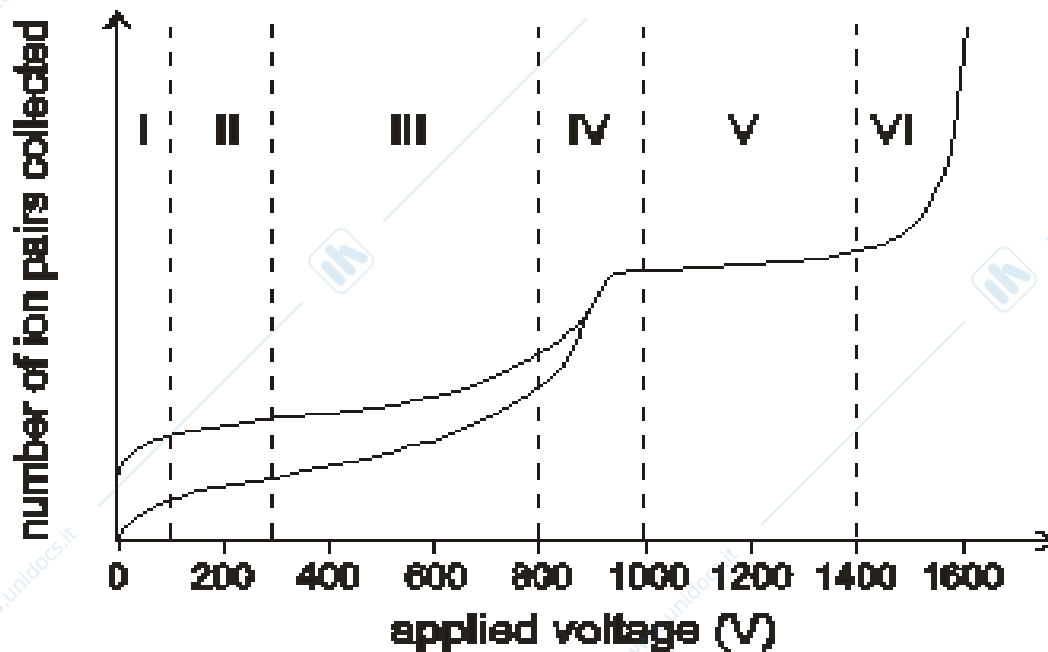


Fig 3.3 Risposta di un contatore cilindrico a segnali generati da particelle ionizzanti diverse ( $\beta$  ed  $\alpha$ ) in funzione della tensione applicata agli elettrodi.

La curva di risposta puo'essere divisa in 6 parti

#### I Regime di Ricombinazione

Le cariche liberate dalle particelle non vengono tutte raccolte

#### II Regime di raccolta totale

Le cariche vengono tutte raccolte

#### III Regime di moltiplicazione proporzionale

Vengono raccolte piu' cariche di quelle liberate per ionizzazione, ma viene mantenuta proporzionalita' tra le cariche generate per ionizzazione e quelle raccolte

#### IV Regime di proporzionalita' limitata

Vengono raccolte piu' cariche di quelle generate per ionizzazione, ma si perde proporzionalita' tra cariche generate e cariche raccolte.

#### V Regime Geiger

Si perde completamente la proporzionalita' tra cariche liberate e raccolte

#### VI Regime di scarica

Il contatore entra in scarica e non puo' piu' essere utilizzato

Per spiegare questi fatti occorre studiare il comportamento delle cariche libere nei gas.

### 3.2 Moto delle cariche nei gas

Il moto degli ioni ed elettroni nel gas e' illustrato nella figura 3.4 per i casi con e senza campo elettrico

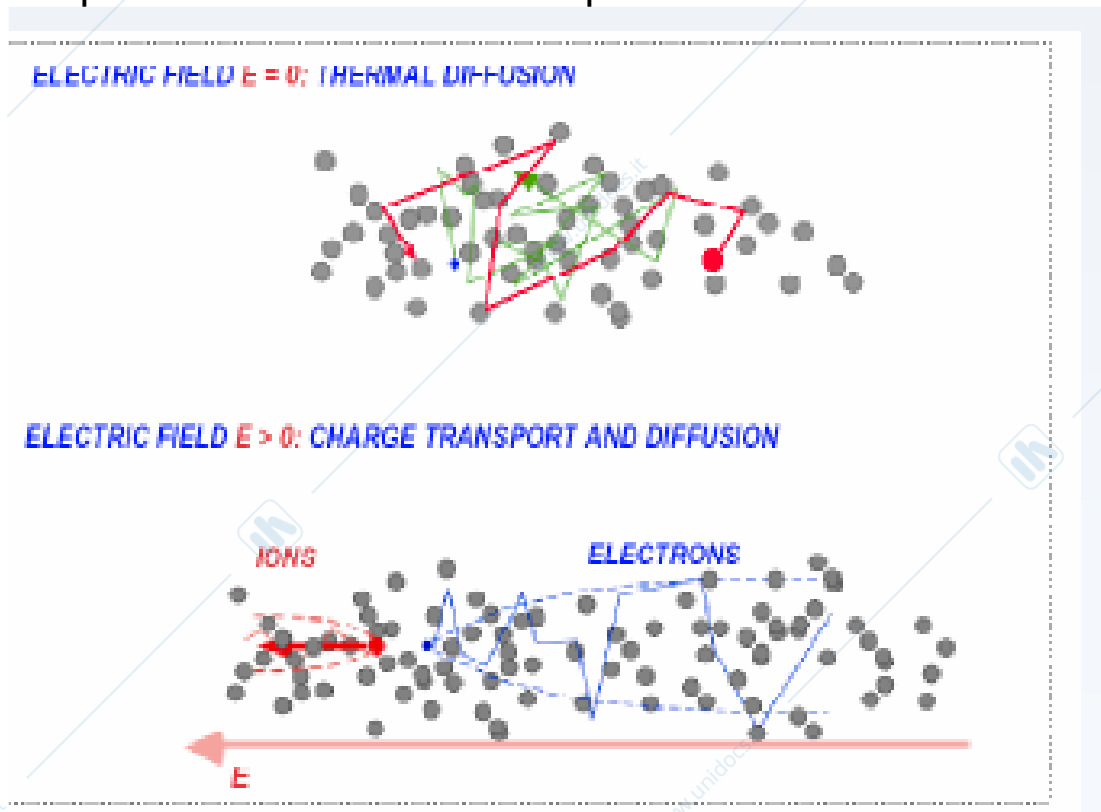


Fig 3.4 Moto di cariche elettriche con e senza campo elettrico  $E$

Le particelle in moto nei gas subiscono urti con gli atomi (o le molecole) di cui il gas e' costituito. Per gli elettroni e gli ioni formati nel gas dalla ionizzazione vanno considerati due sorgenti di moto:

- 1) Moto di origine termica (diffusione)
- 2) Moto dovuto al campo elettrico (deriva)

Con questi presupposti e' chiaro che il movimento delle cariche si risolve in un fenomeno di diffusione presente con

e senza campo elettrico ed in un moto di deriva verso gli elettrodi presente solo con il campo elettrico.  
A causa dell'attrito dovuto agli urti delle cariche con le molecole del gas il moto di deriva e' a velocita' costante.

#### a) Moto in assenza di campo elettrico

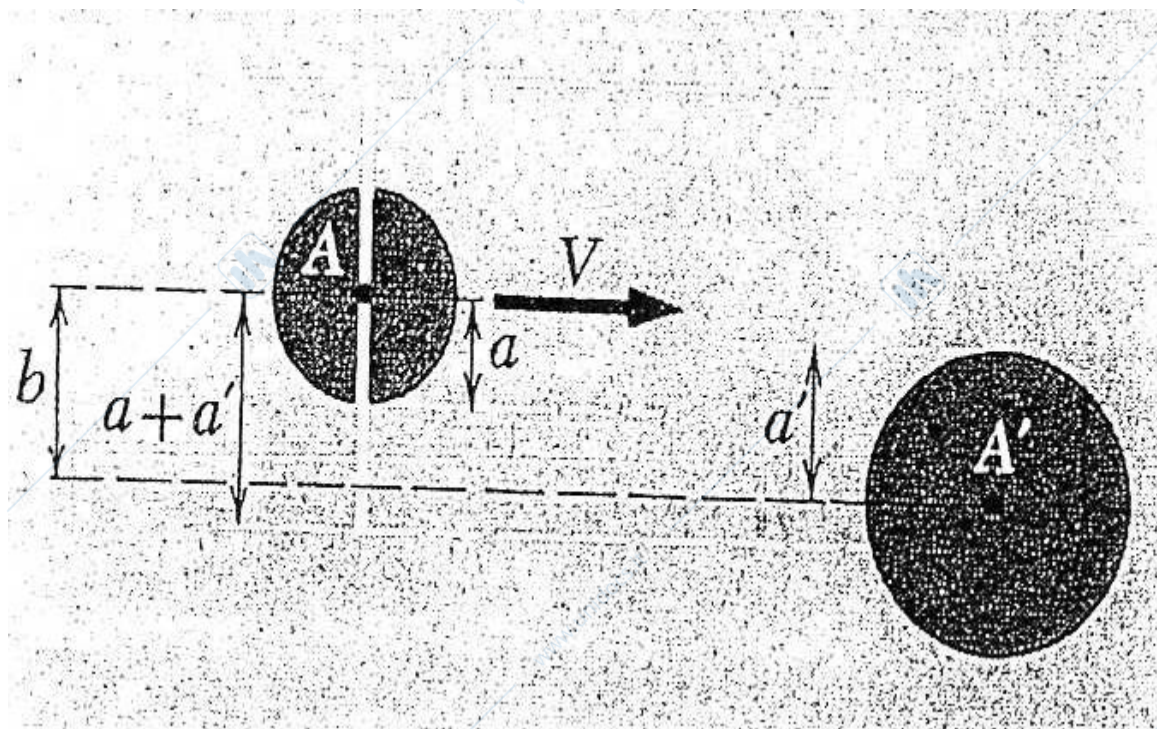
Per valutare questi moti e' importante ricordare il concetto di libero cammino medio  $\lambda$  che rappresenta la distanza media percorsa da una particella all'interno di un mezzo di densita'  $n$  molecole al  $\text{cm}^3$  con una sezione d'urto  $\sigma$  di interazione:

$$\langle x \rangle = \lambda \quad 3.2$$

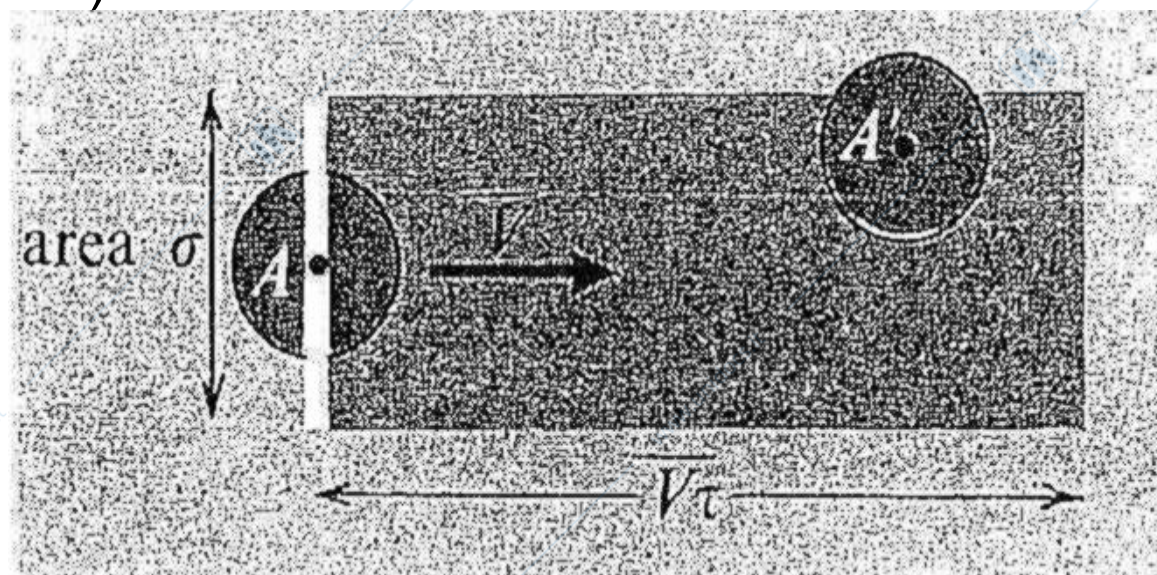
Ricordiamo anche che la distanza quadratica media percorsa tra gli urti vale

$$\langle x^2 \rangle = 2\lambda^2 \quad 3.3$$

Si puo' fare una stima del libero cammino medio delle molecole nel loro gas facendo uso della fig.3.5



a)



b)

Fig 3.5 Schema di un urto tra molecole. La linea bianca in a) e b) rappresenta il disco immaginario trasportato dalla molecola A

Valutiamo il cammino percorso da una molecola A prima di urtare una qualunque molecola A' in gas contenente n molecole identiche per unita' di volume

Assumiamo che sia  $\langle V \rangle$  la velocita' relativa con cui due molecole si avvicinano per effetto del moto caotico e che sia  $\sigma$  la sezione d'urto tra le molecole.

Il disco immaginario di area  $\sigma$  portato da A verso A' spazza in un tempot un volume  $\sigma \langle V \rangle t$ . Se il volume cosi' spazzato contiene in media una molecola il tempo t diventa il tempo libero medio  $\tau$  che passa tra un urto e l'altro

$$\sigma \langle V \rangle \tau n = 1 \quad \tau = 1 / \sigma \langle V \rangle n \quad 3.4$$

Il libero cammino medio della molecola A sara' percio'

$$\lambda = \langle v \rangle \tau = \langle v \rangle / \langle V \rangle 1 / n \sigma \quad 3.5$$

con  $\langle v \rangle$  velocita' media delle molecole nel gas.

Si deve ora valutare la relazione tra la velocita' media di una molecola e la velocita' relativa tra due molecole

Dette  $\mathbf{v}$  e  $\mathbf{v}'$  le velocita' vettoriali delle molecole si ha

$$\mathbf{V} = \mathbf{v} - \mathbf{v}' \quad V^2 = v^2 + v'^2 - 2\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}'$$

Il termine  $2\mathbf{v} \cdot \mathbf{v}'$  e' zero per molecole che si muovono in modo casuale percio' si puo' scrivere

$$\langle V^2 \rangle = \langle v^2 \rangle + \langle v'^2 \rangle \approx \langle v \rangle^2 + \langle v' \rangle^2$$

da cui

$$\langle V \rangle \approx \sqrt{2} \langle v \rangle$$

quindi

$$\lambda \approx \sqrt{\frac{1}{2n\sigma}} \quad 3.6$$

Si noti che n dipende dalla pressione e quindi il libero cammino medio e' funzione della pressione

Assumendo che :

$$\sigma = 2\pi r^2 \text{ sezione d'urto geometrica con } r = 10^{-8} \text{cm}$$

$n \approx 510^{19}$  (gas a pressione atmosferica si ottiene):

$$\lambda \approx 2 \cdot 10^{-5} \text{ cm}$$

se il gas è alla temperatura ambiente si può assumere  $\langle v \rangle = 410^4 \text{ cm/s}$  da cui

$$\tau = 510^{-10} \text{ s}$$

per l'intervallo medio tra due urti

Valori di liberi cammini medi degli ioni sono riportati in tabella 3.1 assieme a valori di altre grandezze utili alla comprensione del moto delle cariche nei gas.

Una stima delle velocità dovute al moto termico si può fare assumendo che la distribuzione delle velocità sia Maxwelliana (il che non è vero per gli elettroni che non termalizzano a causa della loro massa piccola rispetto a quella delle molecole del gas urtate)

Ricordando che

$$\langle v \rangle = \sqrt{2.54kT/m} \quad 3.7$$

e che  $m_e = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$   $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$  ed assumendo un valore di  $kT = 2.5 \cdot 10^{-21} \text{ J}$  a condizioni normali si ottengono i valori di

$\langle v_{H2} \rangle = 1.9 \cdot 10^3 \text{ m/s}$  per gli ioni idrogeno e

$$\langle v_e \rangle = 1.1 \cdot 10^5 \text{ m/s per gli elettroni}$$

Si noti che il valore stimato per gli elettroni è puramente indicativo poiché questi non raggiungono una distribuzione Maxwelliana. Resta però vero che a causa della dipendenza dalla massa della velocità gli elettroni hanno velocità maggiori degli ioni per circa due ordini di grandezza.

In tabella 3.1 sono riportati i dati relativi al moto degli ioni.

### Tabella 3.1

Valori dei liberi cammini medi, velocità media termica, coefficiente di diffusione e mobilità (Velocità di

deriva diviso campo elettrico) di ioni nel loro gas a condizioni normali.

Gas	$\lambda$ (cm)	$u$ (cm/sec)	$D^+$ (cm <sup>2</sup> /sec)	$\mu^+$ (cm <sup>2</sup> sec <sup>-1</sup> V <sup>-1</sup> )
H <sub>2</sub>	$1.8 \times 10^{-5}$	$2 \times 10^5$	0.34	13.0
He	$2.8 \times 10^{-5}$	$1.4 \times 10^5$	0.26	10.2
Ar	$1.0 \times 10^{-5}$	$4.4 \times 10^4$	0.04	1.7
O <sub>2</sub>	$1.0 \times 10^{-5}$	$5.0 \times 10^4$	0.06	2.2
H <sub>2</sub> O	$1.0 \times 10^{-5}$	$7.1 \times 10^4$	0.02	0.7

E' interessante studiare cosa accade nel tempo a causa del moto caotico quando in un gas senza campo elettrico' le molecole abbiano una distribuzione spaziale iniziale non uniforme. Si tratta del processo di diffusione.

Per semplicita' supponiamo di volere studiare nel tempo la distribuzione  $n(x,t)$  di molecole che si muovono lungo l'asse  $x$ . Osserviamo cosa accade nel piano  $x=cost$

Nel loro moto caotico le molecole attraverseranno il piano arrivando da punti con valori inferiori e superiori ad  $x=cost$ . Sia  $j_x$  la corrente che misura il numero medio di molecole che attraversano il piano per unita' di superficie nel unita' di tempo.

Evidentemente  $j_x = 0$  se le molecole sono uniformemente distribuite nello spazio poiche' tante attraverseranno il piano in una direzione quante lo attraverseranno nella direzione opposta. Non sara' cosi' nel caso di una distribuzione disomogenea per cui ci si aspetta che che la corrente sia proporzionale al gradiente di concentrazione; in prima approssimazione si puo' scrivere:

$$j_x = -D \partial n(x,t) / \partial x \quad 3.8$$

con  $D$  coefficiente detto di diffusione

La variazione di densità nel tempo si può calcolare osservando che il numero di molecole contenute in uno strato di spessore  $dx$  ed area unitaria intorno al piano è dato dalla differenza tra le molecole che entrano nello strato dalla superficie  $x$  meno quelle che ne escono dalla superficie  $x+dx$

In formule

$$\frac{\partial}{\partial t}(ndz) = j_x(x) - j_x(x+dx)$$

$$\left( \frac{\partial n}{\partial t} \right) dx = j_x(x) - \left\{ j_x(x+dx) + \left( \frac{\partial j_x}{\partial x} \right) dx \right\}$$

$$\frac{\partial j_x}{\partial x} = - \frac{\partial n(x,t)}{\partial t} \quad 3.9$$

Unendo le due equazioni 3.8 e 3.9 si ottiene l'equazione della diffusione che regola il comportamento nel tempo del numero di particelle per unità di volume

$$\frac{\partial(n,t)}{\partial t} = D \frac{\partial^2 n(x,t)}{\partial x^2} \quad 3.10$$

Questa equazione ha per soluzione

$$n(x,t) = n(0,0) \sqrt{\frac{1}{4\pi Dt}} \exp\left(-\frac{x^2}{4Dt}\right) \quad 3.11$$

che dimostra come la distribuzione diventi nel tempo gaussiana con una deviazione data da

$$\sigma = \sqrt{2Dt} \quad 3.12$$

che cresce con il tempo.

Nel caso di una distribuzione nello spazio la larghezza della distribuzione diventa

$$\sigma = \sqrt{6Dt} \quad 3.13$$

In figura 3.6 sono riportati i dati relativi al moto nell'aria.

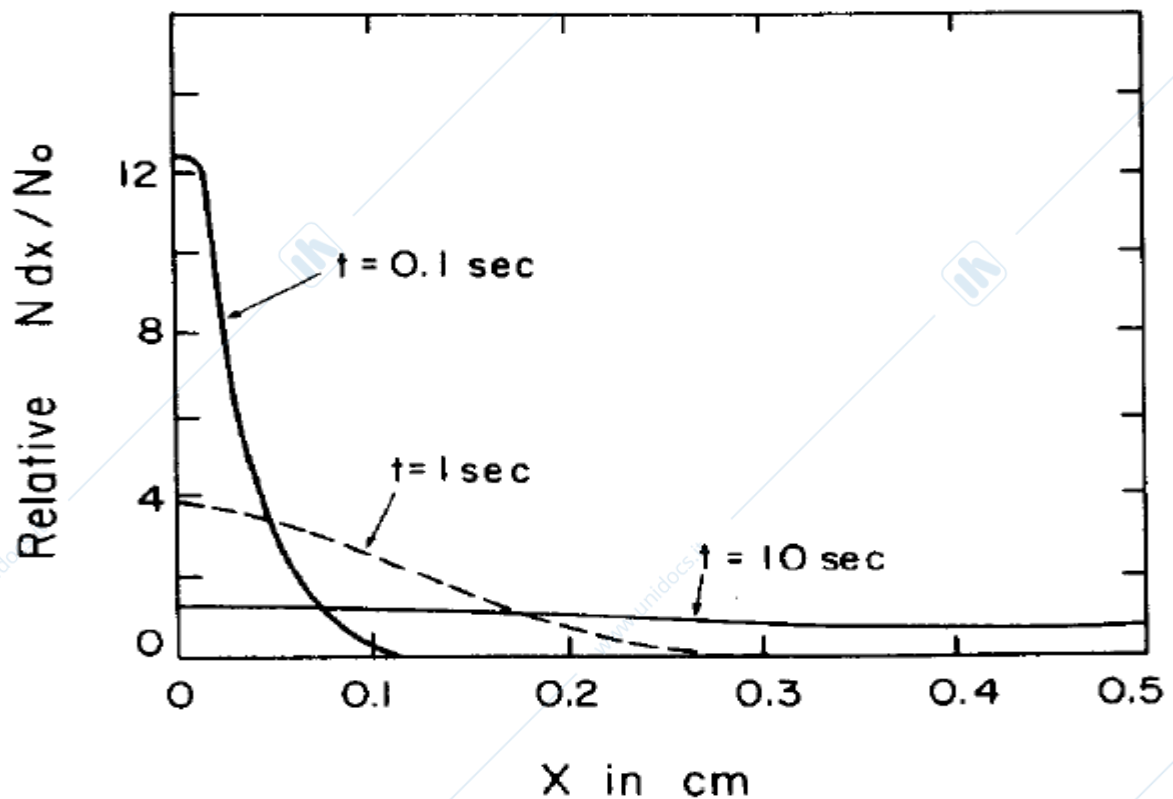


Fig 3.6 Distribuzione di cariche nell'aria a tempi diversi dovute alla diffusione

Si puo' dimostrare che per un gas rarefatto vale la :

$$D = \frac{1}{3} \langle v \rangle \lambda \quad 3.14$$

Che come ordine di grandezza da  $D \approx 0.5 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$  a pressione e temperatura ambiente. I valori misurati per alcuni ioni sono dati in tabella 3.1

Va ricordato che gli elettroni hanno una velocita' molto piu' grande ed un libero cammino medio piu' lungo e percio' un coefficiente di diffusione maggiore.

a) Moto in presenza di campo elettrico

Come appare nella figura 3.4 la presenza di un campo elettrico innesca un moto di deriva degli ioni verso il catodo e degli elettroni verso l'anodo che verra' a sommarsi al moto caotico. E' questo moto che da origine al segnale nei rivelatori a gas.

A causa dell'attrito dovuto agli urti con le molecole del gas il moto a campo costante è 'a velocità costante'. Si può fare una valutazione della velocità di deriva muovendo dalla figura 3.7

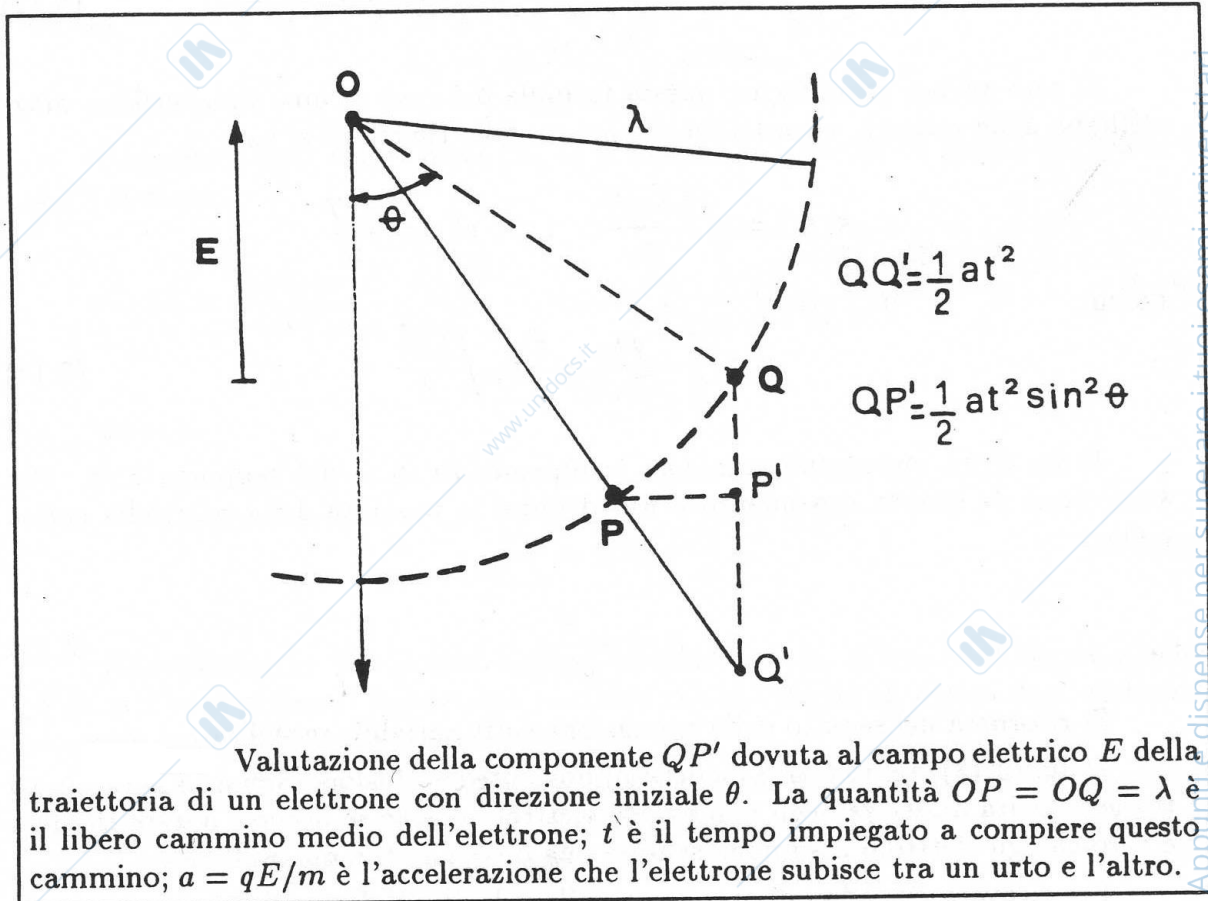


Fig 3.7

Sia il campo  $E$  diretto lungo l'asse  $z$ ; supponiamo che tutte le particelle cariche urtino dopo un libero cammino medio e valutiamo il cammino  $\Delta z$  nella direzione del campo fatto in questo caso dall'elettrone; prendiamo in considerazione un elettrone che si muova dopo un urto in una direzione formante un angolo  $\theta$  con l'asse  $z$ . In assenza di campo l'elettrone farebbe il nuovo urto nel punto  $Q$  distante  $\lambda$  dall'origine. In effetti l'elettrone durante il moto sarà accelerato dalla forza  $qE$  formando un arco di parabola che

terminerà nel punto P distante  $\lambda$  da O ( si confonde corda con arco di parabola). La variazione di percorso lungo z dovuto al campo E varrà perciò QP'.

Detto  $QQ' = 1/2 at^2$  ( con  $a = qE/m$  ) lo spazio percorso lungo z dalla particella per effetto dell'accelerazione prodotta dal campo si può scrivere;

$$\Delta z = QP' = PQ \sin\theta = QQ' \sin^2\theta = 1/2 qE/m \langle t^2 \rangle \sin^2\theta \quad 3.15$$

con m massa della particella accelerata e  $\langle t^2 \rangle$  tempo quadratico medio tra gli urti. Mediando per una distribuzione ancora isotropa si ottiene

$$\langle \Delta z \rangle = 1/3 qE/m \langle t^2 \rangle \quad \langle t^2 \rangle = \langle s^2/v^2 \rangle = 2\lambda^2/\langle v^2 \rangle \quad 3.16$$

Usando poi  $\langle t \rangle = \lambda/\langle v \rangle$  si ottiene la velocità di deriva w

$$w = \langle \Delta z \rangle / \langle t \rangle = 2/3 qE\lambda/m \langle v \rangle / \langle v^2 \rangle \quad 3.17$$

Nel caso di una distribuzione Maxwelliana la formula diventa

$$w = 2/3 qE/m \lambda \sqrt{\frac{2.54}{3}} \quad 3.18$$

Nella formula appare evidente la dipendenza della velocità dalla quantità

$$E\lambda = E/p \lambda_0 p_0$$

dove l'indice zero si riferisce alle condizioni di pressione e temperatura normali. Molto spesso perciò si usa la quantità mobilità definita da

$$\mu = w (p/E) / p_0 \quad 3.19$$

e si parla di campo ridotto E/p.

Le mobilità degli ioni sono costanti per i diversi gas per campi fino a Kv/cm e dipendono dal tipo di ione.

A pressione ambiente si ha per esempio :

$$\mu_{AR} = 1.7 \text{ cm}^2/\text{Vs} \quad \mu_{CO_2} = 1.1 \text{ cm}^2/\text{Vs}$$

Va infine notato che nel caso di cariche con distribuzione di Maxwell vale la seguente relazione tra  $D$  e  $w$

$$w/D = 2/3 qE/kT \quad 3.20$$

Come per le velocità di diffusione così per le velocità di deriva gli elettroni

hanno comportamenti più complessi non ubbidendo alla distribuzione di Maxwell; le velocità di deriva sono sensibilmente più alte e la loro dipendenza da  $E$  più complessa poiché le sezioni d'urto degli elettroni con le molecole del gas hanno forte dipendenza dalla energia (fig 3.8).

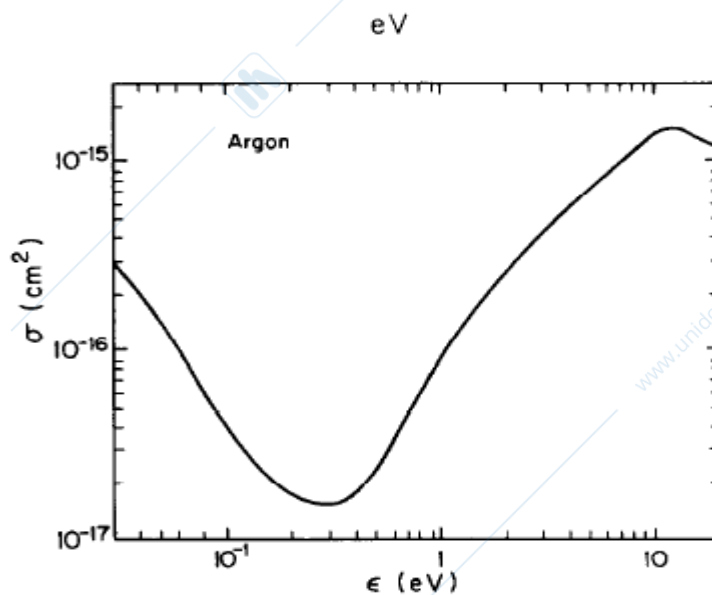


Fig 3.8 Sezione d'urto di elettroni in Ar

La dipendenza della velocità di deriva degli elettroni può essere calcolata con modelli complessi ed è mostrata in figure 3.8;3.9;3.10 per alcuni gas e miscele gassose

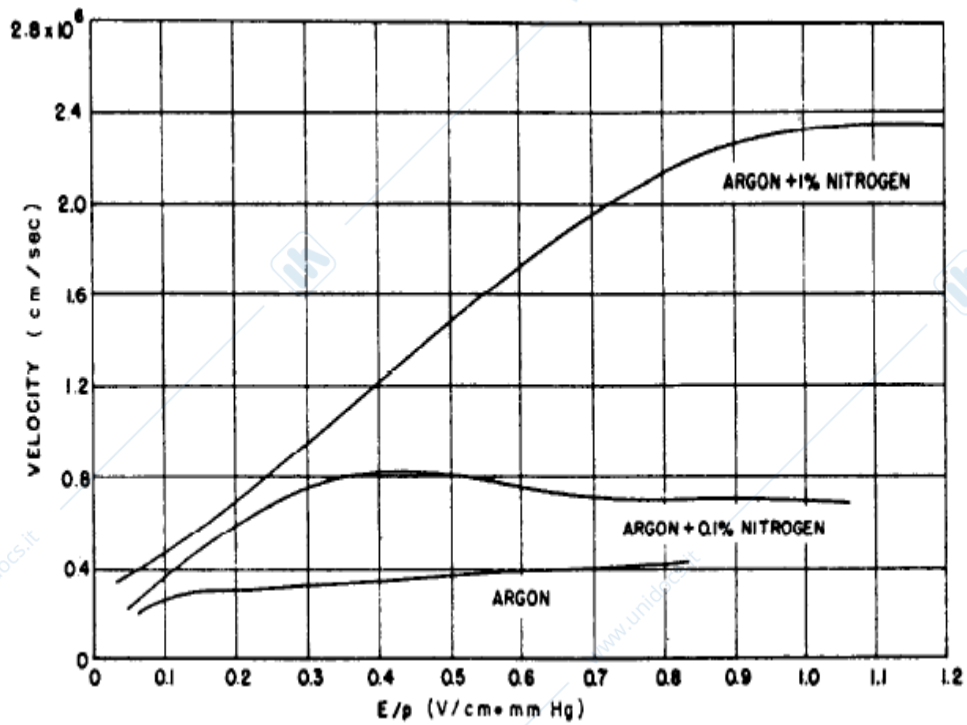


Fig 3.8 Velocita di deriva degli elettroni in Ar e miscele Ar N<sub>2</sub>

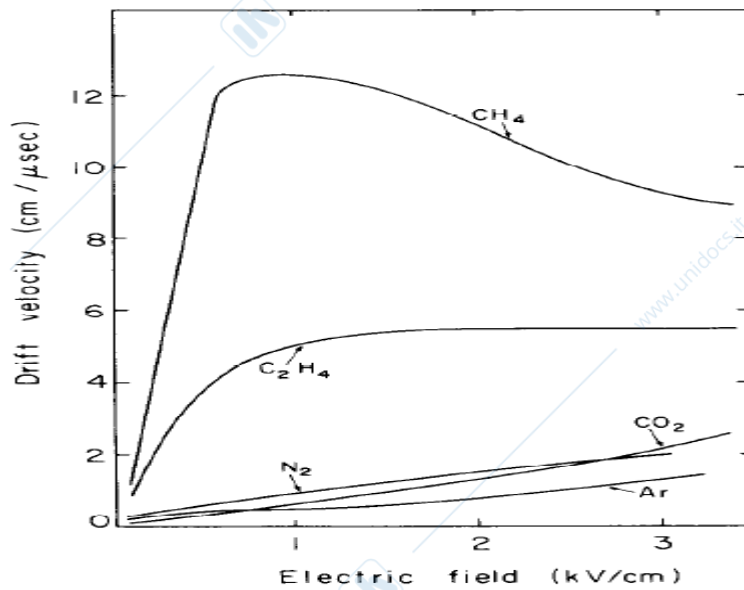


Fig 3.9 Velocita' di deriva degli elettroni in alcuni gas

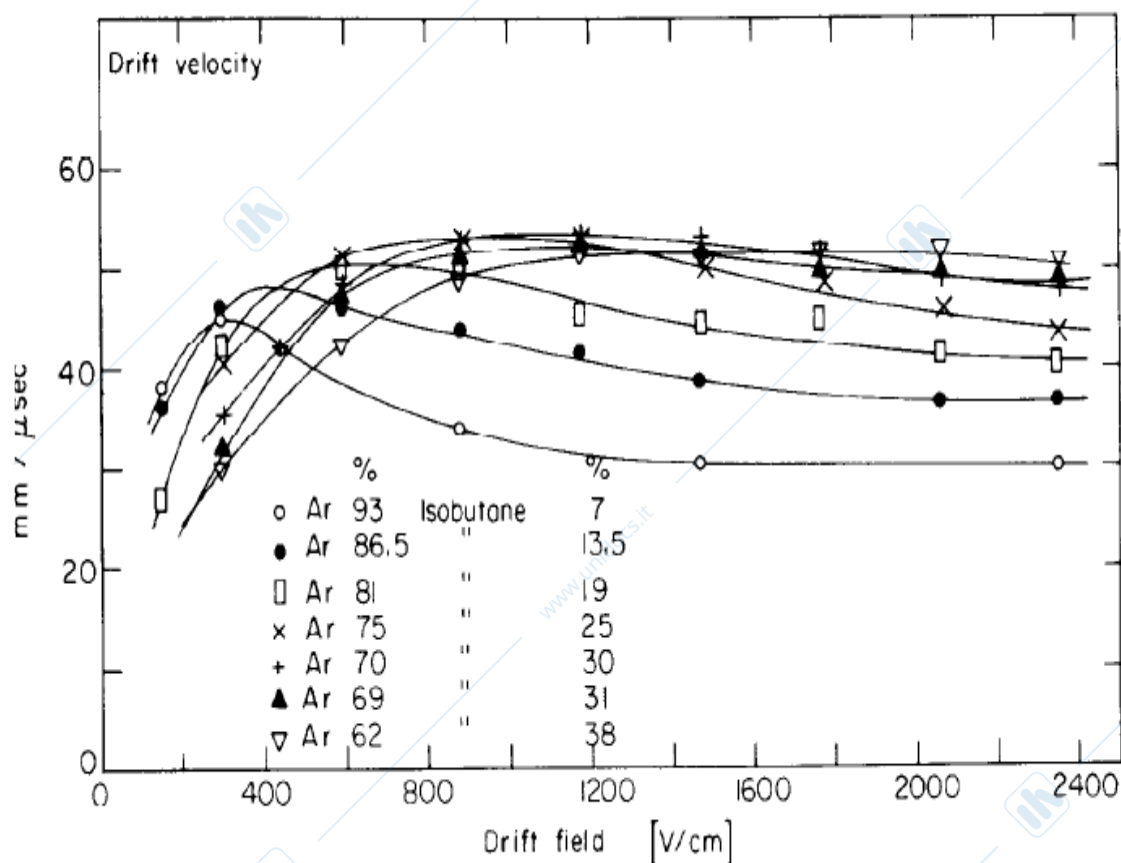


Fig 3.10 Velocita' di deriva degli elettroni in alcune miscele gassose usate nei contatori. Si noti la debole dipendenza dal campo

In conclusione in presenza di un campo elettrico si avra' un moto ordinato delle cariche verso gli elettrodi associato ad un loro moto casuale dovuto alla velocita' termica. Il primo moto e' la sorgente del segnale dei rivelatori a gas mentre il secondo 'sporca' l'informazione.

In fig 3.11 e' mostrato quanto accade ad un gruppo di elettroni originati tutti nello stesso luogo del contatore.

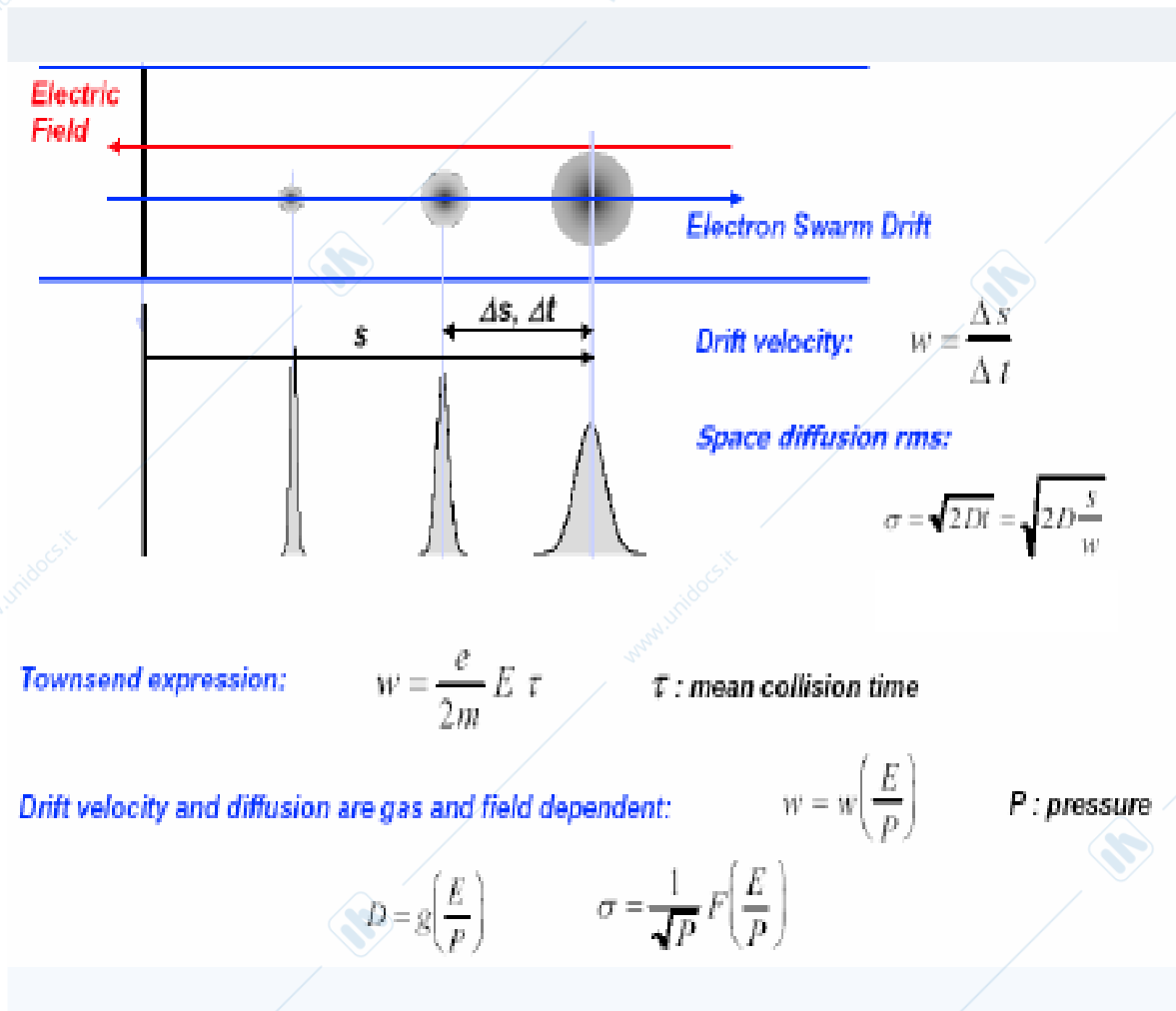


Fig.3.11 Forma della distribuzione spaziale nel moto verso il catodo di un gruppo di elettroni originati con una distribuzione iniziale  $\delta$ .

### c) Moto in campo elettrico e magnetico

Il moto con attrito di una carica in presenza di campo elettrico e magnetico e' descritto dalla equazione:

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = e\mathbf{E} + e(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) - K\mathbf{v} \quad 3.21$$

con K che descrive la forza di attrito derivante dagli urti con le molecole del gas.

$$K/m = \tau \text{ tempo caratteristico del moto} \quad 3.22$$

Se  $t \gg \tau \rightarrow dv/dt = 0$  si ottiene uno stato stazionario del moto e l'equazione 3.18 diventa

$$v/\tau \cdot e/m - (v \times B) = e/m E \quad 3.23$$

Questa equazione puo' essere posta in forma matriciale .  
Ponendo

$$(e/m)B_x = \omega_x \text{ etc ... } \quad (e/m)E_x = \varepsilon_x \text{ etc ....} \quad 3.24$$

si puo' scrivere :

$$Mv = \varepsilon \quad 3.25$$

$$\text{Con } M = \begin{bmatrix} \frac{1}{\tau} & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & \frac{1}{\tau} & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & \frac{1}{\tau} \end{bmatrix} \quad 3.26$$

La soluzione per  $v$  si ottiene dalla

$$v = M^{-1} \varepsilon \quad 3.27$$

Con

$$M^{-1} = \begin{bmatrix} 1 + \omega_x^2 \tau^2 & \omega_z \tau + \omega_x \omega_y \tau^2 & -\omega_y \tau + \omega_x \omega_z \tau^2 \\ -\omega_z \tau + \omega_x \omega_y \tau^2 & 1 + \omega_y^2 \tau^2 & \omega_x \tau + \omega_y \omega_z \tau^2 \\ \omega_y \tau + \omega_x \omega_z \tau^2 & -\omega_x \tau + \omega_y \omega_z \tau^2 & 1 + \omega_z^2 \tau^2 \end{bmatrix} \times \frac{\tau^2}{1 + \omega^2 \tau^2} \quad 3.28$$

Con  $\omega^2 = \omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2 = \frac{e^2}{m^2} B^2$  uguale al quadrato della  
frequenza di ciclotrone dell'elettrone

Questa stessa equazione puo' essere riscritta nella forma:

$$v = e/m\tau \left\{ \mathbf{E} + \omega\tau(\mathbf{E} \times \mathbf{B}) + \omega^2\tau^2(\mathbf{E} \cdot \mathbf{B})\mathbf{B} \right\} \quad 3.29$$

che permette di mettere in evidenza alcuni casi.

1)  $\mathbf{B}=0$   $\omega\tau = 0$   $\mathbf{v} = e/m \tau \mathbf{E}$  la velocità ha la direzione del campo elettrico

2)  $\mathbf{B}$  perpendicolare ad  $\mathbf{E}$

$\mathbf{E} \cdot \mathbf{B} = 0$  Se  $\omega\tau \gg 1$  la velocità ha la direzione di  $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$

In generale nel caso  $\mathbf{E} = (E_x, 0, 0)$  e  $\mathbf{B} = (0, 0, B_z)$  dalla 3.29 si ottiene

$$v_x = |\mathbf{E}| (e/m)\tau / (1 + \omega^2\tau^2) \quad v_y = -\omega\tau |\mathbf{E}| (e/m)\tau / (1 + \omega^2\tau^2) \quad v_z = 0 \quad 3.30$$

la particella si muove ad un angolo  $\alpha$  rispetto al campo elettrico dato da

$$\text{tg}\alpha = v_y/v_x = -\omega\tau \quad 3.31$$

il modulo della sua velocità è dato da:

$$|\mathbf{v}| = (v_x^2 + v_y^2)^{1/2} = |\mathbf{E}| (e/m)\tau / (1 + \omega^2\tau^2)^{1/2} = |\mathbf{E}| (e/m)\tau \cos\alpha \quad 3.32$$

Il modulo della velocità di deriva è determinato dalla componente di  $\mathbf{E}$  lungo la direzione di moto.

3)  $\mathbf{E}$  parallelo a  $\mathbf{B}$

$$(\mathbf{E} \times \mathbf{B}) = 0 \quad \text{se } \omega\tau \gg 1$$

$\mathbf{v}$  ha la direzione comune di  $\mathbf{E}$  e  $\mathbf{B}$

4)  $\mathbf{E}$  quasi parallelo a  $\mathbf{B}$

$$\mathbf{E} = (0, 0, E_z) \quad \mathbf{B} = (B_x, B_y, B_z) \quad B_x, B_y \ll B_z$$

$$v_x/v_y = (-\omega\tau B_y + \omega^2\tau^2 B_x) / (1 + \omega^2\tau^2) B_z \quad 3.33$$

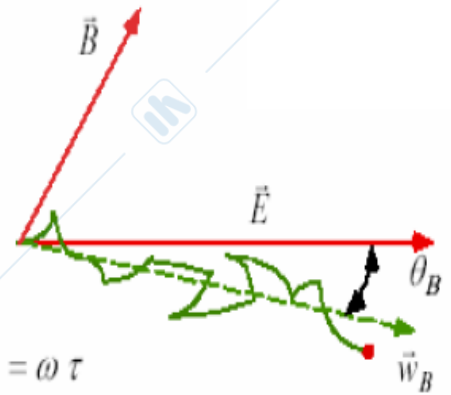
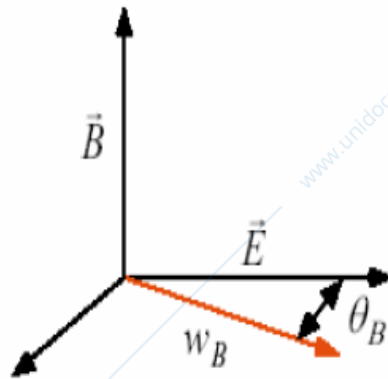
$$v_y/v_z = (\omega\tau B_x + \omega^2\tau^2 B_y) / (1 + \omega^2\tau^2) B_z \quad 3.34$$

In fig 3.12 sono rappresentati i casi di E perpendicolare a B e di E parrallelo a B

**EFFECTS OF MAGNETIC FIELD**

THE SWARM IS ROTATED BY AN ANGLE  $\theta_B$   
 IN THE PLANE PERPENDICULAR TO E AND B  
 THE MAGNETIC DRIFT VELOCITY IS  $w_B \leq w_0$   
 THE TRANSVERSE DIFFUSION IS REDUCED

$\vec{E} \perp \vec{B}$



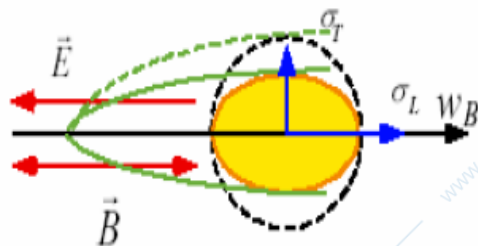
$\tan \theta_B = \omega \tau$

$w_B = \frac{E}{B} \frac{\omega \tau}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}}$

$\tau$  : mean collision time

$\omega = eB / m$  Larmor frequency

$\vec{E} \parallel \vec{B}$



$w_B = w_0$

$\sigma_L = \sigma_0$

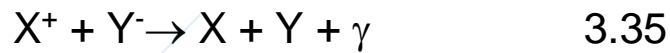
$\sigma_T = \frac{\sigma_0}{\sqrt{1 + \omega^2 \tau^2}}$

FIG 3.12 Moto degli elettroni in campo Elettrico e Magnetico per i casi E perpendicolare a b ed E parrallelo a B.

**3.3 Ricombinazione ed attaccamento**

Muovendosi all'interno del gas le cariche oltre alla diffusione elastica possono subire processi che portano alla loro neutralizzazione.

Nel caso di ioni si puo' avere il processo di ricombinazione ;



Mentre gli elettroni possono essere neutralizzati dal processo



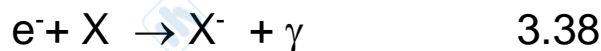
La perdita di ioni dovuta alla ricombinazione e' governata dalla:

$$dn/dt = -\beta n^2 \quad n(t) = n(0) / (1 + \beta n_0 t) \quad 3.37$$

essendo  $n$  la concentrazione di ioni positivi e negativi.

Per i vari gas  $\beta$  va da  $10^{-8}$  a  $10^{-6}$   $\text{cm}^3/\text{s}$ .

Ancora piu' importante e' il fenomeno dell'attaccamento che avviene in presenza di molecole od atomi elettronegativi.



In questo caso la carica dell'elettrone viene trasferita alla molecola elettronegativa e poi persa in un processo tipo 3.19.

L'intensita' degli elettroni liberi si riduce esponenzialmente  
Con la

$$I(x) = I(0) \exp(-h\sigma x n) \quad 3.39$$

con  $n$  = numero di atomi al  $\text{cm}^3$   $\sigma$  = sezione d'urto elettrone molecola

In tabella 3.2 sono riportati i dati per alcuni gas a pressione e temperatura normali per elettroni termici

Tabella 3.2

$h$  = probabilita' di attaccamento dell'elettrone

$N$  = Numero di urti al secondo

$t$  = tempo di vita delle'elettrone  $t=(hN)$

Gas	$h$	$N$ ( $\text{sec}^{-1}$ )	$t$ (sec)
$\text{CO}_2$	$6.2 \times 10^{-9}$	$2.2 \times 10^{11}$	$0.71 \times 10^{-3}$
$\text{O}_2$	$2.5 \times 10^{-5}$	$2.1 \times 10^{11}$	$1.9 \times 10^{-7}$
$\text{H}_2\text{O}$	$2.5 \times 10^{-5}$	$2.8 \times 10^{11}$	$1.4 \times 10^{-7}$
$\text{Cl}$	$4.8 \times 10^{-4}$	$4.5 \times 10^{11}$	$4.7 \times 10^{-9}$

Come si vede nei gas elettronegativi la vita media degli elettroni e' particolarmente breve. Va notato che la sezione d'urto ( $e X$ ) dipende fortemente dall'energia come appare in Fig3.13

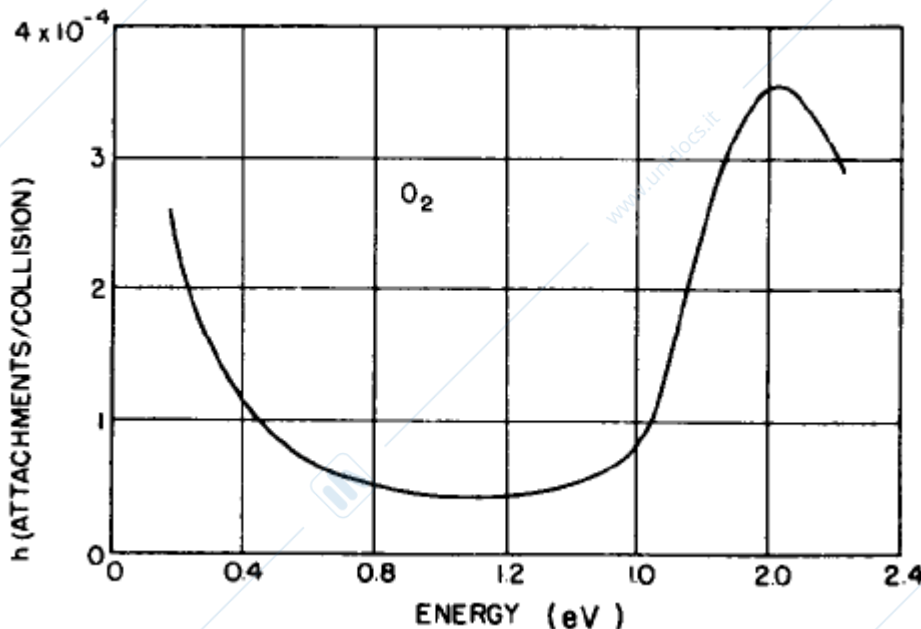


Fig 3.13 Coefficiente di attaccamento degli elettroni in  $\text{O}_2$

In ogni caso i gas elettro negativi vanno evitati od usati con molta attenzione nei contatori .

I fenomeni di attaccamento e ricombinazione spiegano ampiamente la prima parte della curva di risposta di un contatore a gas in funzione della tensione agli elettrodi (fig 3.3) . Infatti con deboli campi la velocità di deriva è molto piccola ed il numero di urti degli elettroni prima di arrivare al catodo è così grande che gli stessi vengono neutralizzati in fenomeni di attaccamento e ricombinazione.

### 3-4 Moltiplicazione

Quando il campo elettrico diventa sufficientemente grande si verifica un fenomeno di moltiplicazione delle cariche per effetto degli urti degli elettroni con le molecole del gas. Infatti supponendo che il campo elettrico  $E$  sia diretto lungo l'asse  $x$  nel cammino lungo questo asse fatto tra un urto e l'altro, l'elettrone liberato nel processo di ionizzazione acquisterà energia

$$U = eEx \quad 3.40$$

Se questa energia supera il potenziale di ionizzazione nell'urto elettrone molecola del gas possono venire liberati uno o più elettroni che a loro volta possono ionizzare altre molecole dando così inizio ad un processo di moltiplicazione a valanga (vedi figura 3.14 )



Fig. 3.14 Sviluppo di una valanga

Dato un campo elettrico  $E$  il minimo valore del cammino che deve compiere l'elettrone per avviare una valanga viene indicato con  $x_{ion}$  e dato da :

$$eEx_{ion} = I \quad 3.41$$

con  $I$  energie di ionizzazione.

Se il cammino libero medio  $\lambda_e$  e' maggiore di  $x_{ion}$  inizia il processo di moltiplicazione che si sviluppa esponenzialmente

Per un percorso infinitesimo  $dx$  si puo' scrivere che  $n$  elettroni si moltiplicano secondo la:

$$dn = n\alpha dx \quad 3.42$$

che nel caso di  $\alpha$  costante da

$$n(x) = n(0) \exp(\alpha x) \quad 3.43$$

$\alpha$  rappresenta l'inverso del libero cammino medio per ionizzazione..

Il coefficiente  $\alpha$  e' detto *primo coefficiente di Townsend*, e' funzione di  $E/p$  e varia da gas a gas. In fig 3.15,3.16 sono rappresentati valori di  $\alpha$  per diversi gas in funzione di  $E/p$ .

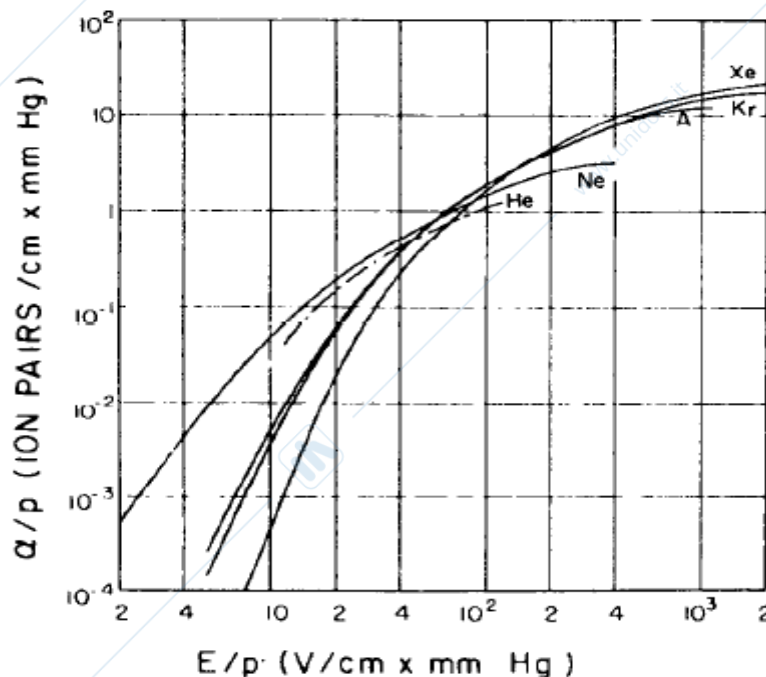


Fig 3.15 Primo coefficiente di Townsend per diversi gas nobili

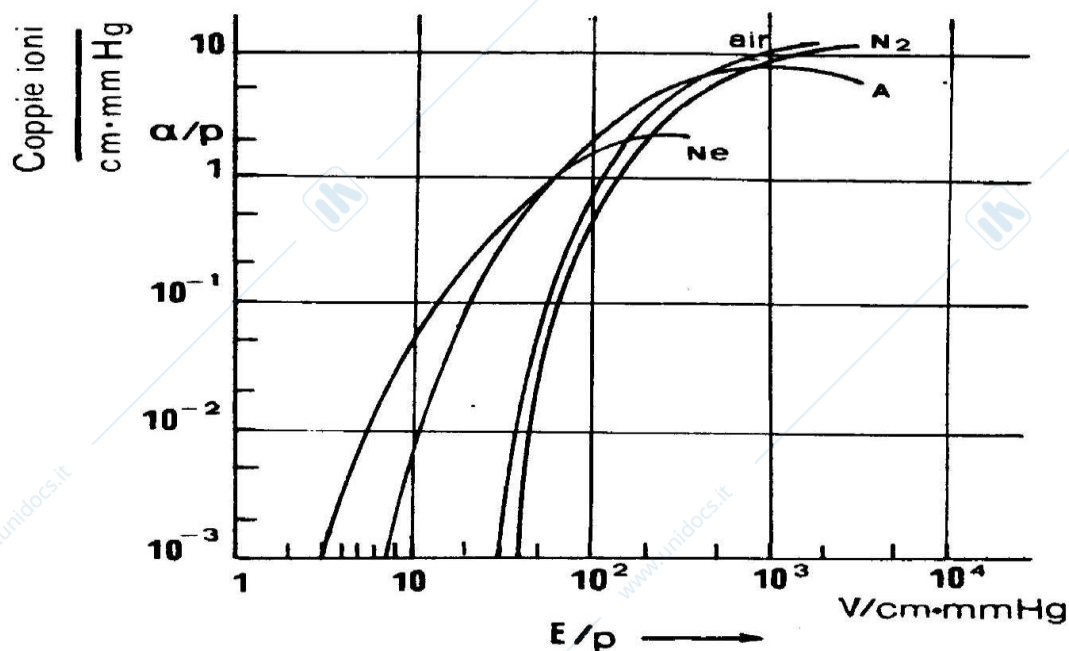


Fig 3.16 Primo coefficiente di Townsend per diversi gas.

Come si puo' notare dalle fig.3.15 e 3.16 il coefficiente di Townsend per i gas nobili ha valori sensibilmente diversi da zero gia' per campi ridotti dell'ordine di  $10 \text{ V/cm} \cdot \text{mmHg}$ , mentre per gas come azoto od aria i valori si scostano da zero solo per campi dell'ordine di  $50$ . Questo fatto e' dovuto all'esistenza per bassi campi di processi competitivi alla ionizzazione quali dissociazione, moti rotazionali e vibrazionali processi che non esistono per atomi sferici quali sono i gas nobili. Per questa ragione un gas nobile e' sempre presente nelle miscele gassose dei contatori a gas proporzionali. Nella figura 3.17 e' descritto come varia il coefficiente di Townsend per una miscela di Argon e diversi altri gas.

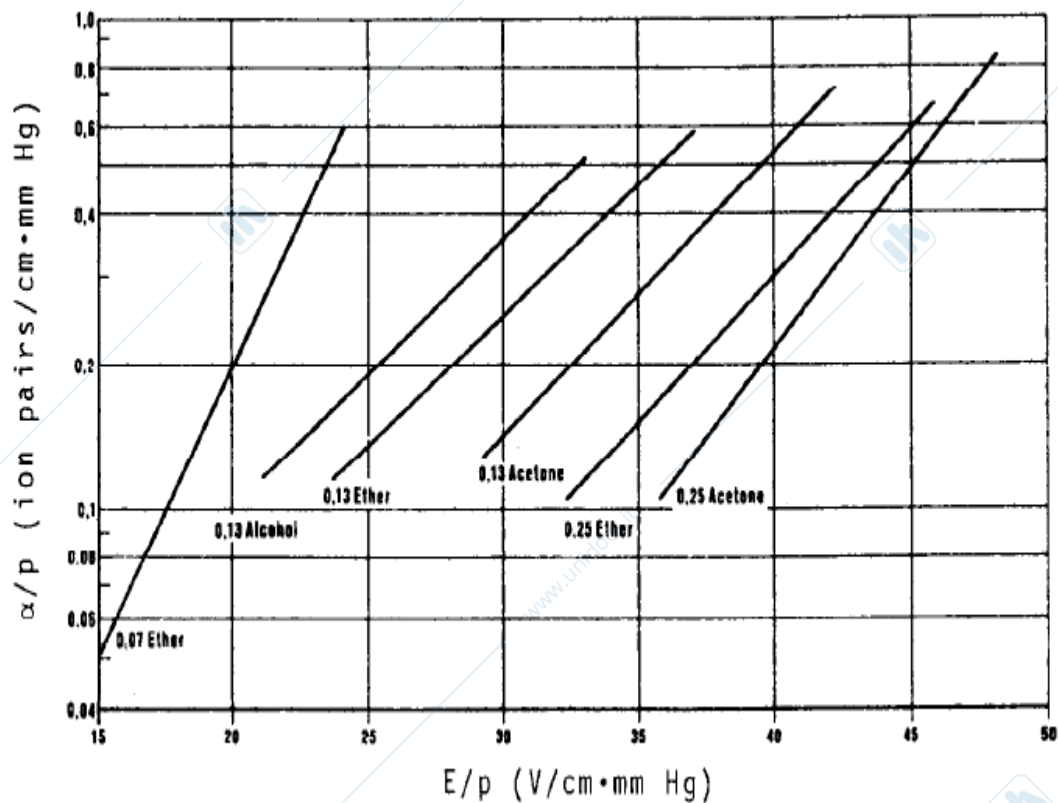


Fig 3.17 Primo coefficiente di Townsend per miscele di A e diversi vapori

Si puo' cercare di valutare analiticamente la dipendenza di  $\alpha$  da  $E/p$  anche se in effetti va sempre misurato sperimentalmente.

Il numero di elettroni che hanno cammino  $x_{ion}$  quando il libero cammino medio e'  $\lambda$  vale;

$$n(x_{ion}) = n(0) \exp(-x_{ion}/\lambda) = n(0) \exp(-l/eE\lambda) \quad 3.44$$

con  $n(0)$  numero di elettroni all'origine

Assumendo che tutti gli elettroni che hanno percorso un cammino maggiore di  $X_{ion}$  ionizzino in caso di urto si puo' scrivere

$$\alpha = 1/\lambda \exp(-l/eE\lambda) \quad 3.45$$

Poiche'

$$\lambda = 1/Ap \quad 3.46$$

con A costante che dipende dai gas si ha

$$\alpha = Ap \exp(-Ap l/eE) \quad 3.47$$

e ponendo;

$$B = Al/e \quad 3.48$$

Si ottiene infine la:

$$\alpha/p = A \exp(-B/eE) \quad 3.49$$

formula che viene spesso usata.

Nella tabella 3.3 sono riportati i valori di A e b per alcuni gas.

Tabella 3.3

Valori di A e B per calcolare con la 3.49 il primo coefficiente di Townsend per alcuni gas.

gas	A		B		intervallo di validità $E/p$
	$\text{cm}^{-1} \cdot \text{Torr}^{-1}$	V. $\text{cm}^{-1} \cdot \text{Torr}^{-1}$	$\text{cm}^{-1} \cdot \text{Torr}^{-1}$	V. $\text{cm}^{-1} \cdot \text{Torr}^{-1}$	
He	3		34		20–150
Ne	4		100		100–400
Ar	14		180		100–600
Kr	17		240		100–1000
Xe	26		350		200–800
H <sub>2</sub>	5		130		150–600
N <sub>2</sub>	12		342		100–600
CO <sub>2</sub>	20		466		500–1000
Aria	15		365		100–800
H <sub>2</sub> O	13		290		150–1000

Nello stesso intervallo di campo si puo' assumere una dipendenza lineare dall'energia  $\varepsilon$  dell'elettrone usando la ;

$$\alpha = K\varepsilon N \quad 3.50$$

Con  $K$  costante del gas ed  $N$  numero di molecole per unita' di volume.

Alcuni valori di  $K$  sono dati in tabella 3.4

Tabella 3.4

Valori di  $K$  da usarsi nella formula 3.41 per il calcolo di  $\alpha$

Gas	$K \text{ cm}^2 \text{ V}^{-1}$
He	$0.11 \cdot 10^{-17}$
Ne	$0.14 \cdot 10^{-17}$
Ar	$1.18 \cdot 10^{-17}$

In fig 3.18 e' presentata la foto di una valanga assieme alla sua schematizzazione ed al processo di degenerazione in valanghe successive detto Streamer

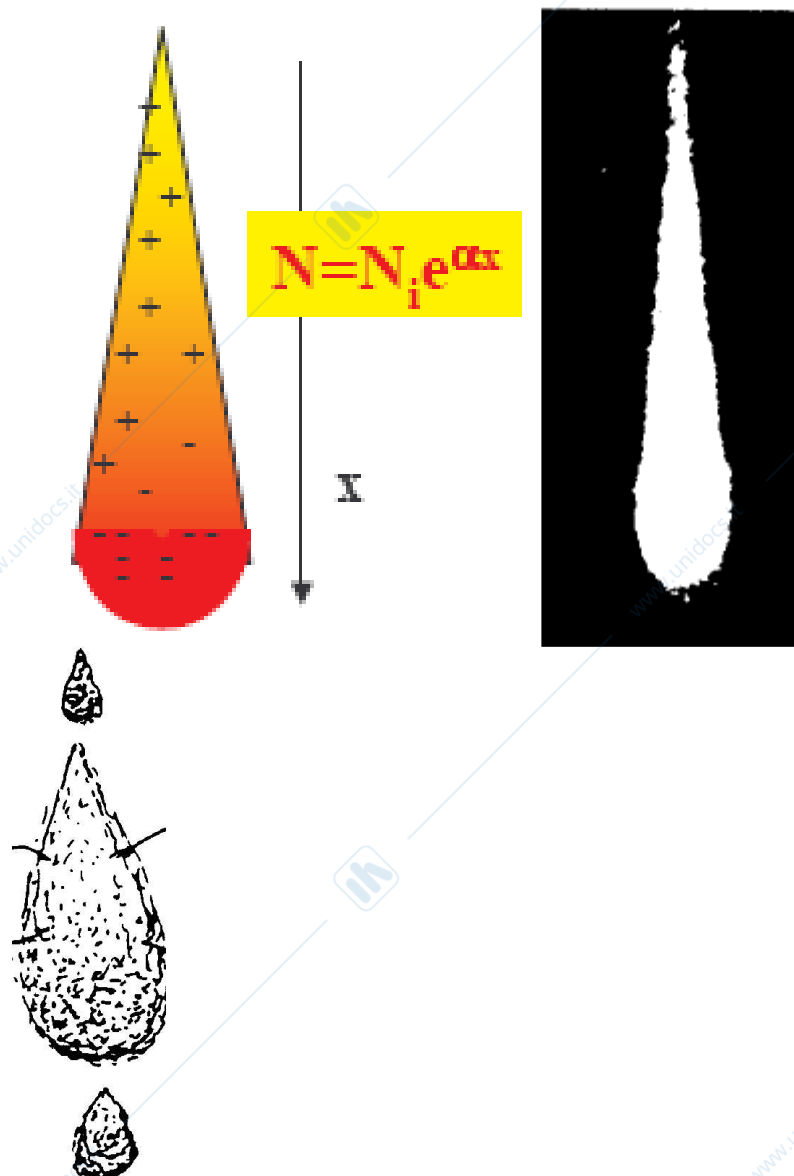


Fig 3.18 Forma di una valanga e sviluppo di successive valanghe che producono una streamer.

Per descrivere una valanga e' bene dividere il processo in fasi successive.

Una coppia di ione elettrone viene formata per ionizzazione nel gas dal passaggio di una particella carica. Se nel gas e' presente un campo elettrico ridotto  $E/p$  in grado di consentire la moltiplicazione inizia il processo di valanga. per effetto della grande differenza di velocita' di deriva il moto degli ioni e' trascurabile mentre gli elettroni si dirigono verso l'anodo moltiplicandosi ogni libero cammino medio. associato al moto di deriva vi e' anche il moto di diffusione che porta ad un allargamento trasversale della distribuzione degli elettroni.

La valanga assume la classica distribuzione a fiasco mostrati in figura 3.18.

Detta  $w_e$  la velocita' di deriva degli elettroni questi al tempo  $t$  hanno percorso un percorso lungo il campo dato da;

$$l = w_e t \quad 3.51$$

e saranno diffusi in una semisfera di raggio

$$r^2 = 4Dt \quad 3.52$$

tenendo conto che solo la diffusione nelle coordinate normali al campo produce allargamento della valanga.

Per effetto delle separazioni delle cariche positive e negative all'interno della valanga nasce un campo elettrico di verso opposto a quello esterno.

Quando i due campi sono uguale in modulo lo sviluppo della valanga si ferma. Al suo interno si formano fotoni che uscendo dalla valanga possono dare luogo a ionizzazioni nel gas.

Alla testa ed alla coda della valanga dove il campo e' maggiore si originano nuove valanghe. La ripetizione del processo genera un susseguirsi di valanghe tra gli elettrodi (STREAMER)

Si puo' valutare l'ordine di grandezza della moltiplicazione di una valanga prima che il processo degeneri in streamer. Supponendo che la distribuzione spaziale degli elettroni sia sferica si puo' scrivere il campo da essi prodotti dopo un cammino critico  $x_c$

$$E_c = e \exp(\alpha x_c) / r^2 \quad 3.53$$

Dalle 3.51 e 3.52 si ha

$$r^2 = 4Dx_c / w_e \quad 3.54 \text{ a}$$

Con la 3.14

$$r^2 = 4/3 \lambda \langle v \rangle x_c / w_e \quad 3.54 \text{ b}$$

Ponendo questi valori nella 3.53 e indicando con  $V_c$  la caduta di potenziale nel tratto  $x$ , si ottiene infine

$$\exp(\alpha x_c) = V_c 4/3 \lambda / w_e \langle v \rangle \quad 3.55$$

Assumendo che per gli elettroni non termalizzati sia  $\langle v \rangle^2 = 2eV_c/m$  ed usando i valori tipici per gas a condizioni normali con  $V_c \approx 1.5 \text{ KV}$  si ottiene

$$\exp(\alpha x_c) \approx 10^8 \quad \alpha x_c \approx 20 \quad 3.56$$

Questa espressione nota come condizione di Raether fissa il valore massimo di moltiplicazione prima che una valanga degeneri in streamer.

### 3.5 Scarica

Nonostante quanto visto prima in un contatore contenente solo Ar od altri gas nobili si innesca un fenomeno di scarica per guadagni di poco superiori a  $10^3 - 10^4$ ; a questi valori si verifica un passaggio quasi continuo di cariche tra gli elettrodi corrispondente in pratica ad una moltiplicazione infinita di cariche che non puo'essere arrestata e rende il contatore inutilizzabile con la possibilita' di forti danneggiamenti.

La ragione di questo fenomeno va ricercata in effetti secondari finora trascurati che provocano estrazione di elettroni dal catodo che a loro volta generano valanghe secondarie in un processo a catena che non si arresta. Gli elettroni estratti dal catodo sono dovuti all'interazione con il metallo di cui e' costituito, dei fotoni originati nella scarica. Infatti i fotoni da gas nobile possono avere un'energia superiore al potenziale di estrazione del metallo di cui e' costituito il catodo; Es; Fotoni di Ar hanno energia  $E_\gamma = 11.6$  eV mentre il potenziale di estrazione del Cu vale 7.7 eV.

Anche gli ioni arrivando al catodo possono avere energia sufficiente per estrarre elettroni.

Le probabilita' che questi fenomeni avvengano sono misurate dai coefficienti  $\gamma_1$  e  $\gamma_2$  che tengono conto dell'estrazione di elettroni dal catodo prodotta da fotoni o da ioni:  $\gamma_1$  e  $\gamma_2$  rappresentano la probabilita' di estrazione dal catodo per ogni carica presente nella valanga.

Il fenomeno nel complesso e' misurato da

$$\gamma = \gamma_1 + \gamma_2$$

che viene chiamato **Secondo coefficiente di Townsend**. I valori per alcuni gas sono dati in figura 3.19

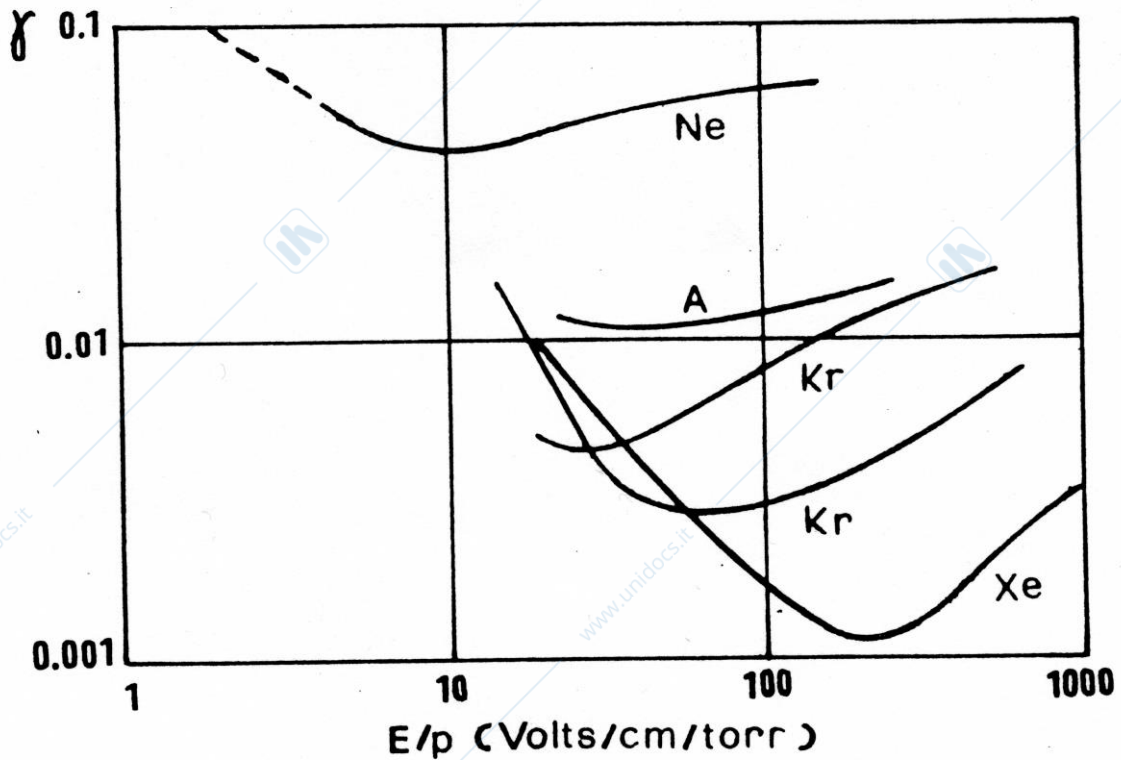


Fig 3.19 Il Secondo coefficiente di Townsend dei gas nobili

Si puo'calcolare come i processi secondari influenzino la moltiplicazione.

Supponiamo che in un cammino x vi sia una moltiplicazione M

$$M = \exp(\alpha x)$$

Gli elettroni generati nelle valanghe da  $n_0$  elettroni iniziali saranno

$n_0 M$  che genereranno  
 $\gamma n_0 M^2$  che a loro volta genereranno  
 $\gamma^2 n_0 M^3$  che.....

In totale saranno generati

$$n = n_0 M \sum (\gamma M)^n = n_0 M / (1 - \gamma M) \quad 3.57$$

elettroni

Chiaramente il gas entra in regime di scarica quando;

$$M = 1/\gamma \quad 3.58$$

Che guardando la figura 3.19 spiega il limite di  $10^3 - 10^4$  i gas nobili

### 3.7 Miscela gassose

Per ovviare al problema precedentemente esposto nei contatori si usano miscele di gas introducendo assieme ai gas nobili gas poliatomici con i seguenti scopi;

Assorbimento di fotoni ultravioletti senza emissione di elettroni

la molecola poliatomica assorbe i fotoni emessi nella valanga e dissipa l'energia in processi meccanici quali: vibrazioni, rotazioni o dissociazione

Processi di trasferimento di carica

In questo processo due molecole nell'urto possono scambiarsi la carica



Il primo caso puo' avvenire sempre il secondo e' possibile a condizione che potenziale di ionizzazione di B sia inferiore a quello di A

Questo processo ha una probabilita' di  $10^{-2} - 10^{-3}$  per urto che associato a liberi cammini medi di  $10^{-5}$  porta a trasferimenti di carica che avvengono in 0.1 cm per miscele contenenti molecole poliatomiche in percentuali dell'ordine del 10%. Anche in questo caso lo ione poliatomico si puo' neutralizzare al catodo senza emissione di elettroni.

I due effetti portano ad uno smorzamento della scarica nella miscela gassosa e permettono di raggiungere guadagni dell'ordine di  $10^6$  sia pure con perdita di proporzionalita' tra il segnale ed il numero di cariche liberate.

Il fenomeno si chiama *quenching*.

Per andare oltre e' necessario aggiungere gas elettronegativi che catturano elettroni: bisogna pero' stare attenti di non usarli in quantita' tali da catturare anche gli elettroni primari ed impedire cosi' la formazione della valanga.

Infine va osservato che la polimerizzazione delle molecole poliatomiche può formare un sottile strato isolante sul catodo. A questo punto si possono depositare ioni carichi non neutralizzati formando così un doppio strato che provoca scariche rendendo il contatore inutilizzabile. Per evitare ciò si usa introdurre un ulteriore gas avente molecole non polimerizzanti per il quale possa avvenire il fenomeno di scambio carica con la molecola poliatomica di quenching alla quale viene così impedito di raggiungere il catodo.

Per finire riportiamo l'elenco dei principali gas usati nei contatori:

#### **GAS NOBILI**

Vengono usati : He, Ne, Ar, Xe, Kr

Per ragioni di costo l'Ar è preferito nei grandi contatori alle alte energie.

L'He è usato per rivelatori di neutroni a bassa energia

Xe e Kr sono usati nei rivelatori di raggi X e  $\gamma$  di bassa energia per il loro alto numero atomico

ito di raggiungere il catodo. he di scambio carica con la molecola poliatomica di quenching che viene così a catena che non si a

#### **GAS POLIATOMICI (QUENCHER)**

Vengono usati  $\text{CO}_2$ ,  $\text{CH}_4$  (metano),  $\text{C}_4\text{H}_{10}$  (isobutano)

$\text{C}_2\text{H}_2\text{F}_4$ . L'inconveniente principale di questi gas (eccetto l'anidride carbonica) è che possono dare luogo a miscele esplosive con l'aria

#### **GAS NON POLIMERIZZANTI**

Si usano vapori di alcool propilico ( $\text{C}_3\text{H}_7\text{OH}$ ) o di methylal ( $(\text{OCH}_3)_2\text{CH}_2$ )

Sono liquidi a temperatura ambiente e vengono immessi nel contatore come vapori.

#### **GAS ELETTRONEGATIVI)**

Si usano  $\text{CF}_3\text{Br}$  (freon)  $\text{SF}_6$

La scelta della miscela dipende dall'uso che si vuole fare del contatore

Come linea generale possibili proporzioni sono

Gas nobile 70/80%

Quencher 20/30%

Gas non polimerizzante 3/5%

Gas elettronegativo 1/2%

Spesso gli ultimi due non si usano.

Esempi di miscele:

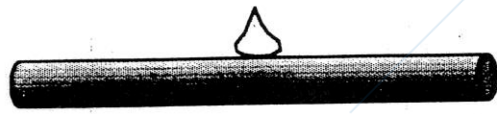
STREAMER: 50%Ar + 41% C<sub>2</sub>H<sub>2</sub>F<sub>4</sub> + 8% C<sub>4</sub>H<sub>10</sub> + 1% SF<sub>6</sub>

AVALANCHE: 96.5% C<sub>2</sub>H<sub>2</sub>F<sub>4</sub> + 3% C<sub>4</sub>H<sub>10</sub> + 0.5% SF<sub>6</sub>

Tornando al contatore cilindrico quanto detto fin qui' spiega il comportamento di fig.3.3 in cui i vari stadi sono dovuti a ricombinazione ,moltiplicazione e scarica.

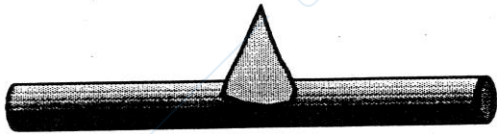
In fig 3.20 e' schematizzato quanto accade nel filo anodico del contatore ai vari guadagni.

## Contatori a gas



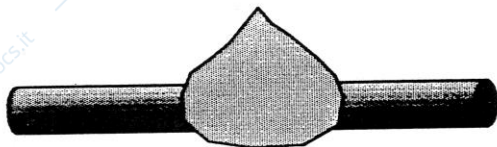
**Proportional**  
All gases

$M \sim 10^3$



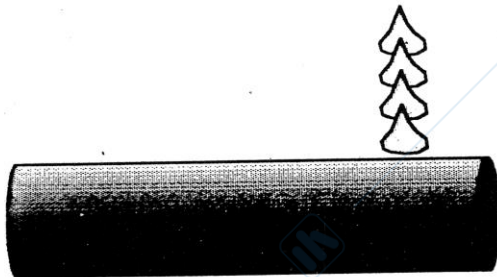
**Semi-proportional**  
Well quenched gases

$M \sim 10^5$



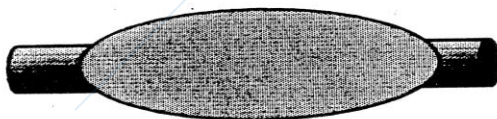
**Saturated**  
Some well quenched gases, "magic gas"

$M \sim 10^6$



**Limited streamer**  
Highly quenched gases, thick anodes

$M \sim 10^7$



**Geiger**  
Poorly quenched gases, low pressures

$M \sim 10^9$



**Breakdown**

Fig 3.20 Sviluppo della valanga sul filo anodico di un contatore cilindrico per diversi guadagni del contatore

### 3.7.1 Camera a ionizzazione

La figura 3.1 rappresenta una camera a ionizzazione a facce piane parallele con elettrodi distanti  $l$ , capacità  $C$  e campo elettrico costante  $E$  generato da una differenza di potenziale  $V_0$  agli elettrodi.

Supponiamo che all'interno della camera sia liberata una carica  $Q$  distante  $d$  dall'anodo. Sotto l'effetto del campo elettrico la carica deriverà acquistando energia a spese del condensatore  $C$  inducendo una carica  $q$  su ciascun elettrodo della camera.

Se il moto è lungo un tratto infinitesimo la carica indotta vale

$$dq = Q dV / V_0 = Q dx / l = Q / l w dt \quad 3.59$$

con  $w$  velocità di deriva della carica: il tempo di arrivo della carica all'elettrodo sarà  $T = d/w$ ; ovviamente avremo due velocità di deriva rispettivamente  $w^-$  e  $w^+$  molto diverse tra loro per elettroni e ioni.

La carica indotta agli elettrodi al tempo  $t$  sarà perciò

$$q(t) = Q w^- t / l + Q w^+ t / l \quad 3.60$$

con  $t$  che raggiungerà un valore massimo dato da

$$T^- = d / w^- \quad \text{e} \quad T^+ = (l - d) / w^+ \quad 3.61$$

In un tempo maggiore del più grande tra  $T^-$  e  $T^+$  tutte le cariche hanno raggiunto gli elettrodi e la carica totale indotta sarà

$$Q_{\text{tot}} = Q w^- T^- / l + Q w^+ T^+ / l = Q d / l + Q (l - d) / l = Q \quad 3.62$$

Se la resistenza di carico sulla camera è infinita (o molto grande) alla carica indotta corrisponde agli elettrodi un segnale

$$V(t) = q^+(t) / C + q^-(t) / C \quad 3.63$$

Nelle figure 3.21 e 3.22 sono riportati i comportamenti degli elettrodi ed il segnale generato

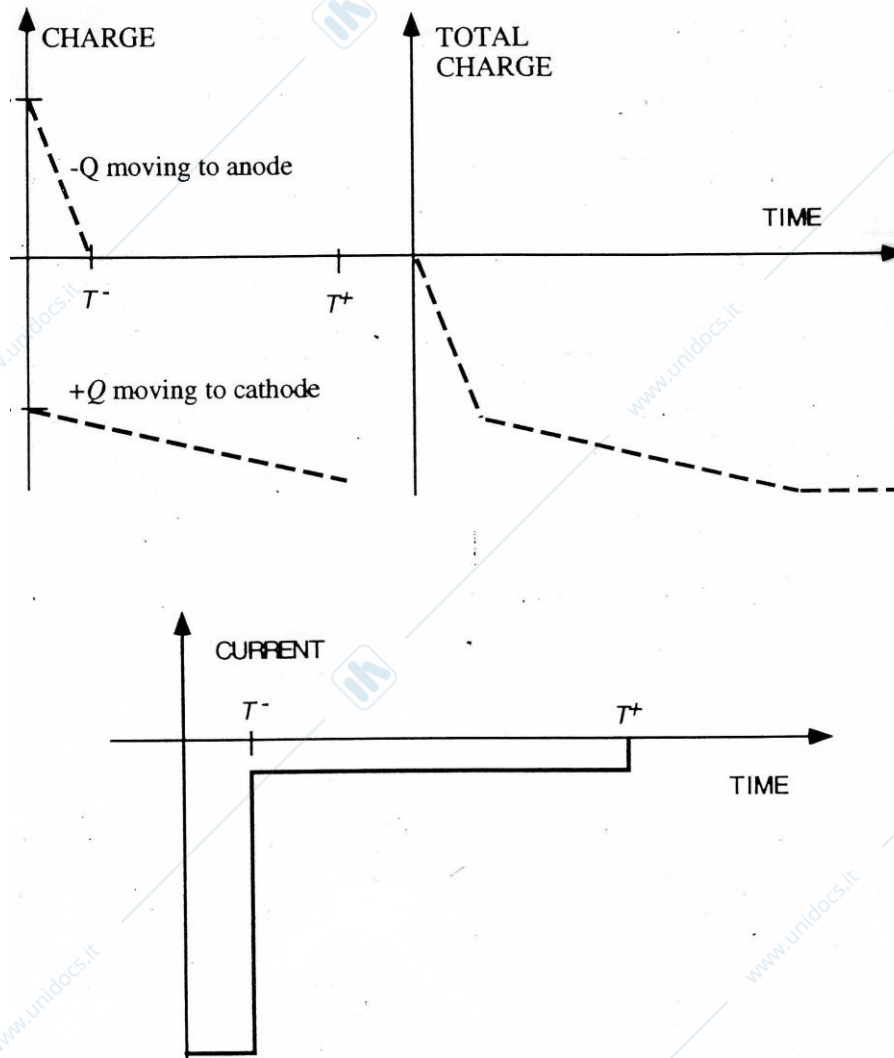


Fig 3.21 Segnale indotto agli elettrodi dal movimento di una carica liberata per ionizzazione. I tempi  $T^-$  e  $T^+$  sono i tempi di raccolta degli elettroni e degli ioni

Si può osservare come la carica indotta cresce dagli elettroni cresce velocemente mentre per avere raccolta tutta la carica occorre integrare sul tempo  $T^+$

Nel caso del segnale in tensione (fig 3.22) ciò significa raggiungere un valore

$V(T^-) = Qd/CI$  per  $t=T^-$   
e solo al tempo  $t>T^+$  avere il segnale totale

$$V(t>T^+) = Qd/CI + Q(1-d)/CI = Q/C \quad 3.64$$

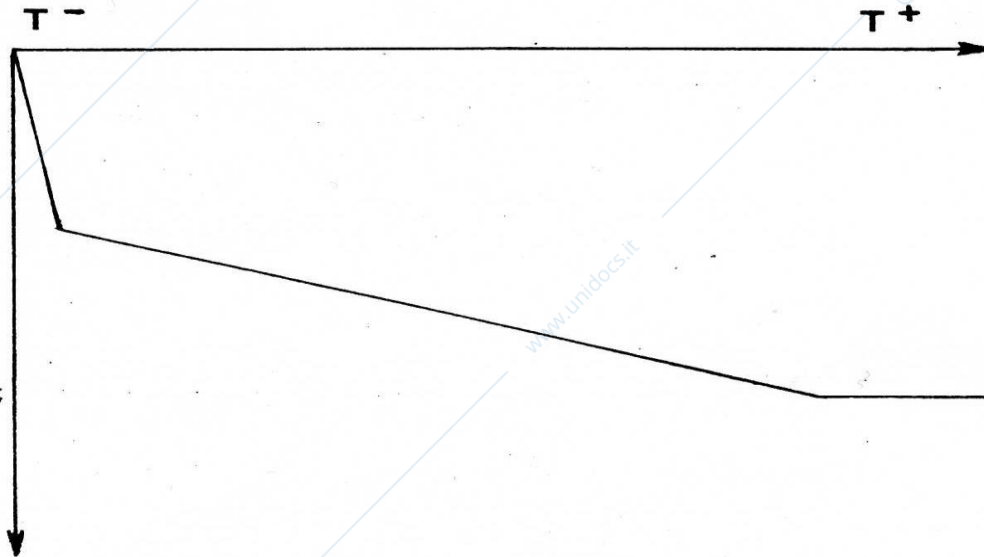


Fig 3.22 Segnale in tensione di una camera a ionizzazione

Questo rende lo strumento lento  $T^+ \approx ms$ .

Molto spesso si privilegia la raccolta totale di cariche, ma si può tuttavia lavorare misurando la corrente  $I$  indotta che assume la forma mostrata nella fig.3.21

### 3.7.2 Contatori cilindrici

a) Guadagno

Il contatore cilindrico è disegnato in figura 3.2, mentre in figura 3.24 è riportato il suo campo elettrico. Il contatore è costituito da un cilindro cavo di raggio  $b$  all'interno del quale si trova un filo di raggio  $a$ . In genere  $a \ll b$ . Di solito il filo è portato a tensione positiva e la superficie cilindrica è messa a massa.

Per questa geometria valgono le:

171

$$E(r) = CV_0/2\pi\epsilon_0 r \quad V(r) = CV_0/2\pi\epsilon_0 \ln(r/a) \quad C = 2\pi\epsilon_0/\ln(b/a) \quad 3.65$$

Con  $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-9} \text{ F/m}$  e  $C = \text{capacità per unità di lunghezza}$

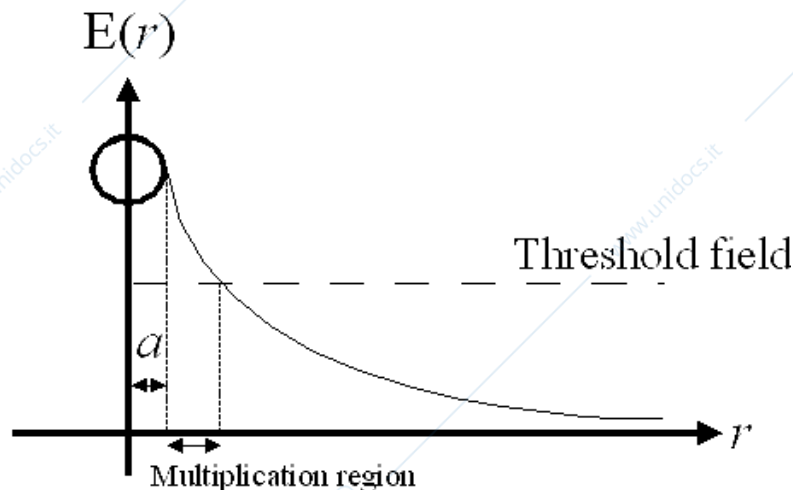


Fig 3.24 Campo elettrico di un contatore cilindrico

L'andamento del campo permette di scegliere una tensione agli elettrodi per la quale la zona di moltiplicazione sia circoscritta ad una sola parte centrale del contatore che può avere raggio molto minore di  $b$ ; permettendo quindi di ridurre considerevolmente la zona della valanga. Tenendo conto che il libero cammino medio in condizioni normali è dell'ordine del  $\mu\text{m}$  e che la valanga cresce di 2.7 volte ogni libero cammino medio si vede come sia possibile confinare lo sviluppo della valanga in poche decine di  $\mu\text{m}$  lasciando gran parte del contatore in condizioni di semplice deriva in cui il campo ridotto deve essere sufficiente a prevenire fenomeni di attaccamento. Per valutare l'ordine di grandezza del campo critico necessario a produrre moltiplicazione ricordiamo che

$$E_c = I/e\lambda \quad \text{con } \lambda = 5 \cdot 10^{-6} \text{ m} \quad \text{e } I = 15 \text{ eV} \quad \text{si ha } E_c \approx 3 \cdot 10^6 \text{ V/m.}$$

In un contatore cilindrico con  $b=1\text{cm}$  ed  $a=100\mu$  questo campo puo' essere ottenuto con una tensione  $V_0= 2.5 \cdot 10^3\text{V}$  non difficile da realizzare

In fig.3.25 e' rappresentato cosa accade in un contatore cilindrico agli elettroni liberati per ionizzazione

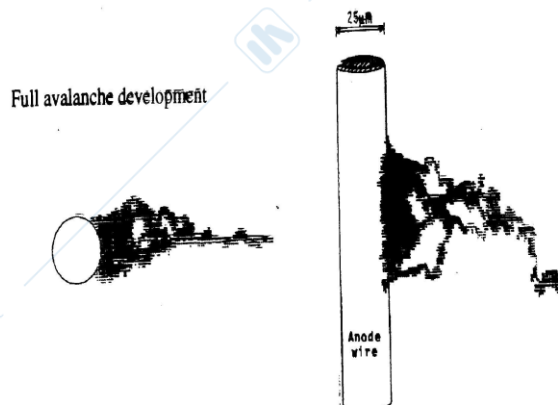
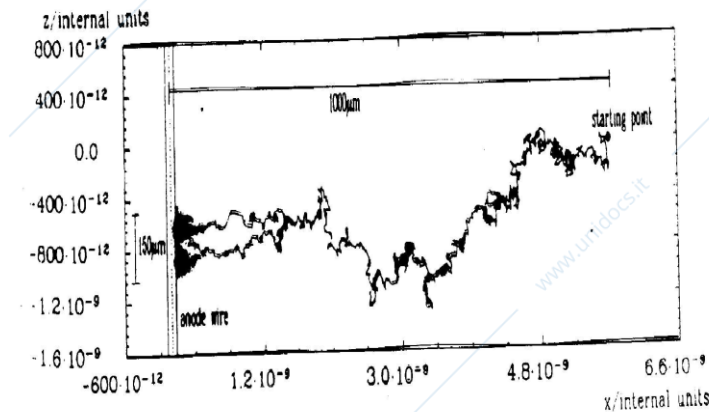


Fig 3.25.Moto degli elettroni in un contatore cilindrico con sviluppo della valanga nelle immediate vicinanze del filo.

Per ricavare il guadagno  $M$  si deve tenere conto che il campo (e quindi  $\alpha$ ) non e' costante

$$M = e \int_a^{r_c} \alpha(r) dr \quad 3.66$$

Usando per  $\alpha$  la 3.50 e ricordando che  $\alpha$  rappresenta il reciproco del libero cammino medio di ionizzazione che per grandi campi si puo' confondere con il libero cammino medio, si puo' scrivere :

$$\alpha = K\varepsilon N \quad \varepsilon = eE/\alpha = CV_0 / 2\pi\varepsilon_0 r_c \quad 1/\alpha \quad \text{dacui}$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{eKNCV_0}{2\pi\varepsilon_0 r}} \quad 3.67$$

chiamando  $V_T$  il potenziale corrispondente al raggio critico si ha  $r_c = V_0/V_T$  ottenendo infine

$$M = \exp \left[ 2 \sqrt{\frac{kNCV_0 a}{2\pi\varepsilon_0}} \left( \sqrt{\frac{V_0}{V_T}} - 1 \right) \right]$$

$$M = \exp \left[ \sqrt{2kNE} \frac{a}{c} \sqrt{\frac{V_0}{V_T}} \left( \sqrt{\frac{V_0}{V_T}} - 1 \right) \right] \quad 3.68$$

che per  $V_0 \gg V_T$  si puo' scrivere

$$M = \exp AV_0 \quad 3.69$$

$$\text{con } A = \sqrt{\frac{2kNCa}{\pi\varepsilon_0} \frac{1}{V_T}}$$

Nella fig 3.26 sono riportati i guadagni calcolati e misurati per un contatore contenente Ar a due pressioni diverse

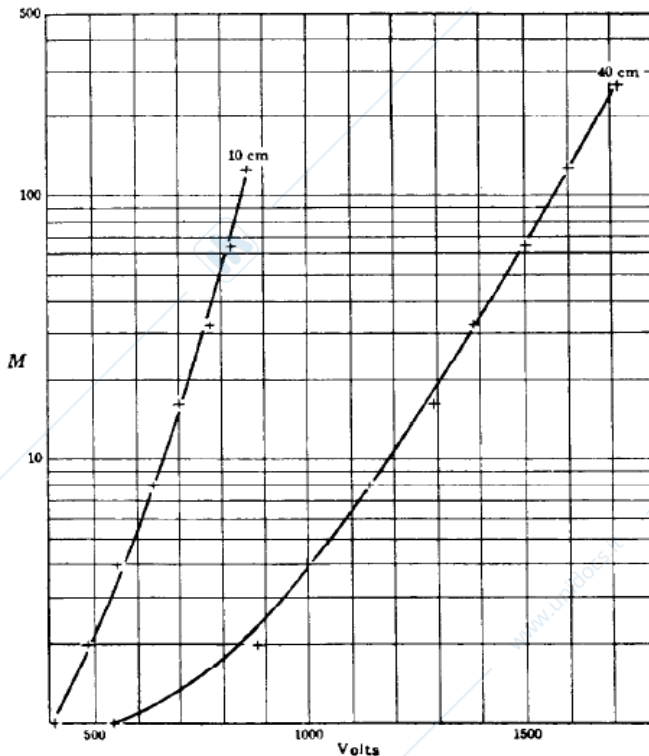


Fig 3.26 Guadagno di un contatore cilindrico in funzione della tensione a due pressioni diverse.

## b) Formazione del segnale

Per trovare la forma del segnale in un contatore proporzionale bisogna ragionare come per il caso della camera a ionizzazione tenendo conto che una carica  $q$  originaria darà luogo a  $Q = Mq$  cariche generate tutte in prossimità dell'anodo. Infatti la metà (almeno) delle cariche è generata ad un raggio distante  $\lambda$  dal filo di raggio  $a$ ;  $1/4$  è generato a  $2\lambda$  e così via.

Assumiamo che le cariche originino ad una distanza  $k\lambda$  con  $k$  maggiore (ma non di molto) di 1 e calcoliamo le cariche indotte agli elettrodi dal moto degli elettroni e ioni presenti nella valanga.

Per un spostamento delle cariche di  $dr$  si ha:

$$dq = Q/V_0 dV/dr dr \quad 3.70$$

Integrando si otterranno le cariche indotte da ioni ed elettroni ed usando la 3.65 per  $V$

$$q^- = Q/V_0 \int_a^{a+k\lambda} \frac{dV}{dr} dr = QC/2\pi\epsilon_0 \ln(a+k\lambda)/a \quad 3.71$$

$$q^+ = Q/V_0 \int_{a+k\lambda}^b \frac{dV}{dr} dr = QC/2\pi\epsilon_0 \ln(b)/a+k\lambda \quad 3.72$$

usando la 3.45 per C si puo' verificare che

$$q^- + q^+ = Q \quad 3.73$$

Poiche'  $k\lambda < a$  e  $a+k\lambda \ll b$  la carica indotta e' praticamente tutta dovuta la moto degli ioni.

Per esempio per  $a = 10\mu\text{m}$   $b = 10\text{ mm}$   $\lambda = 1\mu\text{m}$  e  $k=1$   $q^-/q^+ = 10^{-2}$

il segnale in tensione all'anodo vale;

$$V^- = -Q/2\pi\epsilon_0 l \ln(a+k\lambda)/a \quad V^+ = -Q/2\pi\epsilon_0 l \ln(b)/a+k\lambda \quad 3.74$$

$$\text{Con } V^- + V^+ = -(Q/2\pi\epsilon_0 l) \ln b/a = -Q/lC$$

Tenendo conto che il segnale e' dovuto in gran parte agli ioni si puo' calcolare il suo sviluppo temporale dovuto all'allontanarsi dall'anodo

$$V(t)^- = -\int_0^t dV = -Q/2\pi\epsilon_0 l \ln r(t)/a+ka \quad 3.75$$

Con  $r(t)$  che da la posizione raggiunta al tempo  $t$  dagli ioni nati in  $a+ka$  al tempo  $t=0$

$$dr/dt = w^- = \mu^+ E/p = \mu^+ CV_0/2\pi\epsilon_0 rp \quad 3.76$$

quindi:

$$\int_{a+k\lambda}^r r dr = \mu^+ CV_0 / 2\pi\epsilon_0\rho \int_0^t dt \quad r(t) = (a^2 + \mu^+ CV_0 t / 2\pi\epsilon_0\rho)^{1/2} \quad 3.77$$

da cui :

$$V(t) = -Q/2\pi\epsilon_0 l \ln(1 + \mu^+ CV_0 t / 2\pi\epsilon_0\rho a^2) = -Q/2\pi\epsilon_0 l \ln(1 + t/t_0) \quad 3.78$$

Il tempo totale di raccolta degli ioni si ottiene ponendo nella 3.77

$$r(t) = b$$

$$T^+ = \pi\epsilon_0\rho (b^2 - (a+k\lambda)^2) / \mu^+ CV_0 \quad 3.79$$

$T^+ \cong 550 \mu s$  per un contatore di  $b = 8 \text{ mm}$  e tensione  $\approx 3 \text{ KV}$ .

per  $t = T^+$  si ottiene dalle 3.78 e 3.79

$$V(t > T^+) = Q/IC \quad 3.80$$

Il tempo di raccolta degli ioni risulta molto lungo per i casi in cui il numero di particelle al secondo vale circa  $10^6$  perciò in questi casi si usa derivare il segnale ottenendo risultati come quelli mostrati in fig 3.27.

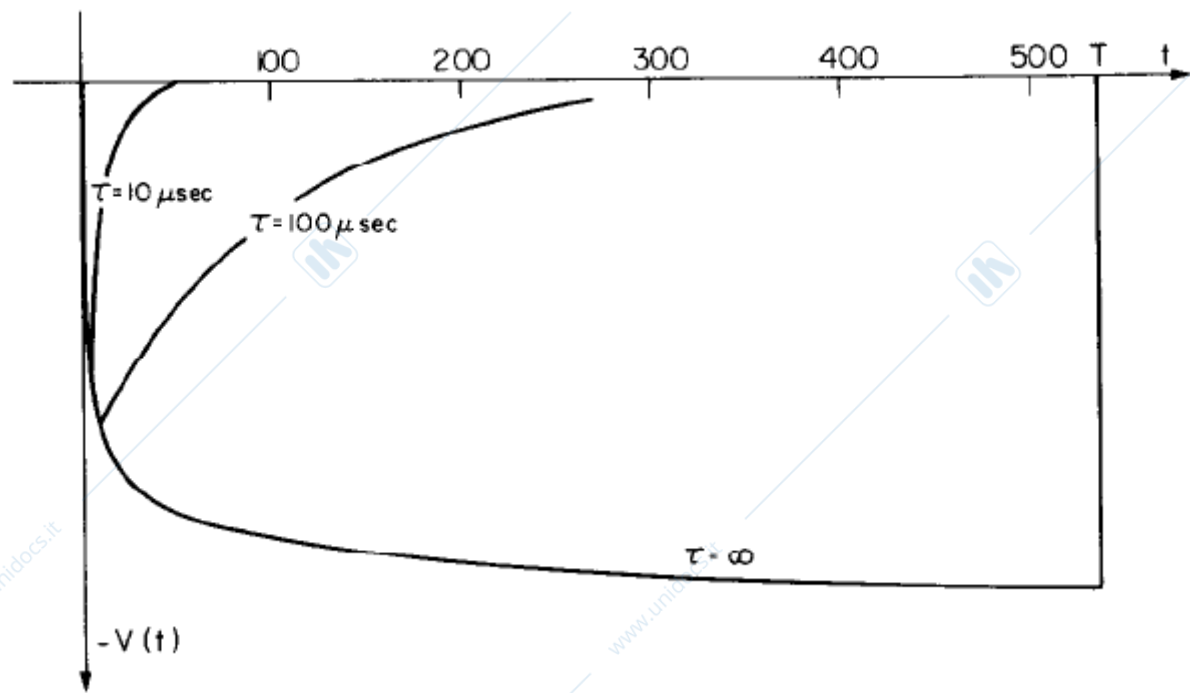


Fig.3.27 Segnale in un contatore proporzionale con diverse costanti di tempo

La derivata da' un segnale in corrente ;

$$i(t) = ICdV(t)/dt = - Q/2\pi\epsilon_0 1/t+t_0 \quad 3.81$$

Che assume un valore massimo per  $t=0$  dato da :

$$i_{\max} = i(0) = -\mu^+ QC V_0^2/4\pi^2\epsilon_0^2 a^2p \quad 3.82$$

Va notato che ponendo nelle 3.58 e 3.59  $t=T^+ a/b$  si ottiene

$$V^+(T^+ a/b) \approx Q/2IC \quad 3.83$$

Ossia circa la meta del segnale totale.

### c) Risoluzione in energia

La misura della quantità di energia ceduta da una particella ionizzante in un contatore proporzionale avviene attraverso la determinazione dell'ampiezza del segnale di carica o di tensione.

Il segnale del contatore è in genere amplificato elettronicamente con un guadagno  $g$  per cui vale la

$$V_r = g Q/IC = gNeM /IC \quad 3.84$$

In questa espressione tre sono le origini di incertezza

1) Le fluttuazioni sul numero di coppie create da una particella che perde in media energia  $E$  formando  $N$  coppie si avrà:

$\sigma_N = \sqrt{N}$  nel caso di una distribuzione di Poisson

$\sigma_N > \sqrt{N}$  nel caso di distribuzione di Landau (particella che attraversa il contatore)

$\sigma_N = F\sqrt{N}$  con  $F < 1$  fattore di Fano nel caso che la particella si fermi nel contatore

2) Le fluttuazioni sul numero medio  $n$  di cariche prodotto nella valanga

3) Le fluttuazioni sul guadagno  $g$  dell'elettronica.

4) le fluttuazioni della moltiplicazione nella valanga

Per quanto riguarda la valanga generata da un singolo elettrone si può dimostrare che la distribuzione delle cariche generate segue la legge di Furry

$$P(n) = \frac{\left(1 - \frac{1}{\langle n \rangle}\right)^{n-1}}{\langle n \rangle} \quad \text{se } \langle n \rangle \gg 1 \quad P(n) = \frac{e^{-\frac{n}{\langle n \rangle}}}{\langle n \rangle}$$

che ha  $\sigma = \langle n \rangle$

3.85

la distribuzione è rappresentata in figura 3.28

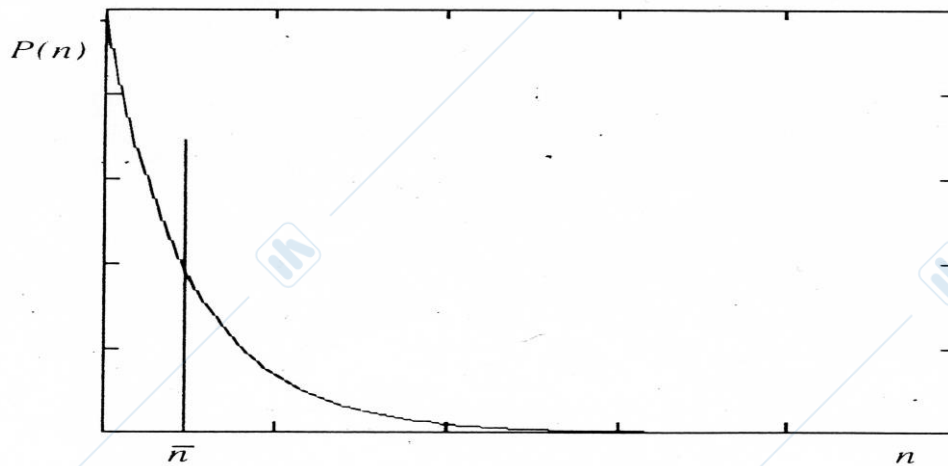


Fig 3.28 Distribuzione di Furry

La distribuzione ha come varianza specifica limite  $\sigma_{\langle n \rangle} / \langle n \rangle = 1$ , ma si deve notare come questo valore cresca velocemente con la moltiplicazione M.

Sperimentalmente si è trovato che questa distribuzione è valida per campi elettrici non troppo elevati poi è più conveniente usare la distribuzione di Polya che è data da:

$$P(n) = \left\{ \frac{n(1+\theta)}{\langle n \rangle} \right\}^{\theta} e^{-\frac{n(1+\theta)}{\langle n \rangle}} \quad \text{con } 0 < \theta < 1 \quad 3.86$$

In questo caso la varianza relativa vale

$$\begin{aligned} (\sigma / \langle n \rangle)^2 &= 1 / \langle n \rangle + b \quad \text{con } b = 1 / (1 + \theta) \approx 0.5 \\ \langle n \rangle \gg 1 \quad (\sigma / \langle n \rangle)^2 &\rightarrow b \end{aligned} \quad 3.87$$

In fig 3.29 è riportata la variazione di  $(\sigma / \langle n \rangle)^2$  al variare del guadagno calcolata per un contatore di Ar

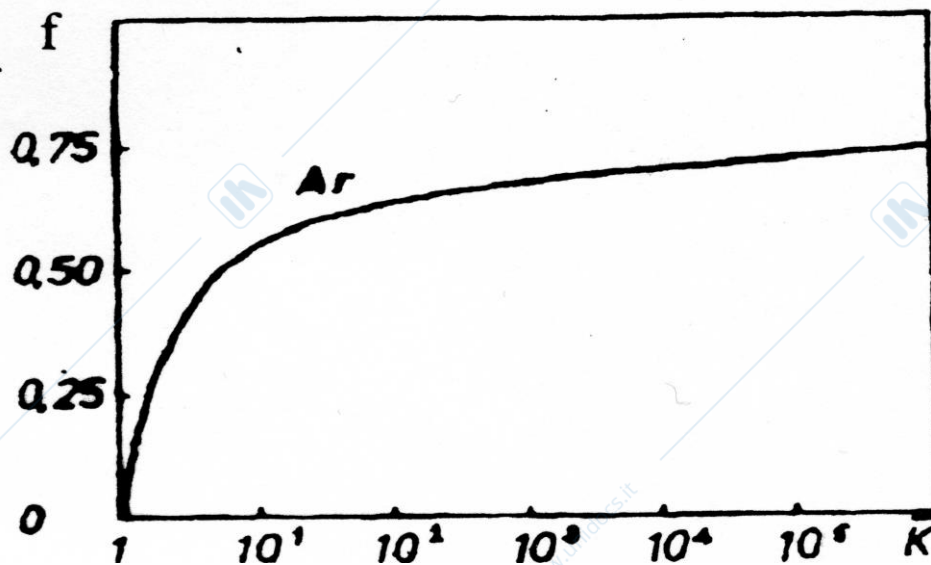


Fig 3.29 Fluttuazione sulla valanga di singolo elettrone in funzione del guadagno

Le fluttuazioni sul guadagno dell'elettronica crescono al crescere del guadagno stesso  $g$  generalmente si può scrivere

$$\sigma_g = k\sqrt{g} \quad 3.88$$

con  $k$  dipendente dalla qualità della elettronica.

Nel caso di un segnale generato da  $N$  valanghe per determinare l'errore finale basterà sommare quadraticamente i tre termini

$$(\sigma_{V_r}/V_r)^2 = (\sigma_N/N)^2 + 1/N(\sigma_M/M)^2 + (\sigma_g/g)^2 \quad 3.89$$

A parità di coppie generate si potrà minimizzare l'incertezza tenendo conto che l'errore sulla moltiplicazione aumenta con  $M$  così come l'errore sulla elettronica aumenta con il guadagno. Fissando in qualche modo l'ampiezza del segnale da analizzare. La migliore risposta si otterrà bilanciando i due guadagni dell'elettronica e del gas. In

generale non conviene salire al di là di fattori di moltiplicazione maggiori di  $10^3$ .

Trascurando il contributo dell'elettronica si può valutare l'errore dalla 3.89

Nel caso in cui le  $N$  coppie generino valanghe indipendenti con un guadagno medio

$$M = 1/N \sum \langle n_i \rangle = \langle n \rangle \quad 3.90$$

$$(\sigma_M/M)^2 = 1/N (\sigma/\langle n \rangle)^2 \approx b/N \quad 3.91$$

Per quanto riguarda  $(\sigma_N/N)^2$  usiamo il caso della particella che si arresta nel contatore ed otteniamo e scriviamo

$$(\sigma_N/N)^2 = F/N \quad 3.92$$

Nel complesso si ottiene:

$$(\sigma_{Vr}/V_r)^2 = 1/N(F + b) \quad 3.93$$

Nel caso di una particella che perda una energia  $E$  generando  $W$  coppie per unità ' di energia questo dà'

$$(\sigma_{Vr}/V_r) = (W/E(F+b))^{1/2} = (C/E)^{1/2} \quad 3.94$$

con  $F=0.2$   $b=0.6$  per  $E=10\text{KeV}$   $C \approx 0.03$  si ottiene

$$(\sigma_{Vr}/V_r) = 5 \cdot 10^{-2}.$$

La 3.94 pone in evidenza la dipendenza inversa della risoluzione da  $E^{1/2}$ , che ritroveremo in diversi contatori, legata essenzialmente al numero di coppie generate dalla particella.

Nella figura 3.30 è riportata la misura sperimentale della risoluzione di un contatore in funzione della moltiplicazione per diverse miscele.

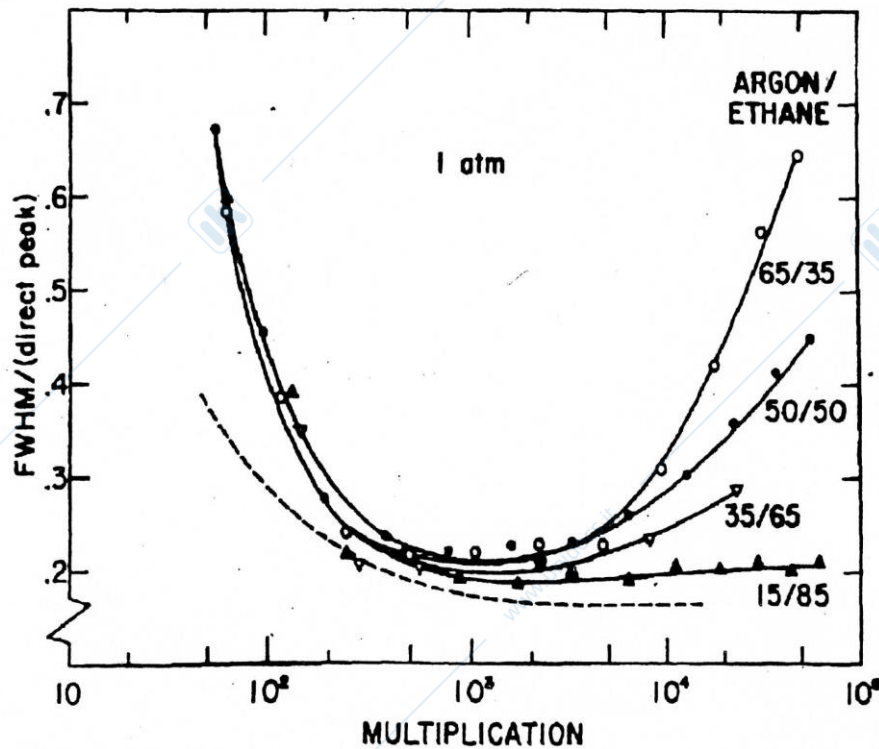


Fig 3.30 Variazione della risoluzione di un contatore in funzione del guadagno

Va infine notato che la risoluzione dei contatori tende a deteriorarsi con il numero di conteggi al secondo.

Cio' e' dovuto all'accumularsi di ioni in prossimità dell'anodo creando delle cariche spaziali che deformano il campo del contatore come mostrato in figura 3.31

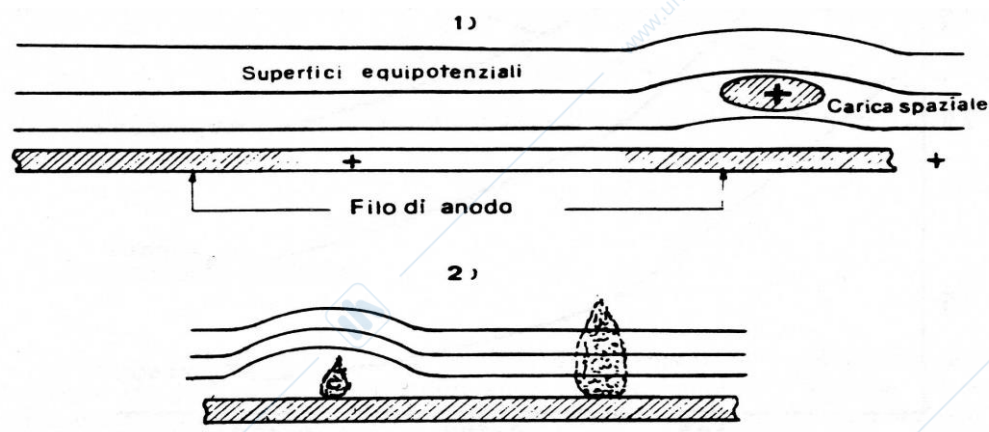


Fig 3.31 Distribuzione di cariche spaziali all'interno di un contatore

## d) Efficienza

Alcune brevi considerazioni sull'efficienza di rivelazione dei contatori a gas.

Questi rivelatori sono adatti alla misura di carichi o neutri di bassa energia che abbiano una sezione d'urto per conversione in carichi abbastanza grande da potere generare queste particelle con probabilita' tale da rendere l'efficienza del contatore sufficientemente elevata.

Nel capitolo 4 vedremo alcuni casi.

Qui' vogliamo occuparci del coefficiente  $\eta$  che compare nella 2.6.

La registrazione del segnale sara' fatta quando questo superera' una certa soglia elettronica fissata misura per misura. Supponendo che questa soglia corrisponda ad un numero medio  $N$  di coppie generate occorrera' ricordarsi che  $n$  segue una distribuzione di Poisson:

$$P(n, N) = \frac{N^n e^{-N}}{n!} \quad 3.95$$

per cui se si fissa una soglia per rivelazione occorre calcolare quante volte questa soglia e' raggiunta. Se la soglia e' posta ad  $N_s$  occorre valutare quante volte  $n \geq N_s$ . Nel caso si voglia registrare la particella che ha generato almeno una coppia ( $N_s = 1$ ) su di un valore medio di  $N$  Si avra'

$$\eta = 1 - P(0, N) = e^{-N} \quad 3.96$$

$N$  andra 'percio' scelto con cura per raggiungere efficienze vicine ad 1.

Va poi notato che il fenomeno gia' evidenziato dello sviluppo di cariche spaziali provoca una riduzione del segnale e di conseguenza una diminuzione di efficienza come appare in fig 3.32 dove e' descritta la variazione di efficienza di un contatore nella rivelazione di particelle al minimo.

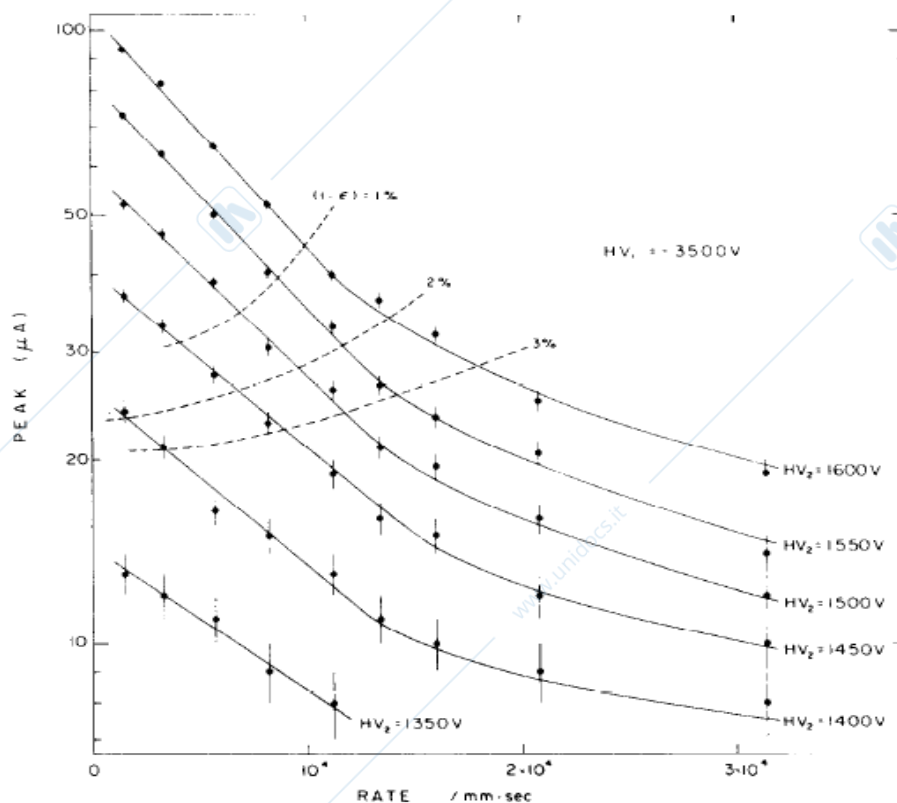


Fig 3.32 Variazione della corrente di picco in un contatore in funzione del conteggio per secondo. Le curve tratteggiate rappresentano la variazione di efficienza a soglia fissa.

Si può comprendere il fenomeno supponendo di avere  $R$  particelle al secondo per unità di lunghezza del filo anodico ciascuna delle quali produce  $cMe$  cariche che rimangono nel contatore un tempo  $T^+$  pari al tempo di deriva degli ioni positivi provocando un campo elettrico opposto a quello nel contatore e riducendo quindi il campo interno totale (Vedi fig 3.28). Questo effetto è del tutto equivalente a quello che si otterrebbe diminuendo la tensione di lavoro del contatore di  $\Delta V$  con;

$$\Delta V = kc MeRT^+ \quad 3.97$$

con  $k$  che dipende dalla geometria del contatore si avrà una modifica del guadagno che diventa

$$M' = \exp A(V_0 - \Delta V) \quad 3.98$$

La condizione per cui il contatore non cambia il suo guadagno è quindi

$$\Delta V \ll V_0 \text{ ossia } R \ll V_0/kcMeT^+ \quad 3.99$$

e' necessario quindi commisurare il guadagno al flusso di particelle.

### e) Risoluzione temporale

Per capire cosa da cosa nascono le incertezze nella determinazione del tempo di passaggio di una traccia nel contatore si puo' fare riferimento alla Fig 3.33 in cui sono disegnate le coppie create da due  $\mu$  che passano nel contaore in posizione diversa

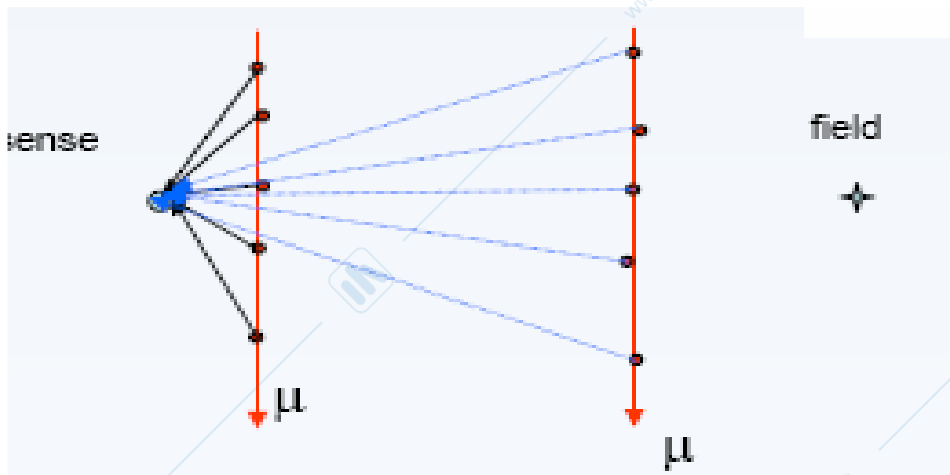


Fig 3.33 Traiettorie di elettroni liberati da mesoni  $\mu$  nel passaggio in un contatore.

Supponiamo di essere in grado di misurare il tempo di arrivo del elettrone della coppia piu' vicina in ciascuna traccia; il suo valore sara' dato da  $t=w/l$  essendo  $l$  la distanza della traccia dal filo anodico.

Tre sono le cause di incertezza nel determinare il tempo di arrivo

delle particelle che passano distanti  $l$ .

- 1) Fluttuazioni nella distribuzione della coppia piu' vicina al filo anodico
- 2) Diffusione degli elettroni nel cammino per arrivare al filo anodico
- 3) Incertezze dovute all'elettronica

Si puo' dimostrare che la distribuzione della coppia piu' vicina lungo una traccia di lunghezza  $x$  normalizzata ad 1 con  $n$  coppie per unita' di lunghezza vale.

$$A(x) = n e^{-nx} \quad 3.100$$

La distribuzione e' rappresentata in fig. 3.34 per il caso di un contatore ad Ar con  $n=34$  e spessore di 1cm. Questo contributo alla risoluzione sara' tanto piu' importante quanto piu' la traccia si formi vicino all'anodo

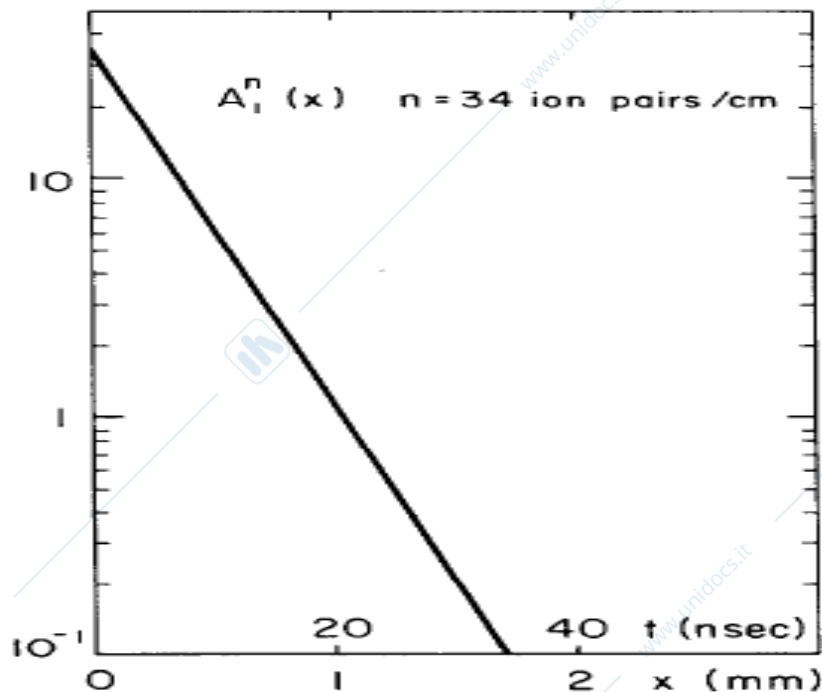


Fig 3.34 Distribuzione della distanza della coppia di ionizzazione primaria piu' vicina all'anodo in un contatore ad Ar isobutano  
E' anche riportato il tempo di arrivo con una velocita' di deriva degli elettroni di  $5 \text{ cm}/\mu\text{s}$ .

Per quanto riguarda la diffusione l'incertezza cresce con il tempo di raccolta degli elettroni che è proporzionale alla distanza nel caso di  $w^-$  indipendente da  $x$ .

Vale la ;

$$\sigma_d = \sqrt{2Dt} = \sqrt{2D \frac{x}{w^-}} \quad 3.101$$

Infine il contributo dell'elettronica è costante.

Questo contributo alla risoluzione sarà tanto più importante quanto più la traccia si forma lontano dall'anodo. In fig 3.35 sono riportati i risultati in un contatore con velocità di deriva  $w^- = 5 \text{ mm}/\mu\text{s}$  costante nello spazio

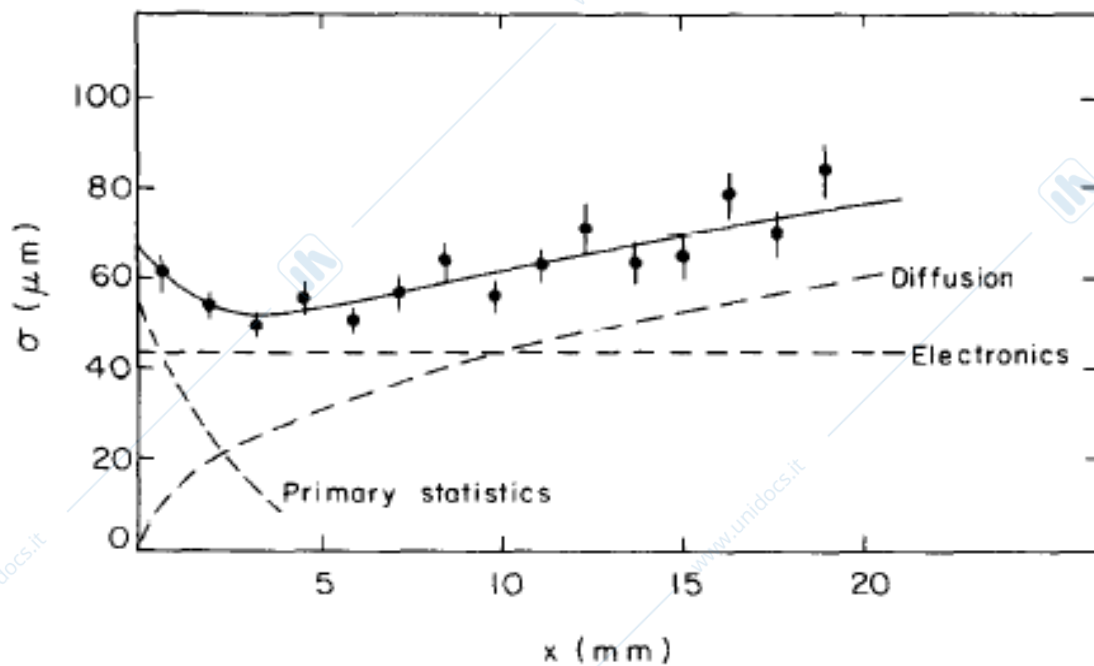


Fig 3.35 Potere risolutivo di un contatore (espresso in posizione) dovuto all'incertezza temporale in funzione della distanza dall'anodo della traccia dovuta alla particella ionizzante. Sono evidenziati i contributi della statistica primaria, diffusione e elettronica. Per ottenere la risoluzione temporale basta dividere  $\sigma(\mu\text{m})$  per  $w^- = 5 \text{ mm}/\mu\text{s}$  ottenendo risoluzioni di 20 ns per  $\sigma(\mu\text{m}) = 100 \mu\text{s}$ .

## 4 Applicazioni dei rivelatori a gas

### 4.1 Camera a ionizzazione

La camera a ionizzazione e' raramente usata come rivelatore di singola particella, ma ha sovente impiego in dosimetria e nella valutazione della intensita' dei fasci. In generale usando un circuito con  $RC \gg T^+$  si puo' fare una misura della corrente media che passa nella camera che dipende (assumendo che tutte le particelle siano al minimo) dal numero di particelle che passa nella camera:

$$i = n_i e \phi \quad 4.1$$

con  $n_i$  numero medio di cariche liberate per particella e  $\phi$  numero di particelle che attraversano la camera. La corrente puo' quindi essere usata come misura di intensita' di fasci o sorgenti radioattive senza sviluppare un sistema di misura evento per evento.

E' da notare che si usano spesso camere a ionizzazione tarate per la misura di dosi ricevute personalmente. Queste camere hanno forma cilindrica con un elettrodo a filo posto al centro di un cilindro cavo. Per misurare la dose ricevuta l'elettrodo centrale viene portato ad una tensione iniziale  $V$  in cui permane indefinitamente se completamente isolato. La carica totale sviluppata all'interno della camera per effetto della ionizzazione fa variare la tensione dell'elettrodo centrale che puo' essere misurata tramite un elettrometro. Attraverso un'opportuna taratura la misura della carica raccolta viene convertita in misura di dose. Questi dosimetri vengono spesso usati sotto forma di 'penne' che vengono portate da chi puo' essere soggetto a radiazioni e che possono essere lette immediatamente per dare una valutazione della dose ricevuta durante una data attivita'. In fig 4.1 e' rappresentata una penna in cui una fibra di quarzo dorata modifica la sua posizione in funzione della tensione.

La posizione viene letta attraverso un sistema ottico e da direttamente il valore della dose in sievert.

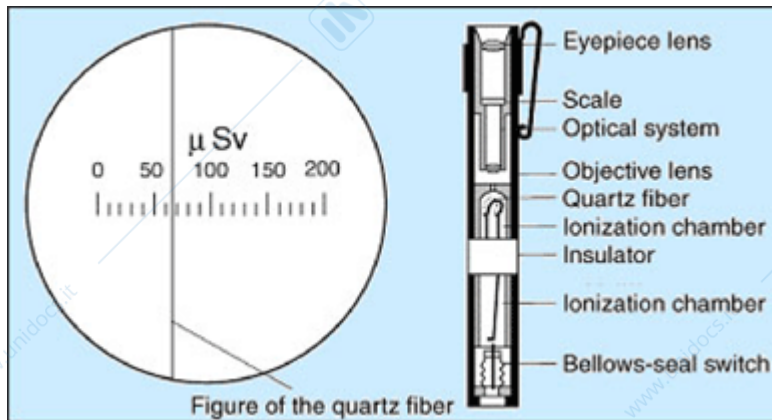


Fig 4.1 Schema dosimetro a penna.

Una utilizzazione pratica piuttosto diffusa della camera a ionizzazione si trova nei rivelatori di fumo dove il segnale dato da una sorgente di  $\alpha$  interna alla camera viene modificato dalla presenza di molecole prodotte Dal fumo (vedi fig 4.2)

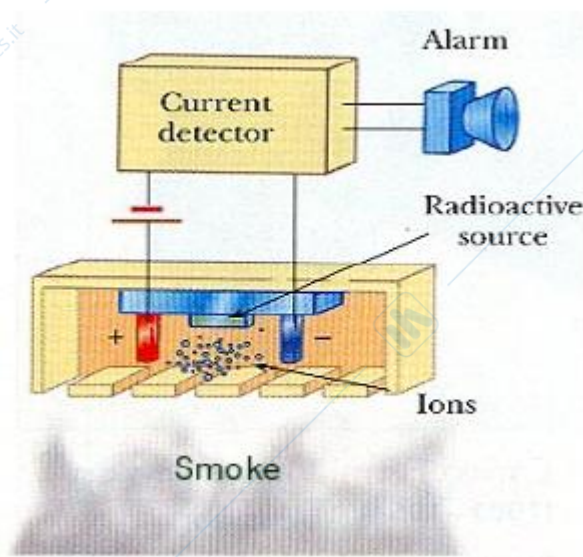


Fig 4.2 Principio di funzionamento del rivelatore di fumo

## 4.2 Contatori proporzionali per particelle $\alpha, \beta, X$ e $\gamma$ di bassa energia

I contatori cilindrici proporzionali possono essere utilizzati per rivelazione di particelle di bassa energia purché dotati di una finestra di ingresso sottile che permetta alla particella di entrare nel contatore.

In particolare è possibile realizzare conteggi di raggi beta. Una utilizzazione di grande importanza è quella che si fa come rivelatori di raggi X di bassa energia. In questo caso oltre che dotato di una finestra sottile a basso Z il contatore deve essere riempito con gas di alto Z per favorire la conversione del raggio X in elettroni attraverso l'effetto fotoelettrico. In fig 4.3 è rappresentato lo schema di un contatore cilindrico per raggi X

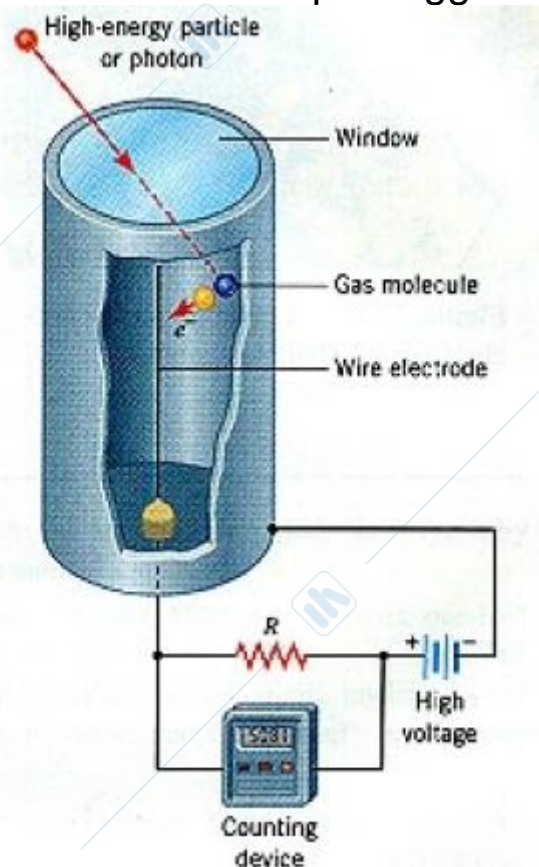


Fig 4.3 Schema di un contatore cilindrico per raggi X

In fig 4.4 e' rappresentata la frazione di fotoni assorbiti da un contatore di 5cm per diversi gas. E' evidente l'interesse di usare gas ad alta Z per ottenere buone efficienze

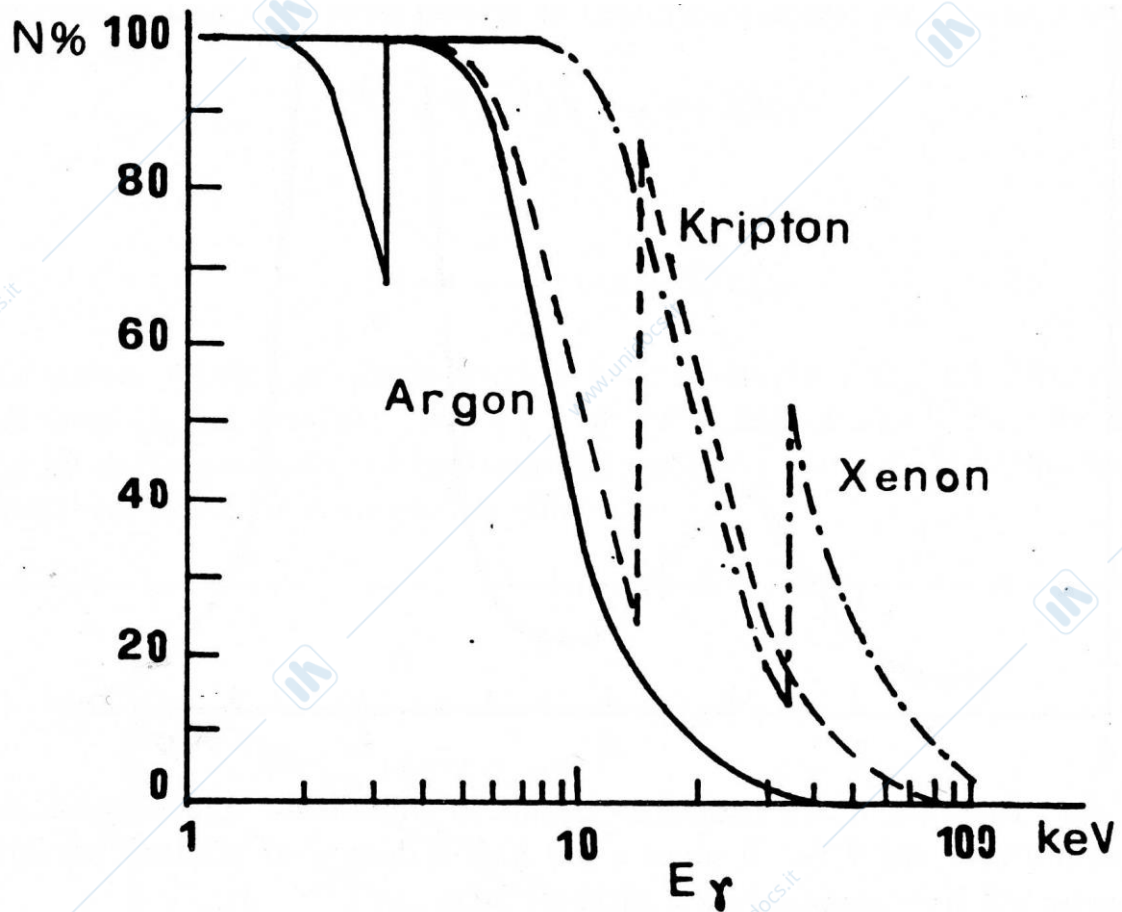


Fig. 4.4 Percentuale di fotoni assorbiti in 5 cm di gas a condizioni normali

Nella fig. 4.5 sono data le caratteristiche di un buon contatore commerciale.

**GENERAL SPECIFICATIONS**

Gas Filling	Krypton or Xenon
Gas Pressure (Torr)	800 or 1520
Path Length (mm/inches)	47.8 / 1.88
Cathode Material	Aluminum
Max. Length (mm/inches)	185.7 / 7.31
Effective Length (mm/inches)	114.3 / 4.5
Max. Diameter (mm/inches)	50.8 / 2.00
Effective Diameter (mm/inches)	47.8 / 1.88
Connector Type	MHV
Operating Temperature Range (°C)	40 to +75°

**WINDOW SPECIFICATIONS**

Material	Beryllium
Areal Density (mg/cm <sup>2</sup> )	23
Thickness (mm/inches)	0.127 / 0.005
Diameter (mm/inches)	25.4 / 1.00

**ELECTRICAL SPECIFICATIONS**

Recommended Operating Voltage (Volts)	2050
Operating Voltage Range (Volts)	1950-2200
Typical Resolution (FWHM Cd 109)	10 %
Capacitance (pF)	3

**MODELS**

Tube Type	Window		Gas	Pressure
	Entrance	Exit		
45431	x		Krypton	800 Torr
4546	x		Xenon	800 Torr
45427	x		Krypton	1520 Torr
454x-2	x		Xenon	1520 Torr
454105	x	x	Krypton	800 Torr
4549	x	x	Krypton	1520 Torr

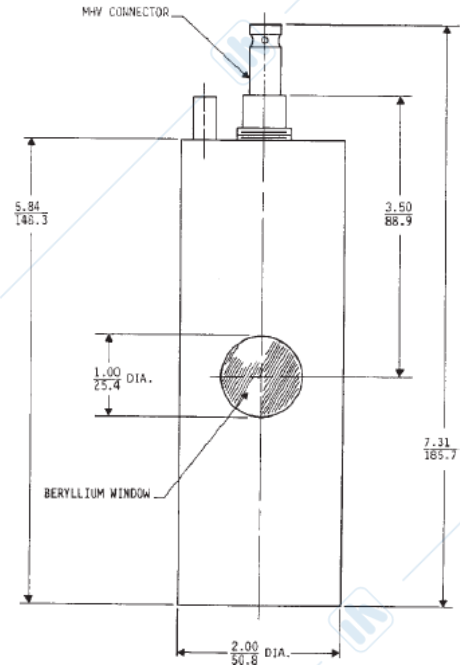


Fig 4.5 Caratteristiche di un contatore cilindrico per raggi X

Infine nella figura 4.6 e' riportata la risposta di un contatore ai raggi X di 5.9 KeV emessi da una sorgente di <sup>58</sup>Fe.

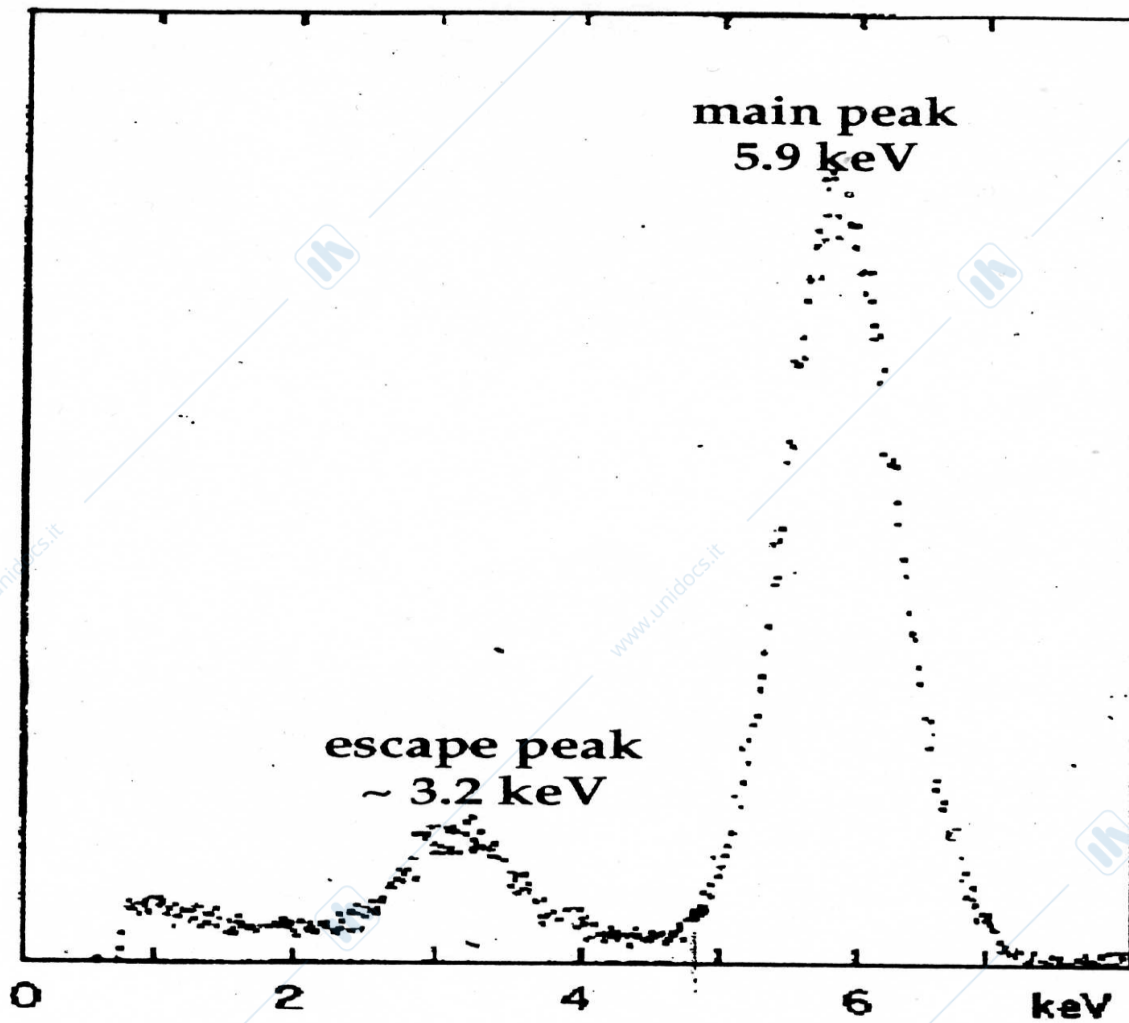


Fig 4.6 Risposta di un contatore proporzionale ad Ar ed Iosobutano ai raggi X di una sorgente da 5.9 Kev. La risoluzione per il picco principale e' del 15% FWHM.

La risposta del contatore e' dovuta ai seguenti processi in Ar

80% dei casi

Effetto fotoelettrico su elettrone K ;energia all'elettrone

$$E_e = 5.9 - 3.2 \text{ KeV}$$

Elettrone Auger  $E_e = 3.2 \text{ KeV}$

Totale energia agli elettroni  $E_{\text{tot}} = 5.9 \text{ KeV}$

16% dei casi

Effetto fotoelettrico su elettrone K ;energia all'elettrone

$$E_e = 5.9 - 3.2 \text{ KeV}$$

Fluorescenza K-L

$E_x = 2.9 \text{ KeV}$

Fluorescenza L-M

$E_x = 0.3 \text{ KeV}$

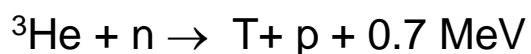
- 4% dei casi
- Effetto fotoelettrico su elettrone L ; energia all'elettrone  
 $E_e = 5.9 - 0.3 \text{ KeV}$   
 Fluorescenza L-M  
 $E_x = 0.3 \text{ KeV}$

I due picchi sono rispettivamente il picco in cui tutti i 5.9KeV sono convertiti in elettroni e quello in cui sfuggono i raggi X di fluorescenza da 2.9 KeV

#### 4.3 Contatori proporzionali per neutroni termici

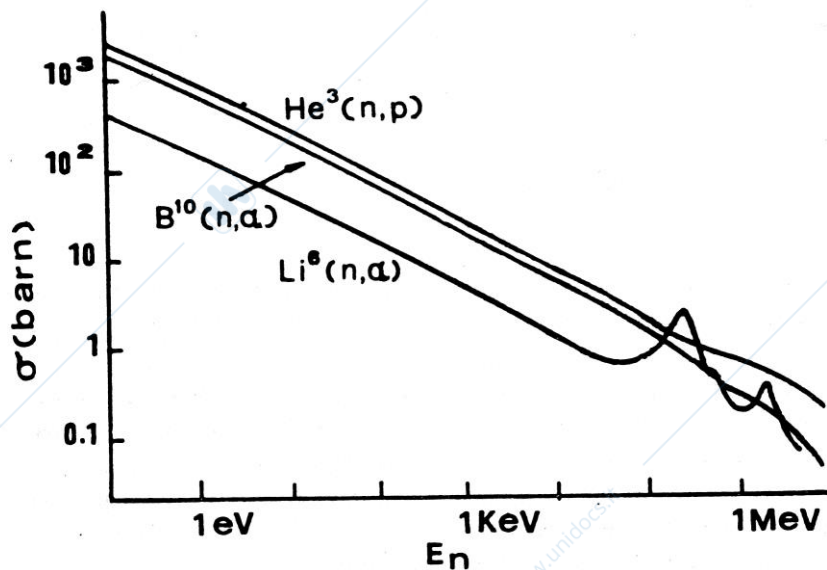
I contatori a gas hanno anche notevoli applicazioni nel campo della rivelazione di neutroni termici o lenti. Per fare ciò occorre che il neutrone entrato nel contatore abbia un libero cammino medio per produzione di particelle cariche nel gas dell'ordine del cm e che la produzione avvenga in maniera esotermica in modo che la particella carica possa ricevere energia sufficiente per essere rivelata.

Per avere un libero cammino medio sufficientemente corto occorre che le sezioni d'urto per il gas di riempimento siano molto grandi : due sono le reazioni che hanno permesso lo sviluppo dei contatori per neutroni lenti:



4.2

Le sezioni d'urto per queste reazioni sono riportate in figura



4.7 .

Fig 4.7 Sezioni d'urto per reazioni indotte da n in elementi usati in rivelatori

I contatori vengono realizzati usando il gas  $^3\text{He}$  oppure il gas  $\text{BF}_3$  ricordando in questo caso che il  $^{10}\text{B}$  rappresenta il 18.8% del B naturale.

Questi contatori possono essere usati per la rivelazione di neutroni di più' alta energia che hanno sezioni d'urto del barn ponendoli all'interno di un sistema contenente materiale moderatore (es paraffina) che rallenta i neutroni come descritto in figura 4.8.

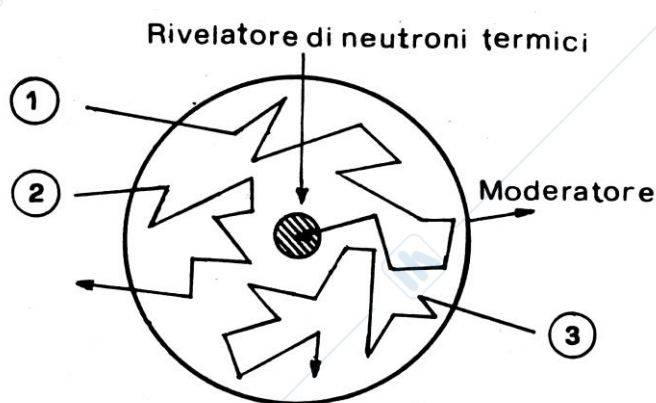


Fig 4.8 Contatore a gas immerso in paraffina per la rivelazione di neutroni termici

#### 4.4 Camere proporzionali a filo MWPC

I contatori proporzionali sono stati introdotti nella fisica delle alte energie nel 1968 quando Charpak ebbe l'idea di costruire una camera proporzionale a fili (MWPC). Il principio e' descritto in fig4.9

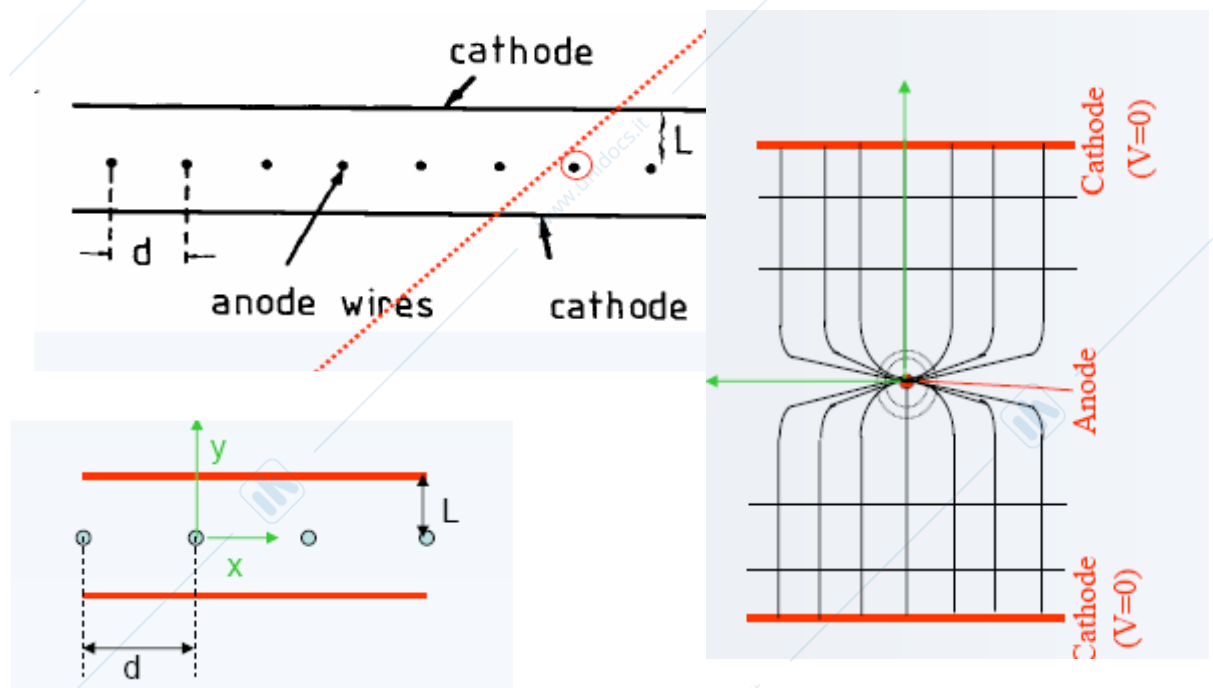


Fig. 4.9 Schema di una MWPC

In questa camera un insieme di fili paralleli di raggio  $a$  distanti  $d$  e' teso sul piano distante  $L$  dal centro di due piani paralleli. I due piani esterni di sottile materiale conduttore vengono posti alla tensione  $V=0$  (catodi) mentre i fili centrali vengono posti alla tensione  $V_0$  positiva (anodi)

Per questa geometria si ha una capacita' per unita' di lunghezza data da

$$C = \frac{2\pi\epsilon}{\pi L/d - \ln(\pi a/d)}$$

4.3

Inoltre si possono calcolare (non facilmente) il potenziale ed il campo in funzione di  $x$  ed  $y$  che risultano

$$V(x, y) = \frac{CV_0}{4\pi\epsilon} \left\{ \frac{2\pi L}{d} - \ln \left[ 4 \left( \sin^2 \frac{\pi x}{d} + \sinh^2 \frac{\pi y}{d} \right) \right] \right\}$$

$$E(x, y) = \frac{CV_0}{2\epsilon d} \left( 1 + \operatorname{tg}^2 \frac{\pi x}{d} + \operatorname{tgh}^2 \frac{\pi y}{d} \right)^{1/2} \cdot \left( \operatorname{tg}^2 \frac{\pi x}{d} + \operatorname{tgh}^2 \frac{\pi y}{d} \right)^{-1/2}$$

4.4

In Fig.4.10 sono rappresentate le linee equipotenziali e di campo di una camera MWPC. Sono anche rappresentati i segnali che si formano nei fili vicini al filo in cui si forma la valanga e sui catodi.

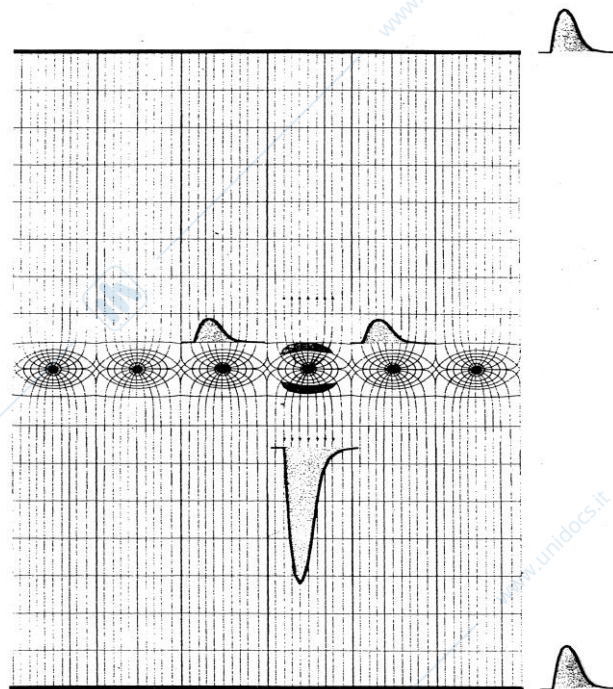
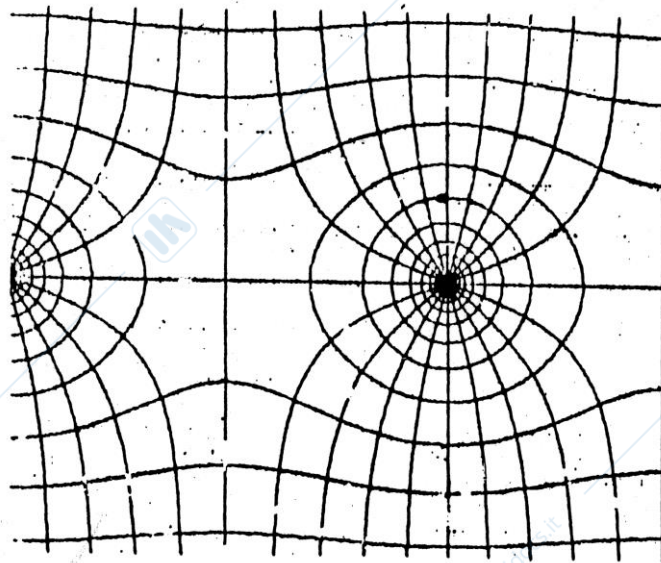


Fig 4.10 Linee equipotenziali in una camera MWPC.

E' importante osservare che ogni filo della camera per valori di  $x$  ed  $y$  poco piu' grandi di  $a$  si comporta come un contatore cilindrico(essendo il campo radiale) mentre per  $x$  ed  $y$  molto piu' grandi di  $a$  si ha distribuzione di campo

simile a quello di una camera a ionizzazione (campo costante).

Questo comportamento si mette in evidenza nelle 4.5 e 4.6 che mostrano la forma del campo elettrico: radiale in prossimità del filo e costante lontano dal filo. Per

$$x \ll d$$

$$y \ll d$$

$$E(x, y) = \frac{CV_0}{2\pi\epsilon} \frac{1}{r}$$

$$r = (x^2 + y^2)^{1/2}$$

4.5

$$y \geq d$$

$$E_y = \frac{CV_0}{2\epsilon} \frac{1}{d}$$

$$\coth \frac{\pi y}{d} \approx 1$$

$$E_x = 0$$

4.6

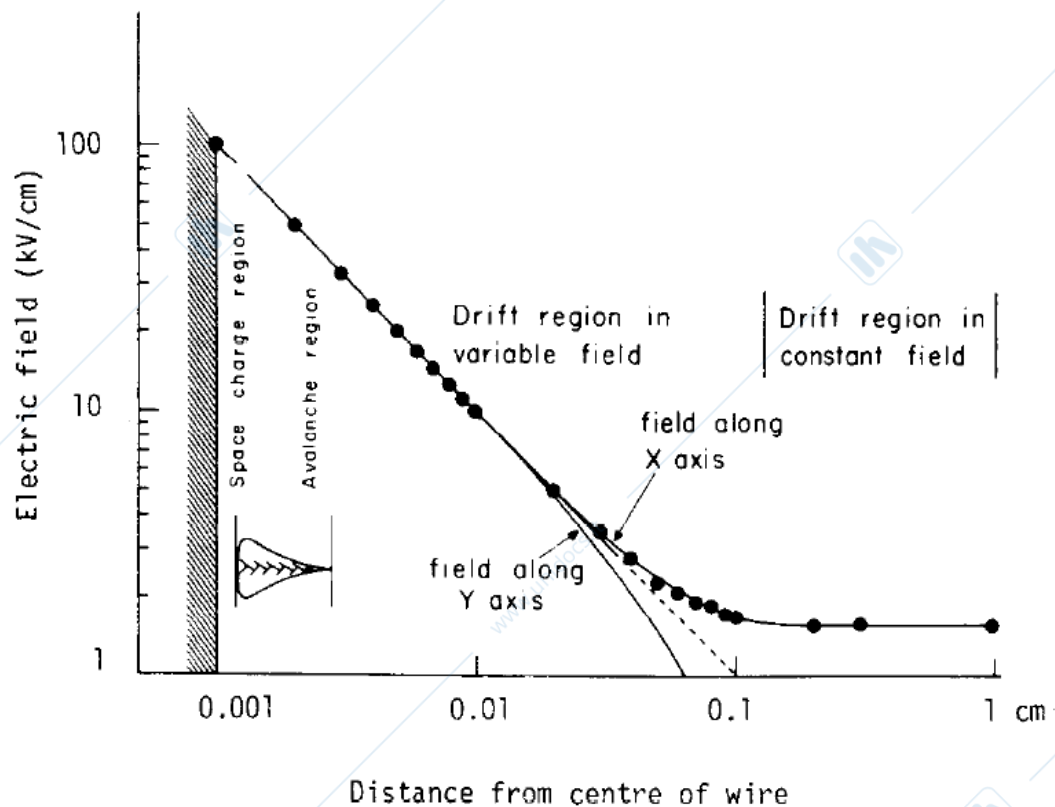


Fig 4.11 Comportamento degli elettroni all'interno di una camera MWPC

Le condizioni geometriche per un corretto funzionamento di una MWPC sono che

$$a \ll d < L$$

Si sono perciò realizzate camere con fili anodici molto sottili ( $a=10 \mu$ ) spaziate tra di loro di 2mm con catodi distanti 8mm.

In questa geometria il comportamento degli elettroni è mostrato in fig.11 in funzione della loro posizione nella camera. È evidente che la valanga si sviluppa solo nelle estreme vicinanze del filo

In queste condizioni una particella che passa attraverso il piano anodico della camera lascia un segnale solo nel filo più prossimo (vedi fig 4.12) e quindi la sua posizione viene individuata con una incertezza pari a  $d$  equivalente ad una  $\sigma = d/(12)^{1/2}$  di una distribuzione gaussiana.

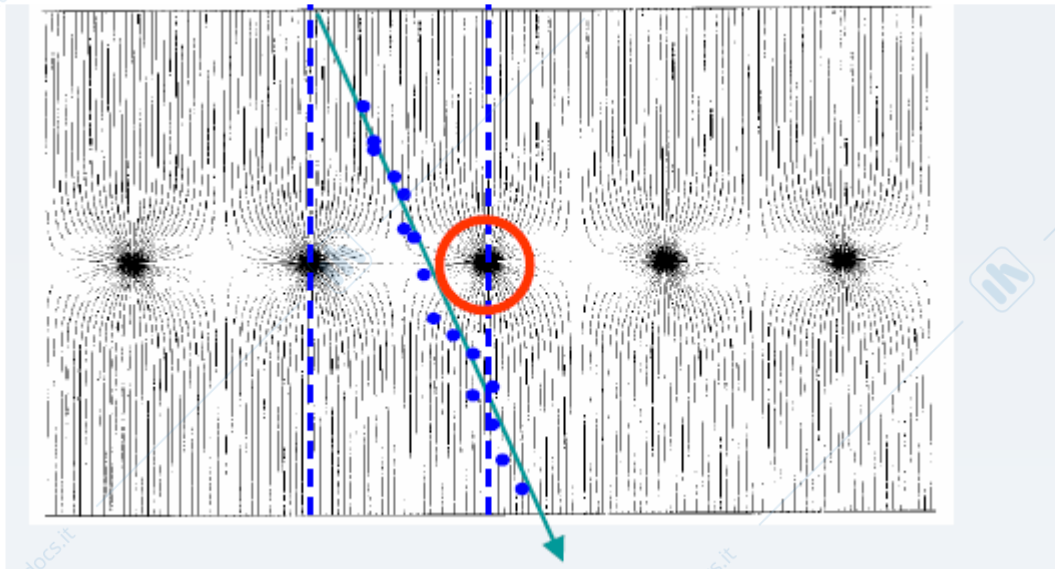


Fig 4. 12 Il passaggio di una particella ionizzante genera un segnale nel filo anodico piu' prossimo alla traccia.

E' evidente l'interesse di ridurre  $d$  al minimo possibile  $d$  anche perche' al diminuire di  $d$  diminuisce la variazione del guadagno al variare di  $V_0$  (Vedi fig 4.13)

Occorre pero' tenere conto che si vogliono costruire MWPC di grandi dimensioni che rendono praticamente impossibile l'uso di fili di raggio  $< 10\mu\text{m}$ .

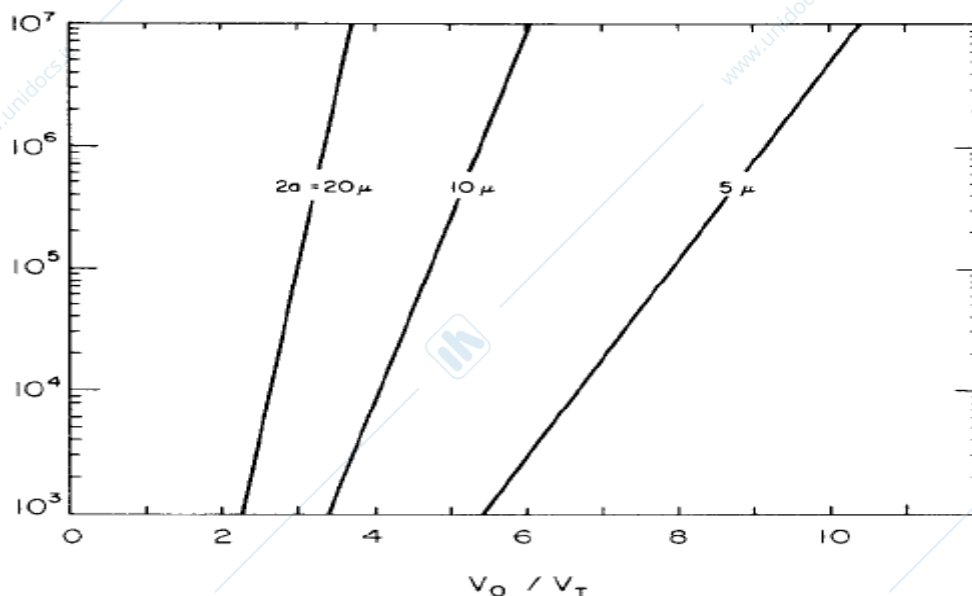


Fig 4.13 Variazione del guadagno di una MWPC con  $L=8\text{mm}$  e  $D=2\text{mm}$  in funzione del raggio  $a$  del filo anodico.

L'uso delle MWPC e' molto diffuso in esperimenti agli acceleratori di alta energia dove vengono impiegate per la loro capacita' di determinare per punti la traiettoria di particelle cariche di alta energia sfruttando anche la loro possibilita' di lavorare in campo magnetico.

La miscela gassosa usata e' in generale composta da Ar ed iosobutano con possibile aggiunta di gas non polimerizzanti. Ogni filo e' ovviamente equipaggiato da una elettronica per elaborare il segnale e dalla seguente elettronica per la registrazione.

Il potenziale  $V_0$  puo' essere scelto per portare i fili nella zona di moltiplicazione non lineare se si vuole solo conoscere la posizione in cui la particella e' passata oppure nella zona di moltiplicazione lineare se si vuole anche conoscere l'energia ceduta dalla particella. In questo ultimo caso i segnali sono piu' piccoli e l'elettronica deve percio' essere piu' sofisticata. Le MWPC possono essere portate in condizioni di lavoro per cui la loro efficienza e' molto vicina ad 1 (vedi fig 4.14) e possono cosi' essere messe in piu' sulla traiettoria delle particelle mantenendo una buona efficienza di ricostruzione totale.

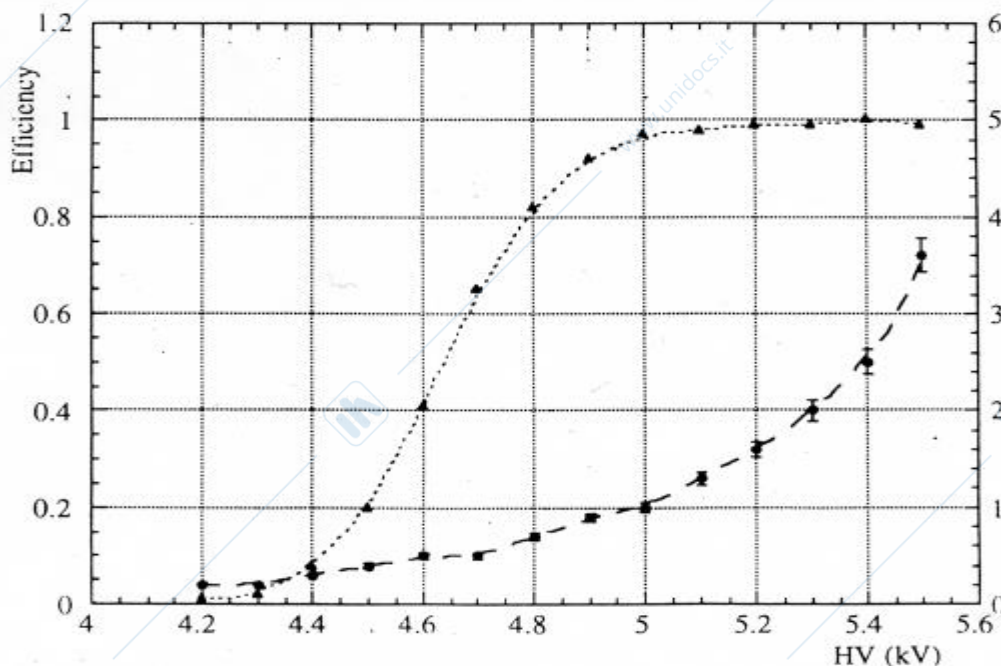


Fig 4.14 Efficienza di una MWPC in funzione della tensione all'anodo.

Va osservato che una particella al minimo perde in una camera di  $L=8\text{mm}$  4-5 KeV e perciò il numero di camere che si possono mettere nella sua traiettoria senza modificarla è grande quanto si vuole.

Le camere MWPC permettono di misurare una sola coordinata per piano anodico e perciò si usano due o più piani anodici prossimi tra di loro per determinare il punto di passaggio della particella (vedi fig 4.15)

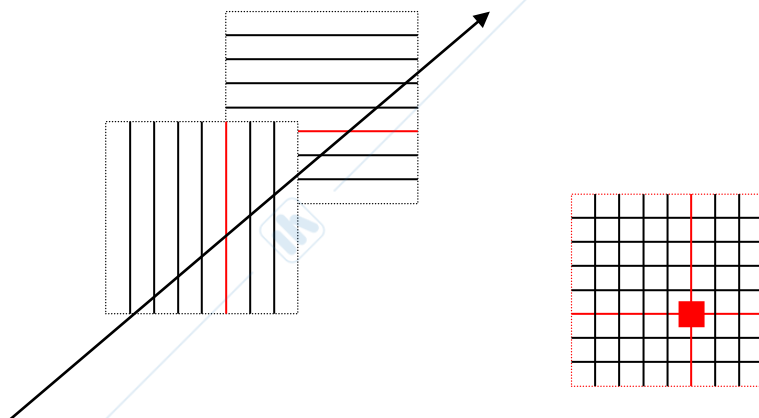


Fig 4.15 determinazione del punto di passaggio di una particella con l'uso di due piani anodici di MWPC.

Questo metodo permette una lettura veloce delle camere, ma è dispendioso in numero di piani ed inoltre non può essere applicato quando la camera è usata per rivelare raggi X.

Per leggere la posizione di passaggio della particella lungo il filo si deve lavorare in condizioni in cui la scarica sia localizzata (vedi fig 3.19) ossia in regime di proporzionalità o proporzionalità ridotta contenendo il guadagno a  $10^5$ .

Sono stati sviluppati diversi metodi di lettura approfittando del fatto che segnali positivi vengono indotti sul catodo che opportunamente segmentato diventa così in grado di dare informazioni sulla posizione (Vedi fig 4.16).

Costruendo il catodo con una serie di strisce parallele si può utilizzare il fatto che il segnale indotto su ciascuna striscia dipende dalla distanza di questa da punto in cui avviene la scarica sull'anodo.

La posizione della particella è perciò identificata costruendo il centroide dei segnali catodici come descritto in figura.

Il metodo permette di raggiungere risoluzioni spaziali migliori di  $100\ \mu\text{m}$ ; con questo metodo è immediato riconoscere le due coordinate spaziali della luogo dove si è formata la scarica nella camera costruendo catodi con strisce ortogonali tra di loro o con area divisa in piccoli quadrati (pixel).

La lettura del segnale è più lenta in quanto si deve attendere la formazione del segnale sui catodi.

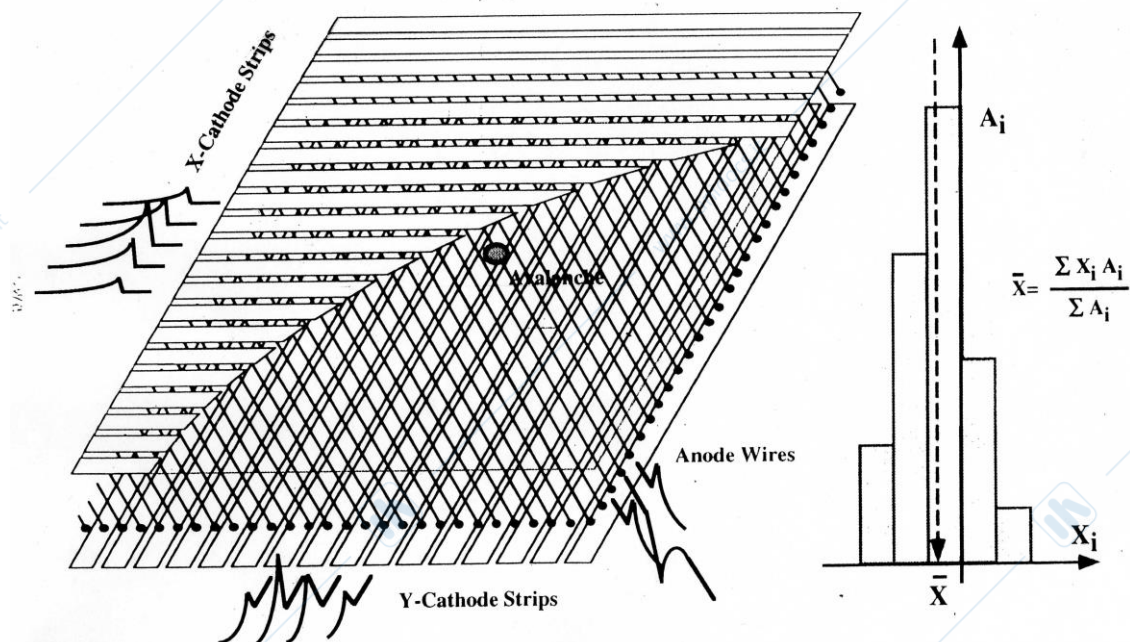


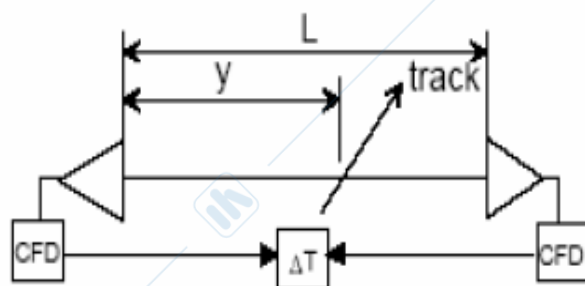
Fig 4.16 Principio del riconoscimento del punto di passaggio della particella con il metodo della lettura catodica

Altri metodi per identificare il punto lungo il filo anodico in cui avviene la scarica sono riportati in figure 4.17 e 4.18. Nel primo caso si usa un filo anodico resistivo e si misura la quantità di carica collezionata agli estremi. Il rapporto di queste cariche da' il punto di sviluppo della scarica lungo il filo. Il metodo e' rapido, ma non consente una risoluzione molto buona.



Fig 4.17 Metodo della partizione di carica per la misura del punto di sviluppo di una scarica lungo un filo anodico.

Un altro metodo consiste nella determinazione del diverso tempo di arrivo del segnale agli estremi del filo. Il metodo e' utile per una grossolana determinazione della posizione della scarica in fili piuttosto lunghi.



$$\sigma(\Delta T) = 100 \text{ ps}$$

$$\rightarrow \sigma(y) \approx 4 \text{ cm}$$

Fig 4.18 Misura della posizione della scarica in un filo con il metodo della misura temporale.

Le camere a filo così sviluppate hanno avuto ed hanno un grande uso nella sperimentazione delle alte energie. In fig 4.20 e' riportato lo schema di quelle usate nell'esperimento CMS ad LHC.

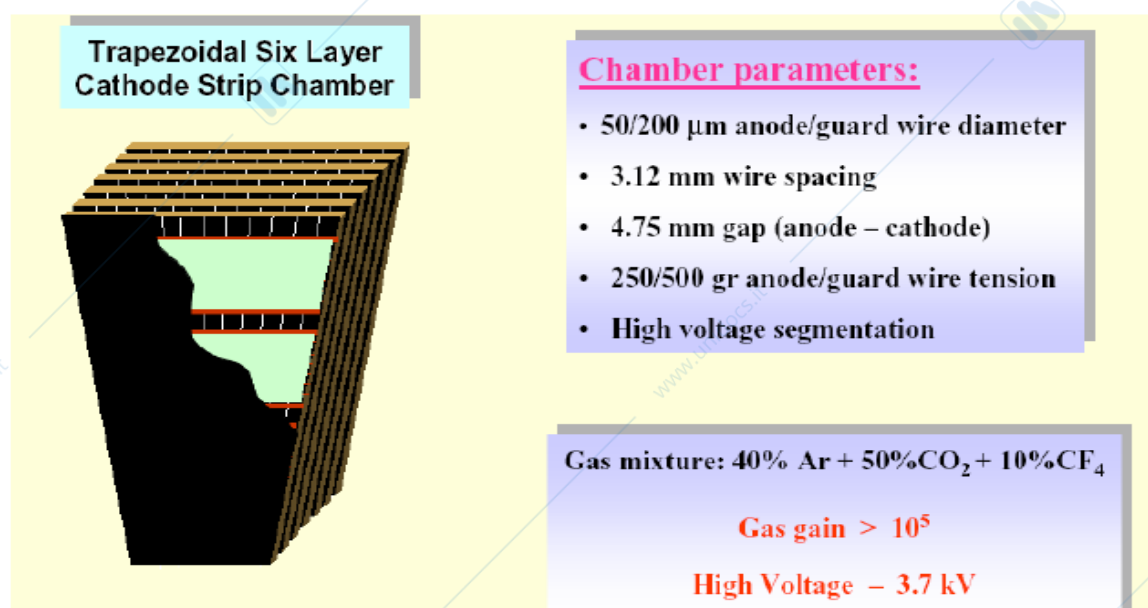


Fig 4.19 Schema delle camere MWPC usate all'esperimento CMS ad LHC

Benche' sviluppate per la alte energie le camere MWPC hanno avuto un gran numero di applicazioni.

In figura 4.20 e' schematizzato un apparato basato sulle MWPC sviluppato per la rivelazione di raggi  $\gamma$  da 0.5MeV usati per la TAC in medicina.

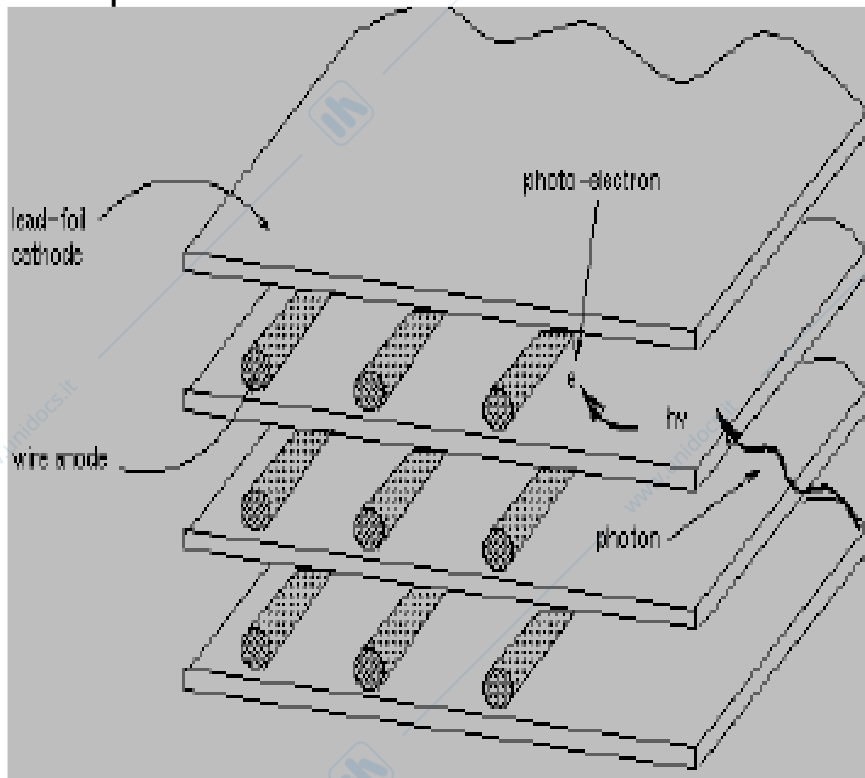


Fig 4.20 Rivelatore per raggi  $\gamma$  da 0.5 MeV per uso medico

Nel rivelatore i raggi  $\gamma$  incidono su fogli di Pb in cui vengono convertiti in elettroni che poi sono rivelati da MWPC.

#### 4.5 Camere a deriva

Per ridurre il numero dei fili di una camera e nello stesso tempo migliorarne il potere risolutivo spaziale sono state sviluppate le **camere a deriva** (drift chamber)

Il principio di questo rivelatore e' schematizzato in figura 4.20.

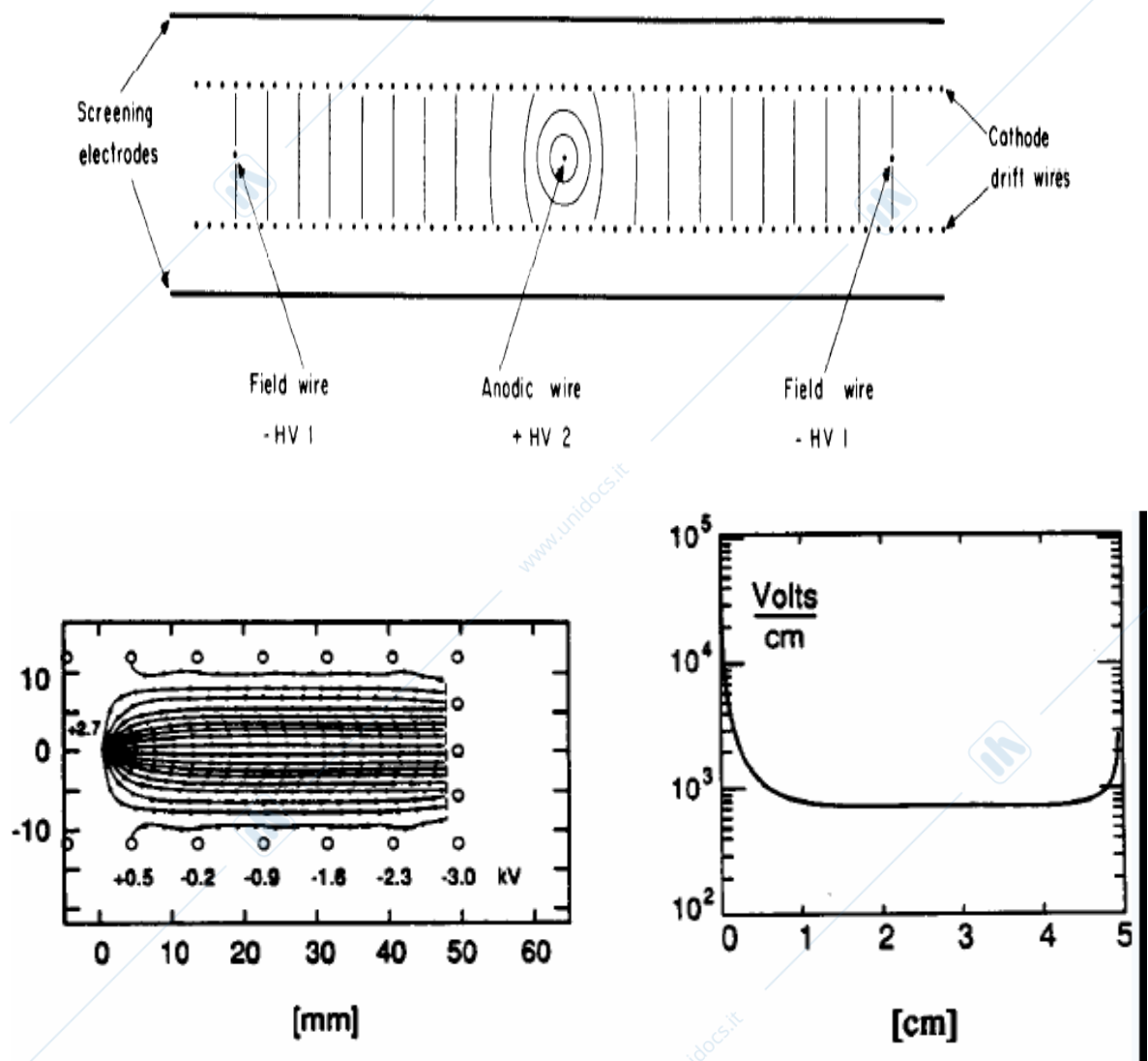


Fig 4.20 Schema di una camera a deriva e linee equipotenziali e di campo nella stessa.

In questo rivelatore il filo anodico viene rinchiuso in una cella all'interno della quale e' creato un campo costante tramite fili di catodo posti a potenziale decrescente. Due fili di catodo sono posti al potenziale minimo nel piano del filo anodico a chiudere la cella. Il campo viene scelto in modo che la moltiplicazione avvenga solo nelle estreme vicinanze del filo anodico nella restante parte della camera gli elettroni derivano verso l'anodo. Come si puo' osservare nella figura 3.10 e' possibile realizzare miscele gassose per cui la velocita'  $w$  di deriva e' quasi indipendente dalla variazione

di campo: tenendo perciò conto che in questo rivelatore la variazione è molto ridotta si può scrivere una relazione semplice tra la posizione  $s$  in cui l'elettrone viene liberato dalla particella ionizzante ed il tempo in cui arriva all'anodo generando un segnale.

$$s = \int_0^t w^- dt = w^- t \quad 4.7$$

La misura del tempo trascorso tra l'istante di ionizzazione e l'arrivo dell'elettrone all'anodo da così la posizione della traccia.

La camera a deriva ha quindi bisogno di essere accoppiata ad un rivelatore che riconosca il tempo di entrata della particella carica nella camera: questo viene comunemente fatto con uno scintillatore.

Osservando dalla figura 3.10 che le velocità di deriva sono dell'ordine di  $5 \text{ cm}/\mu\text{s}$  si può concludere che i tempi da misurare sono dell'ordine di grandezza del  $\mu\text{s}$ .

La figura 3.35 presenta la risoluzione di una camera a deriva in funzione del percorso dell'elettrone per raggiungere l'anodo. La risoluzione è condizionata da:

- 1) fluttuazioni statistiche nella produzione di elettroni per ionizzazione
- 2) diffusione
- 3) incertezza elettronica nella determinazione del tempo

Come si vede chiaramente dalla figura 3.35 la risoluzione migliora all'allontanarsi dal filo fino a quando non predomina l'incertezza dovuta alla diffusione; occorre perciò scegliere accuratamente la dimensione della cella elementare.

Nel confronto delle camere MWPC le camere a deriva presentano alcuni vantaggi:

- minore numero di fili e quindi di segnali
- migliore risoluzione spaziale
- alcune svantaggi

maggiori richieste all'elettronica  
 maggiori richieste al gas (controllo della temperatura della miscela etc..  
 maggiore difficoltà ' di trattamento dei dati in campo magnetico.

Come già detto infatti le traiettorie non sono più lungo il campo elettrico, ma vanno attentamente calcolate (figura 4.21)

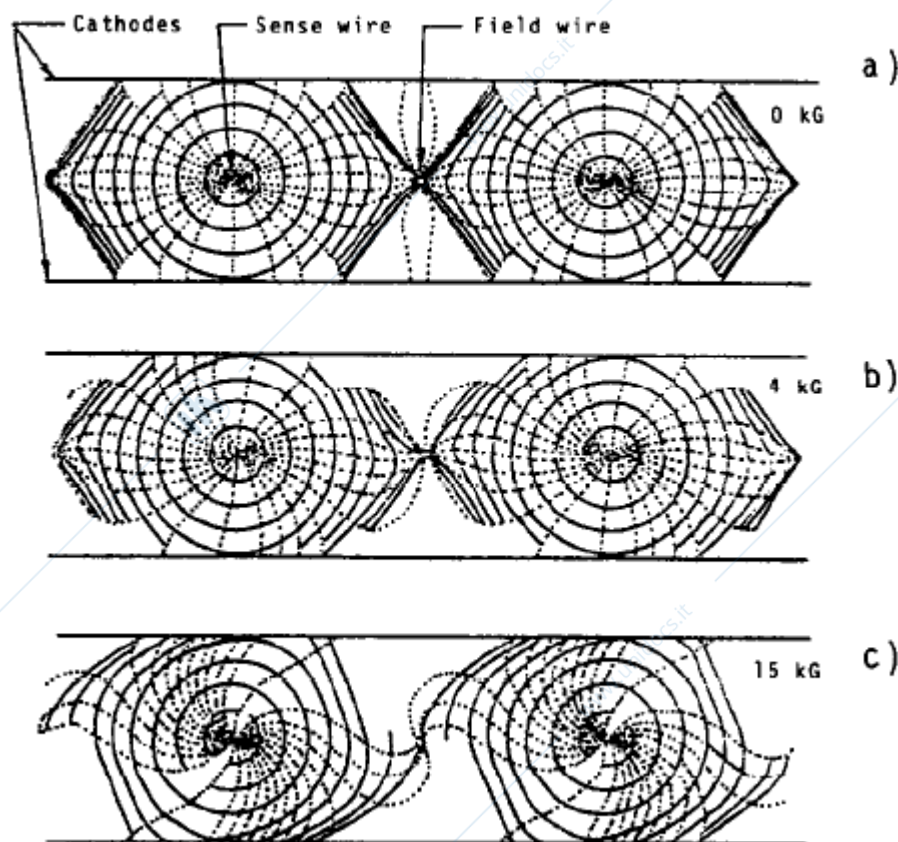


Fig . 4.21 Traiettorie di elettroni in camera a deriva per diversi valori di campo magnetico  $B$  parallelo al filo anodico. La scelta di usare camere MWPC od a deriva va perciò valutata attentamente per esperimento.

#### 4.6 TPC (Time projection Chamber)

La necessita' di studiare con apparati a  $4\pi$  eventi con un gran numero di particelle cariche senza dovere mettere nella loro traiettoria materiale che le deformerebbe riducendo il potere il potere risolutivo ha spinto i ricercatori allo sviluppo di rivelatori cilindrici di grandi dimensioni privi al loro interno di fili di rivelazione e polarizzazione. Questi rivelatori sono schematizzati in figura 4.22 e vengono detti TPC (Time projection chamber)

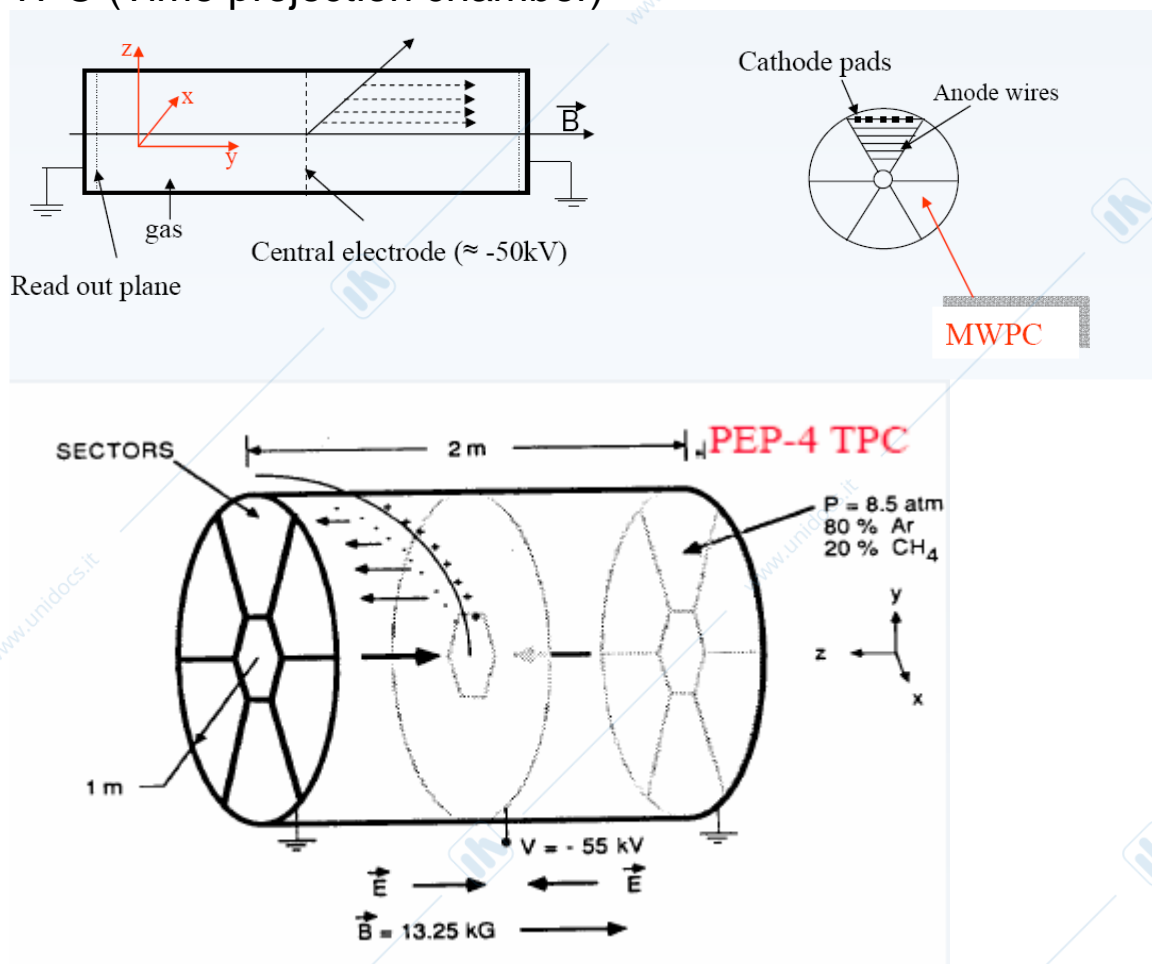


Fig 4.22 Schema di un rivelatore TPC.

Si tratta di rivelatore cilindrici di dimensioni longitudinali di alcuni metri e radiali del metro. Il rivelatore lavora in campi Magnetico  $B$  ed Elettrico  $E$  costanti , paralleli e diretti lungo

l'asse. Le cariche liberate dalla partile ionizzante vengono portate verso la base del cilindro dove sono rivelate da un insieme di camere a filo che ne determinano la posizione d'arrivo  $(x,y)$  ed il tempo impiegato a raggiungere il filo  $(z)$ . Il campo elettrico impone la deriva verso la base ed e' reso il piu' omogeneo possibile in modo che questa avvenga a velocita' costante. I campi necessari alla moltiplicazione sono generati solo alla base dove si trovano i fili anodici che vengono tenuti a potenziali che consentano di mantenere la proporzionalita'. La lettura e' fatta sui catodi che sono in genere molto frammentati (pixel)

Si misurano cosi' un gran numero di punti della traiettoria determinandola con precisione per ogni insieme di cariche la posizione  $x,y,z$  di origine e la perdita di energia. La presenza del campo magnetico permette di contenere la diffusione trasversale degli elettroni : infatti questi spiralizzano intorno alla linee di campo con un raggio ridotto e possono cosi' essere trasportati per lunghi cammini senza compromettere il potere risolutivo spaziale ( Vedi fig 4.23). Per esempio per  $E \sim \text{KV/m}$  e  $B \sim 1\text{T}$  il raggio di rotazione vale 1mm.

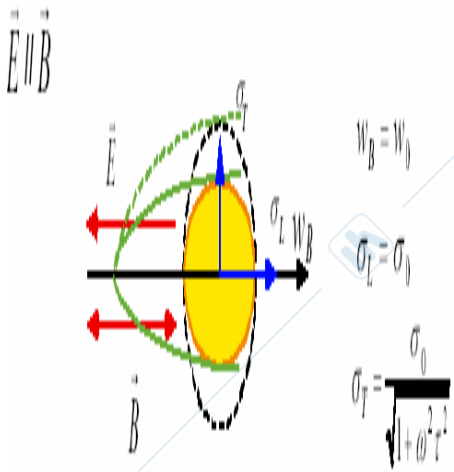
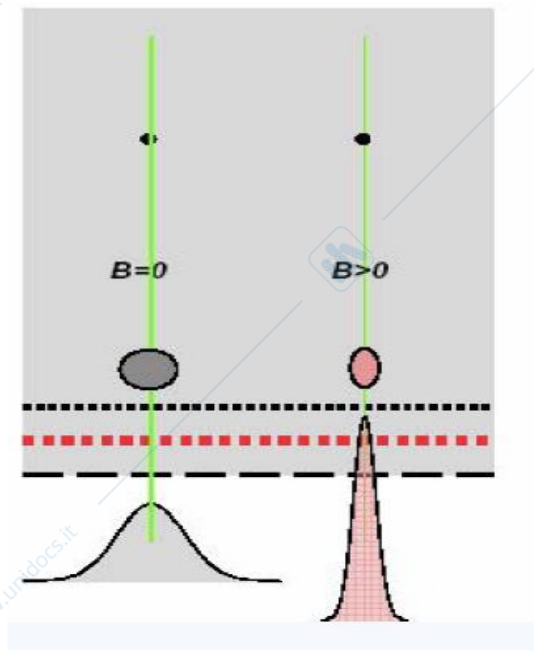
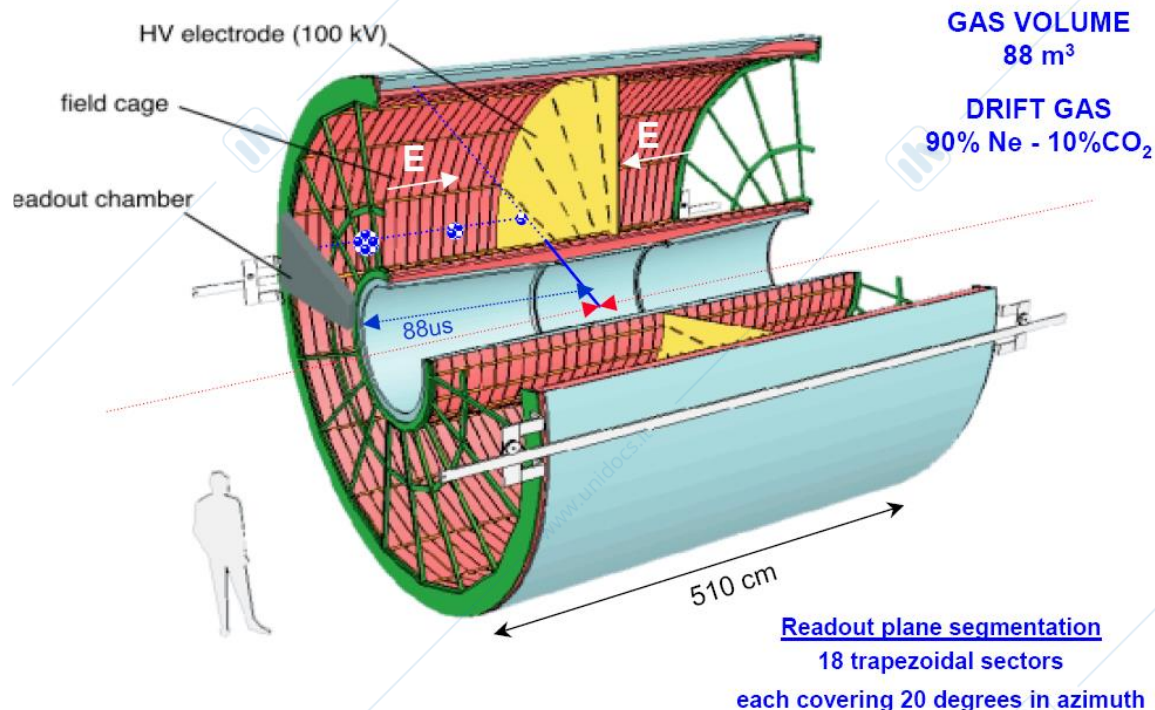


Fig 4.23 Contenimento della diffusione nel moto di una carica in campo magnetico

## ALICE TPC LAYOUT



## TPC IN HEAVY ION EXPERIMENTS

	<b>NA49</b> (fixed target, 1995)	<b>STAR</b> (collider, 2000)	<b>ALICE</b> (collider, 2005)
FC VOLUME	27 m <sup>3</sup>	56 m <sup>3</sup>	88 m <sup>3</sup>
GAS	NeCO <sub>2</sub> (90-10) (vertex)	ArCh <sub>4</sub> (90-10)	NeCO <sub>2</sub> (90-10)
GAIN	2x10 <sup>4</sup> (vertex)	3x10 <sup>3</sup>	2x10 <sup>4</sup> (vertex)
PAD SIZE (min)	56 mm <sup>2</sup>	32.8 mm <sup>2</sup>	30 mm <sup>2</sup>
Nr. CHANNELS	182 K	140 K	570 K

Fig 4.24 Schema della TPC per ALICE a LHC

Nella figura 4.24 e' rappresentato lo schema della TPC dell'esperimento ALICE ad LHC. La camera lavora in campo magnetico  $B=.5T$  in eventi di molteplicita' fino a  $2 \cdot 10^4$  particelle cariche. La costruzione di questi rivelatori e' particolarmente complicata poiche' si devono mantenere tolleranze meccaniche dell'ordine di  $100\mu m$  su distanze di metri ; il campo elettrico deve essere mantenuto costante

con due partitori di tensione costruiti sulle pareti e la purezza del gas deve essere altissima per evitare fenomeni di ricombinazione in percorsi dell'ordine del metro. Tutte queste camere hanno un setto centrale che le divide in due parti con campi elettrici paralleli e di verso opposto in modo che la raccolta delle informazioni possa avvenire sulle due basi.

#### 4.7 Rivelatori a simmetria non cilindrica (GEM)

Diversi rivelatori sono stati costruiti con geometrie non cilindriche nell'intento di rendere più agevole la loro realizzazione. In figura 4.25 sono riportate alcune contatori senza fili con zone ad alto campo realizzate in diverse configurazioni.

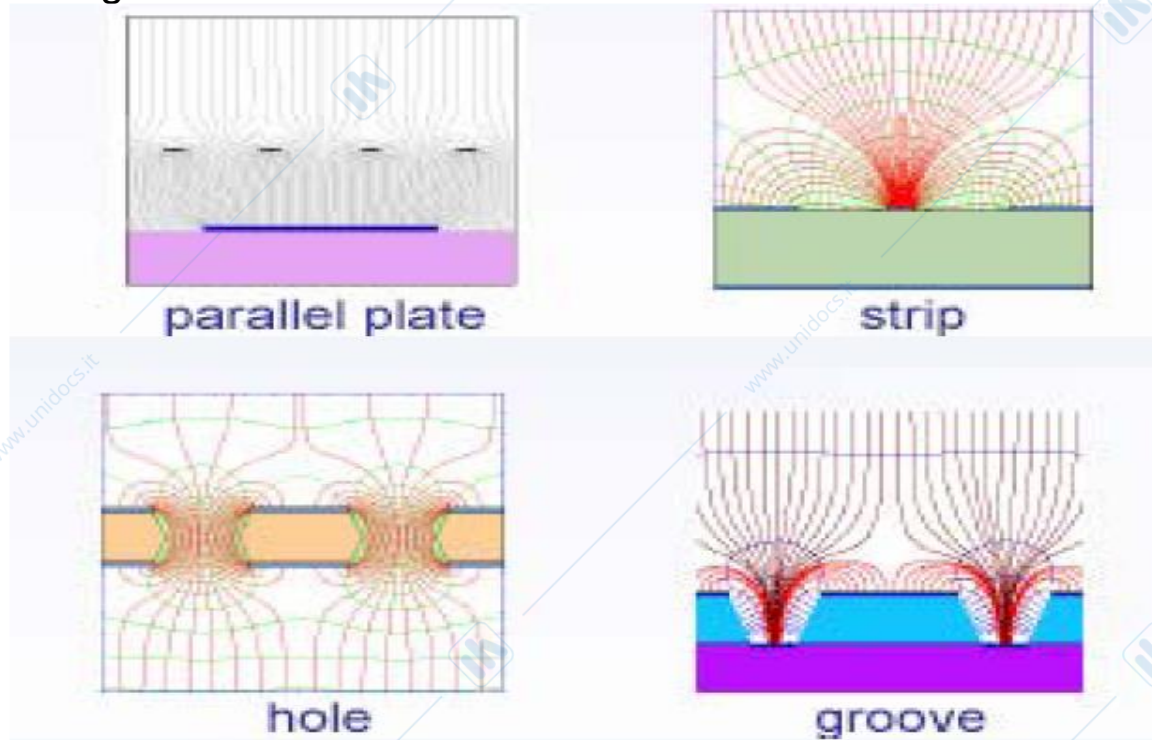


Fig 4.25 Configurazioni per generare alti campi elettrici

Tra questi merita particolare attenzione il GEM (Gas Electron Multiplier).

Il suo principio di funzionamento è mostrato in figura 4.26

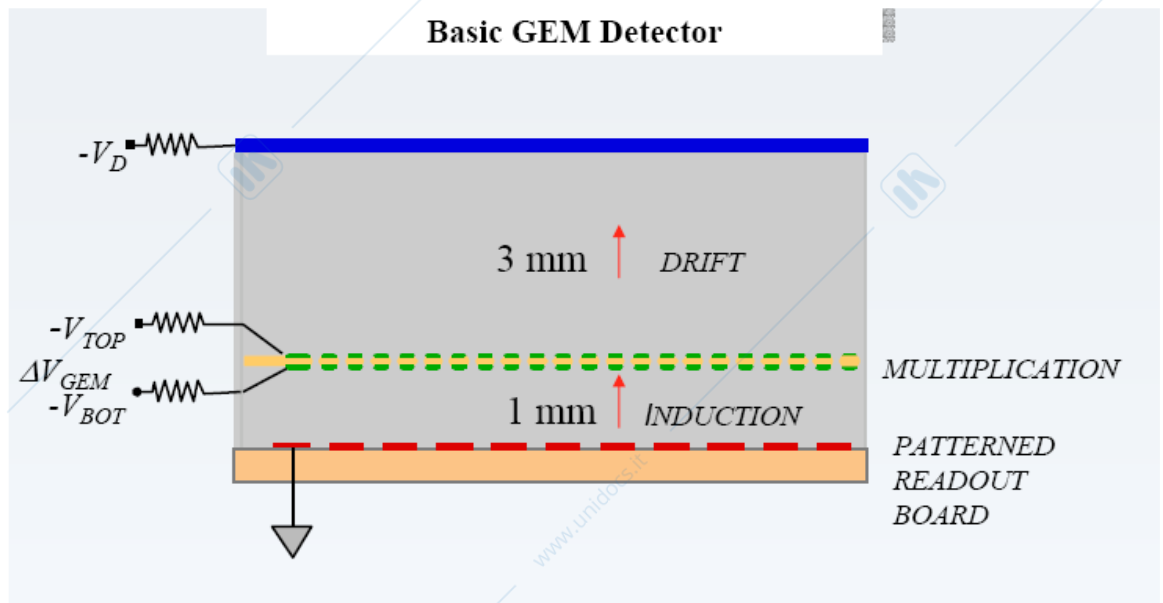


Fig 4.26 Rivelatore GEM

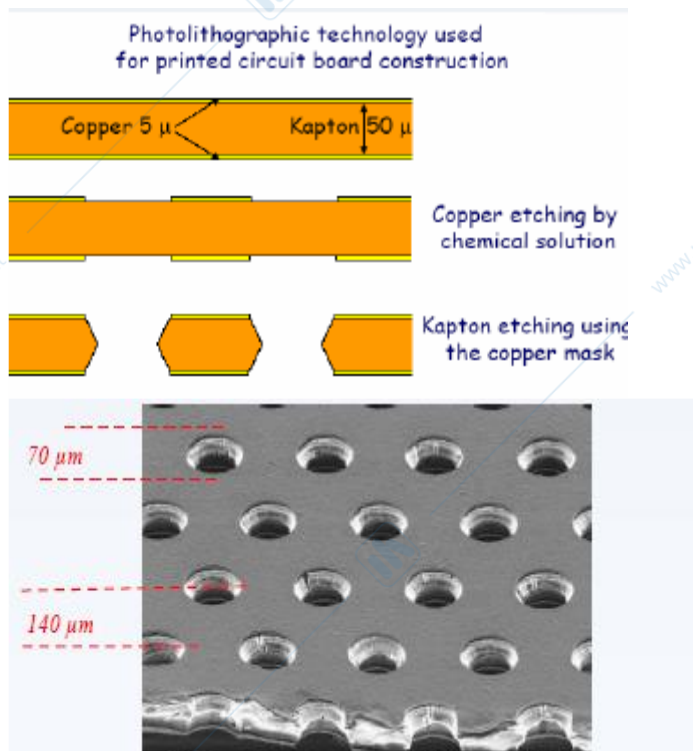


Fig 4.27 Strato centrale del rivelatore GEM

All'interno di un campo elettrico di deriva viene posto un sottile foglio isolante rivestito di sottilissimi strati di rame (vedi fig 4.27) su cui vengono fatti buchi di diametro di 70  $\mu\text{m}$  distanti 140  $\mu\text{m}$ . Tra i due strati di rame viene posto un potenziale di 400-500 V creando all'interno dei buchi campi di 100KV/cm che producono moltiplicazione. Le cariche così liberate vanno verso il catodo inducendo segnali che permettono l'identificazione del luogo dove è avvenuta la moltiplicazione (Fig 4.28)

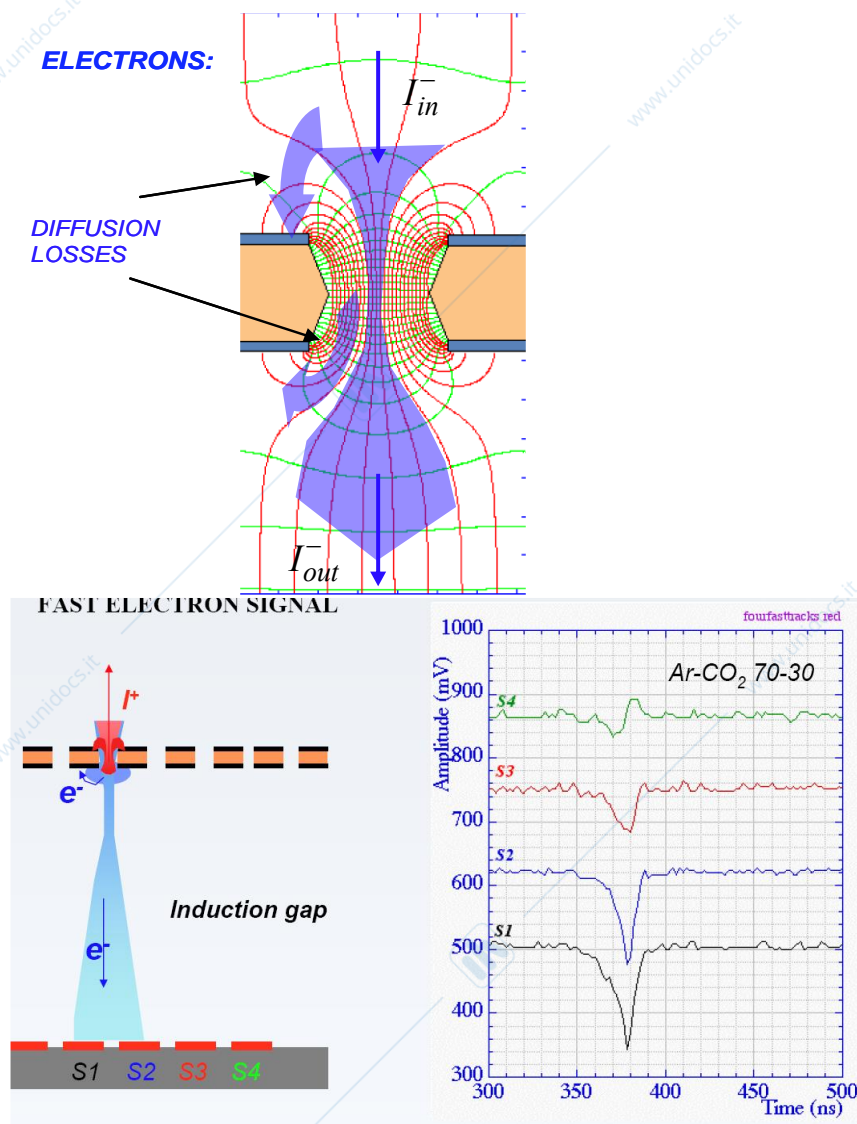
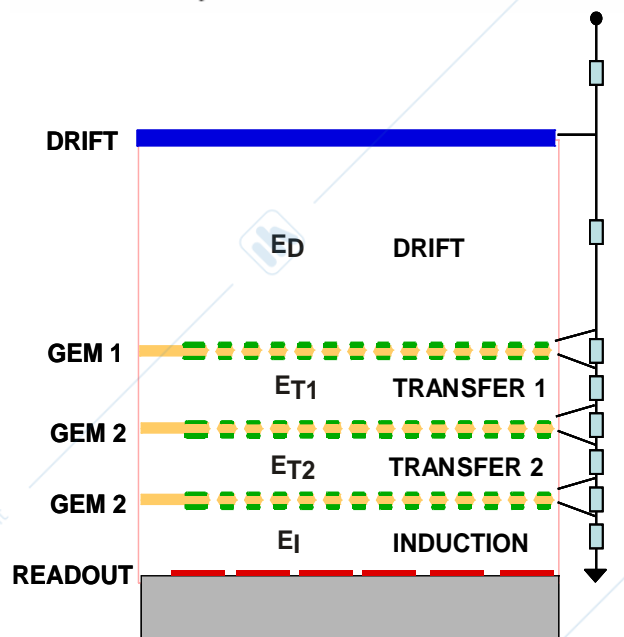
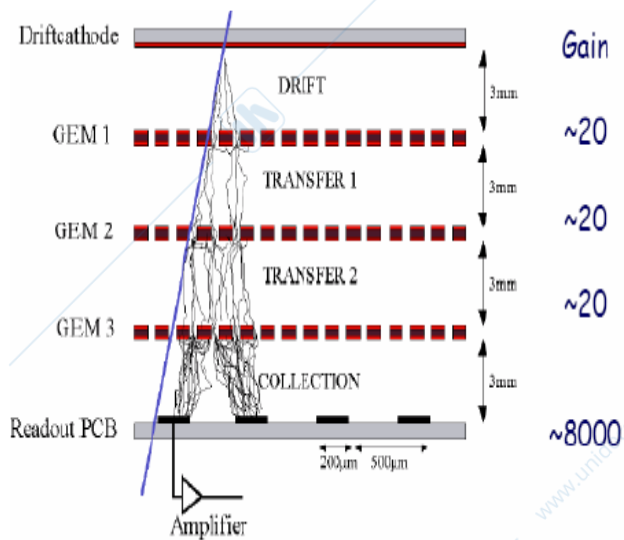


Fig 4.28 Scarica nel foglio centrale e segnale indotto ai catodi di un GEM

Per raggiungere segnali ed efficienze migliori sono stati sviluppati rivelatori a multistrati. Vedi Fig.4.29



**Fig 4.29 Rivelatore a multistrati GEM**

In figura 4.30 e' rappresentata l'utilizzazione di GEM in una TPC di ridotte dimensioni.

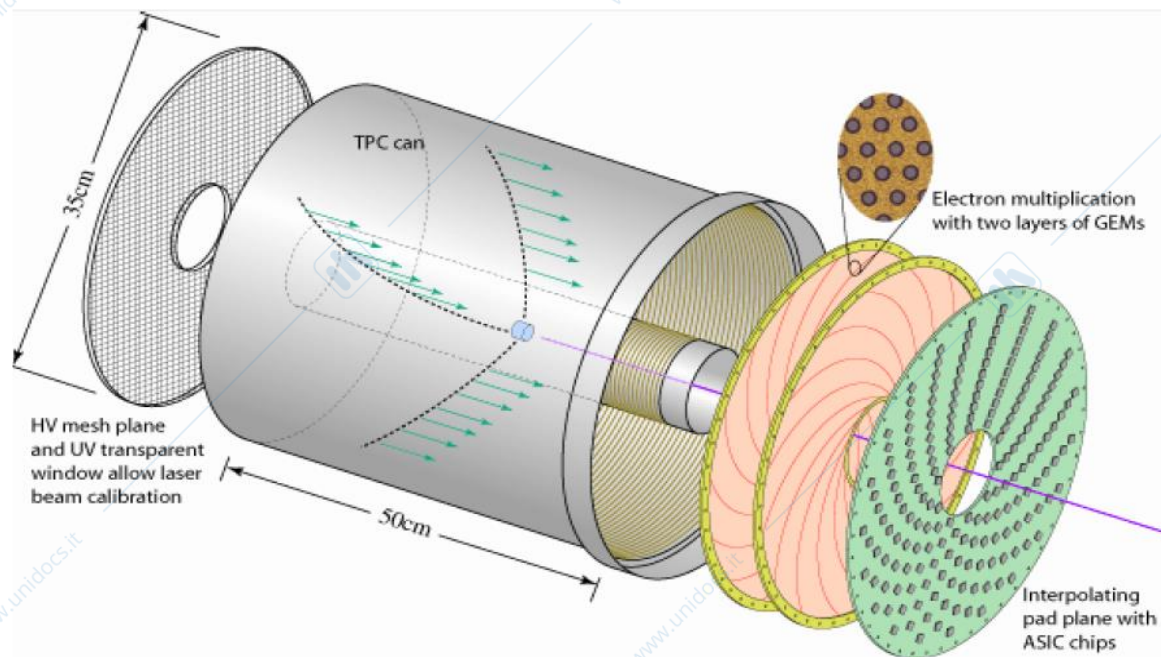


Fig 4.30 Camera TPC con rivelatore GEM

#### 4.8 Rivelatori a streamer e RPC

Lavorando con grande guadagno al limite della streamer ( $M=10^8$ ) sono stati sviluppati rivelatori in cui si perde completamente l'informazione analogica sulla ampiezza del segnale, ma si mantiene una sufficiente risoluzione spaziale con segnali molto ampi facili da gestire. Nei tubi a streamer schematizzati in fig 4.31 i catodi sono resistivi e permettono l'uscita dei segnali che vengono così raccolti in elettrodi completamente esterni al rivelatore. Questi tubi sono di semplice costruzione e possono essere di lunghezza di alcuni metri permettendo la costruzione di rivelatori di grande area usati nella fisica dei raggi cosmici e nella parte più grande dei rivelatori agli acceleratori. Il catodo interno ha resistività di  $0.2-0.5 \text{ M}\Omega\text{cm}$  e la miscela gassosa deve essere fortemente 'quenched' la risoluzione spaziale è dell'ordine del cm.

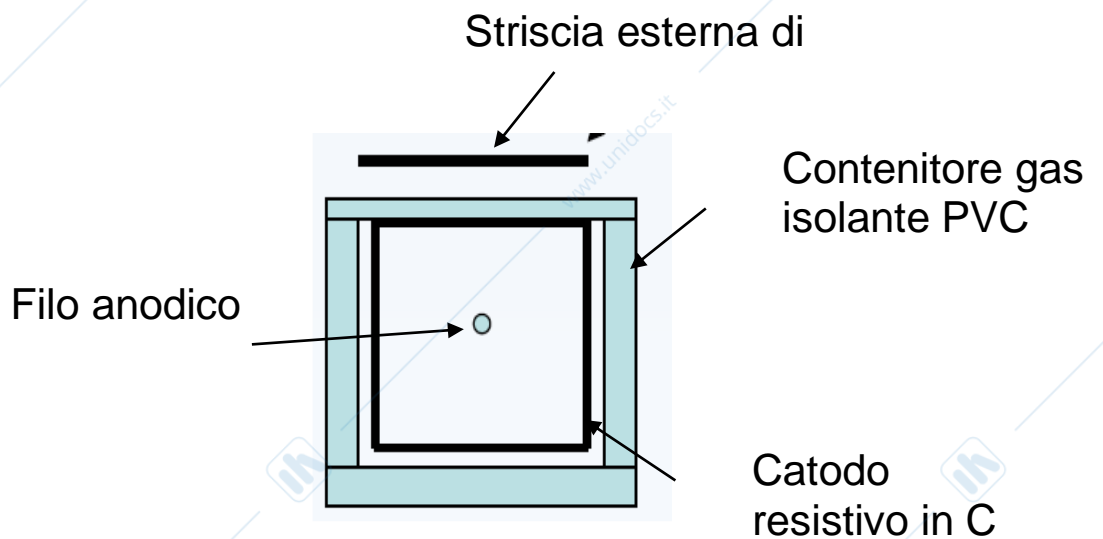
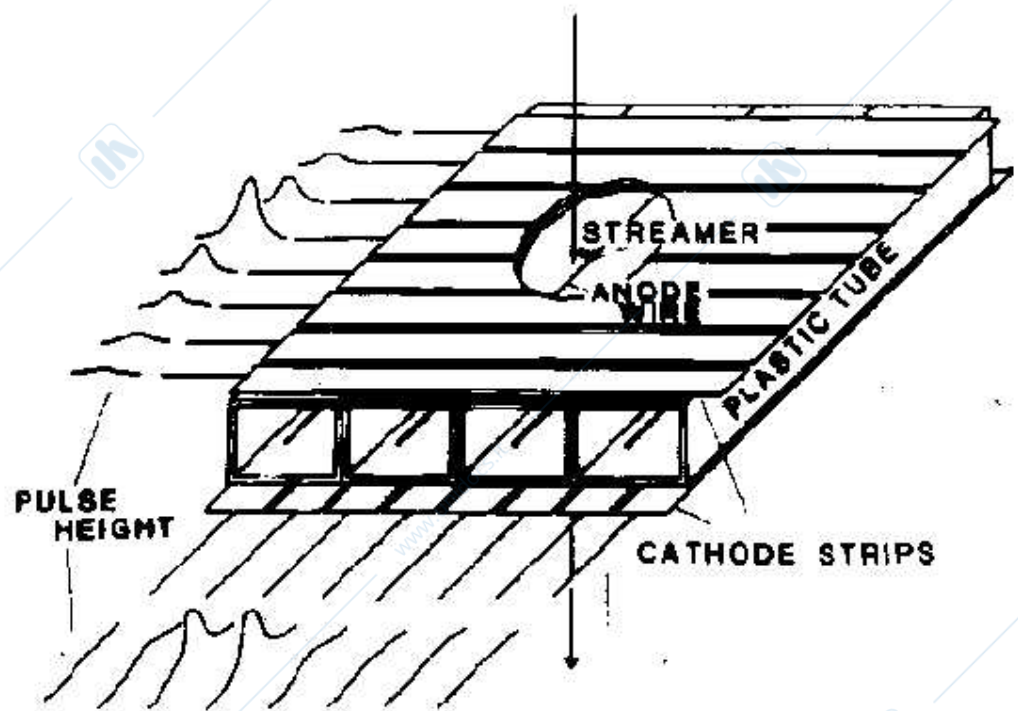


Fig 4.31 Schema dei tubi a streamer

Sempre nell'intento di realizzare rivelatori di grande area e relativamente poco costosi sono state prodotte le camere

il cui schema è ' riprodotto in fig.4.32

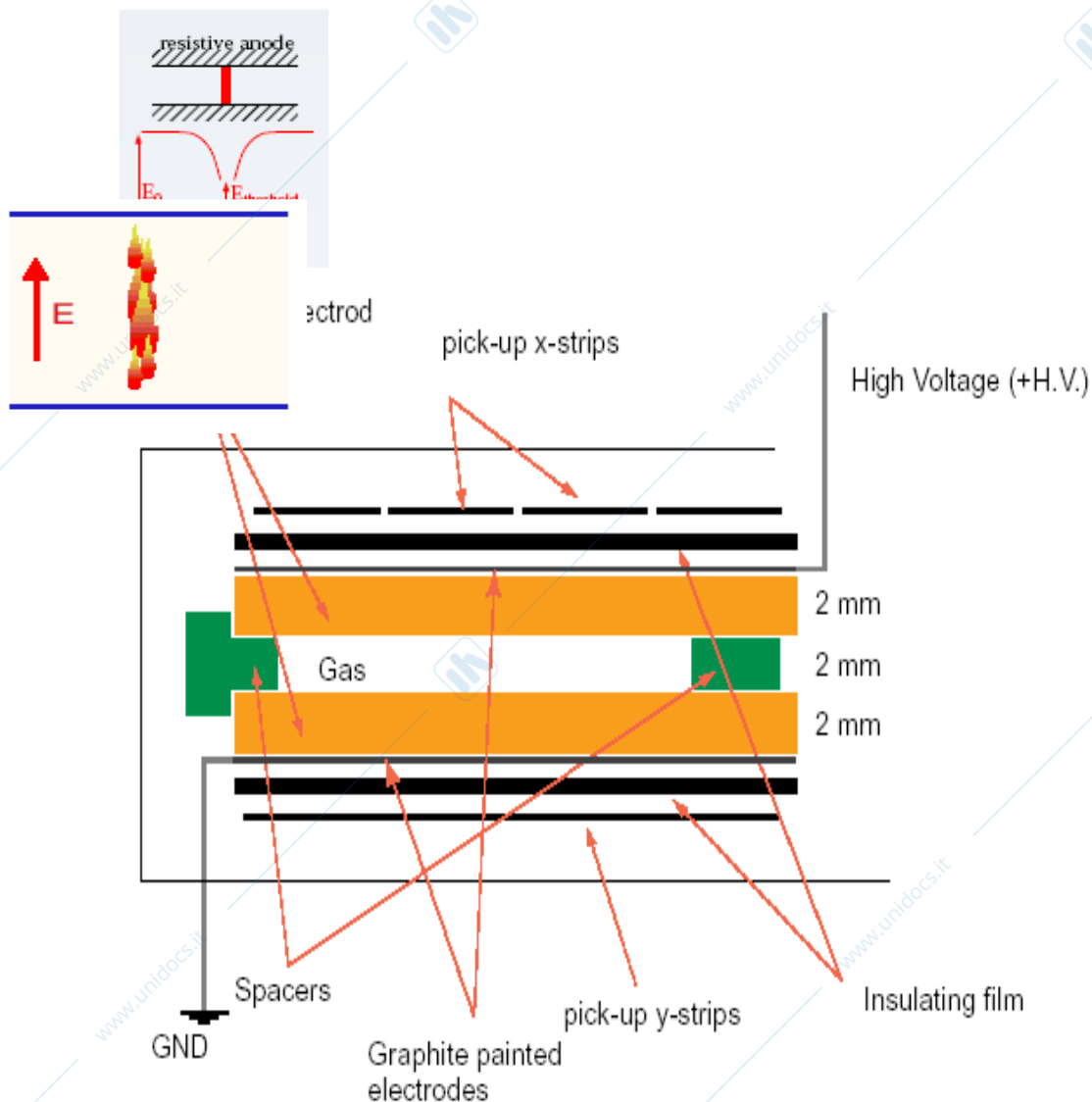


Fig 4.32 Schema di un rivelatore RPC.

Si tratta di un rivelatore a facce piane parallele con elettrodi di grande resistività'. Il rivelatore ha campo Elettrico uniforme e puo' essere portato in regime di streamer o di valanga ad alto guadagno.

Tipicamente i due 2 elettrodi di 2mm ad alta resistività' sono fatti di vetro  $\rho = 10^{12} \Omega\text{cm}$  o di bakelite  $\rho = 10^9 - 10^{11} \Omega\text{cm}$ ; le facce esterne sono ricoperte da grafite con  $\rho \sim 0.2-$

0.5 MΩ/□; l'alta tensione utilizzata vale ~5-8 kV I segnali vengono letti su strisce esterne alla scatola isolante contenente il gas. L'alta resistività degli elettrodi consente di limitare la zona in cui si sviluppa la valanga o la streamer poiché a causa delle cariche spaziali, che si accumulano sugli elettrodi nella zona corrispondente alla scarica, il campo E diminuisce in questa zona fino a che le cariche non vengono comunque disperse. In figura 4.33 e' riportati il circuito equivalente ed il tempo di recupero della zona in cui e' avvenuta la scarica che risulta dell'ordine di millisecondi nel caso della streamer.

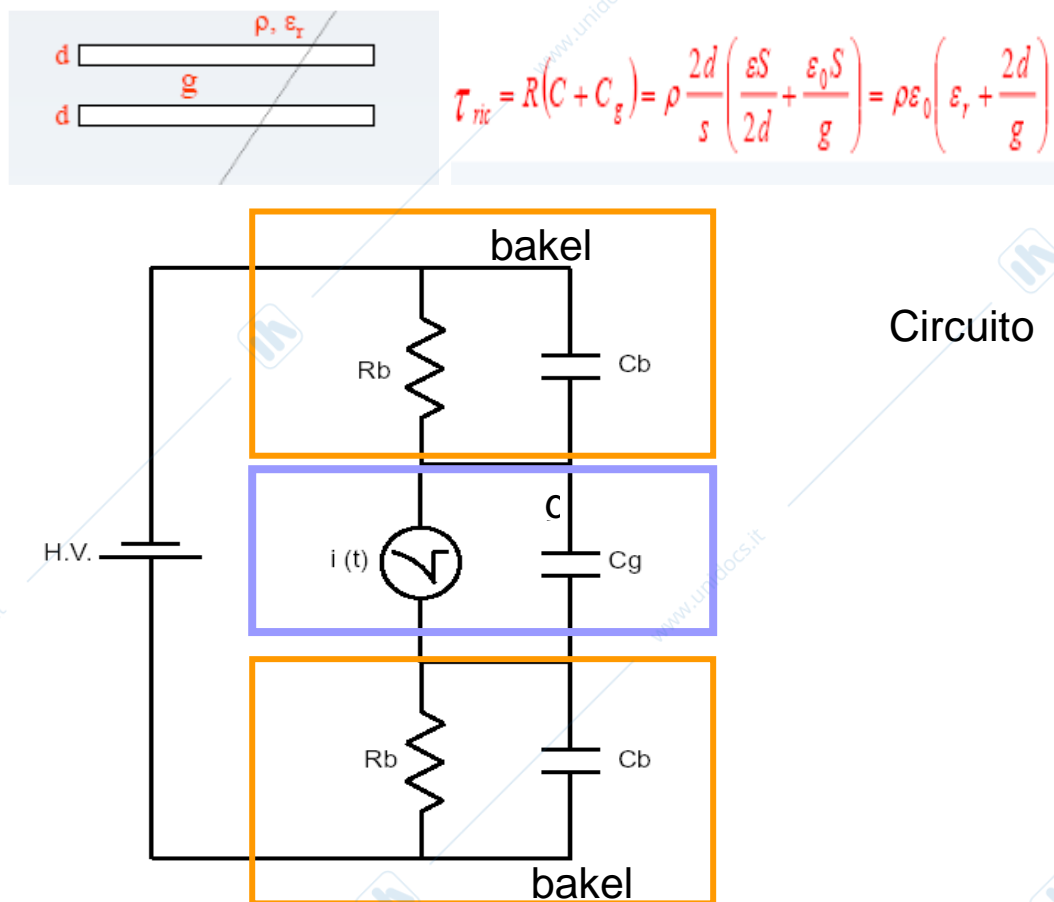


Fig 4.33 Circuito equivalente di un RPC e tempo di ricarica.

In figura 4.34 sono rappresentati i segnali indotti nelle strisce dal passaggio di una particella carica.

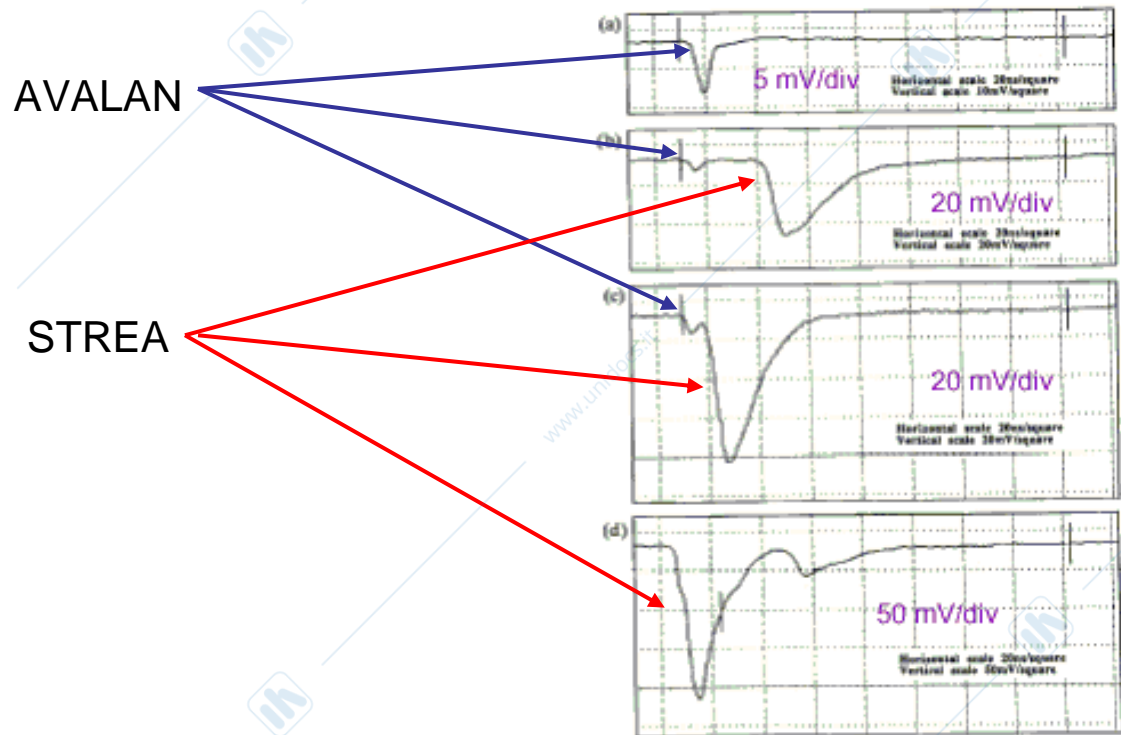


Fig 4.34 Segnali di una RPC

Come si vede il segnale di streamer e' preceduto da un segnale piu' piccolo indotto dalla valanga.

Gli RPC sono in generale usati in condizioni di streamer in esperimenti per la misura di raggi cosmici in cui sono ricoperte aree dell'ordine di  $100 \text{ m}^2$

Per effetto del loro piccolo gap tra gli elettrodi sono rivelatori intrinsecamente dotati di ottima risoluzione temporale ( $\sim 1 \text{ ns}$ ) e di facile costruzione meccanica che possono avere risoluzioni spaziali dell'ordine del cm e richiedono elettronica relativamente semplice per effetto del grande segnale che generano. La miscela di gas utilizzata deve essere in grado di avere un alto potere di 'quenching' Un esempio e' il seguente

$50\% \text{ Ar} + 41\% \text{ C}_2\text{H}_2\text{F}_4 + 8\% \text{ C}_4\text{H}_{10} + 1\% \text{ SF}_6$ .

Il limite principale di questi rivelatori e' dato dal rate di particelle rivelato che non puo' superare (in caso di streamer) il valore di  $10 \text{ Hz/cm}^2$

Questo valore puo' pero' essere largamente superato (fino a qualche centinaio al  $\text{cm}^2$ ) se le camere sono usate in regime di valanga. In questo caso la carica liberata per evento e' centinaia di volte minore e basta un tempo molto minore del millisecondo per restaurare dopo ogni evento il campo che provoca la valanga. Naturalmente in questo caso il segnale e' molto minore ed occorre percio' una elettronica piu' sofisticata ed una miscela di gas diversa. Un esempio di miscela GASSOSA e' il seguente  $96.5\% \text{ C}_2\text{H}_2\text{F}_4 + 3\% \text{ C}_4\text{H}_{10} + 0.5\% \text{ SF}_6$ .

In figura 4.35 e' riportata l'efficienza di una camera in funzione della tensione applicata. Come si vede si raggiunge un plateau di efficienza intorno al 90% in parte dovuto ad effetti geometrici.

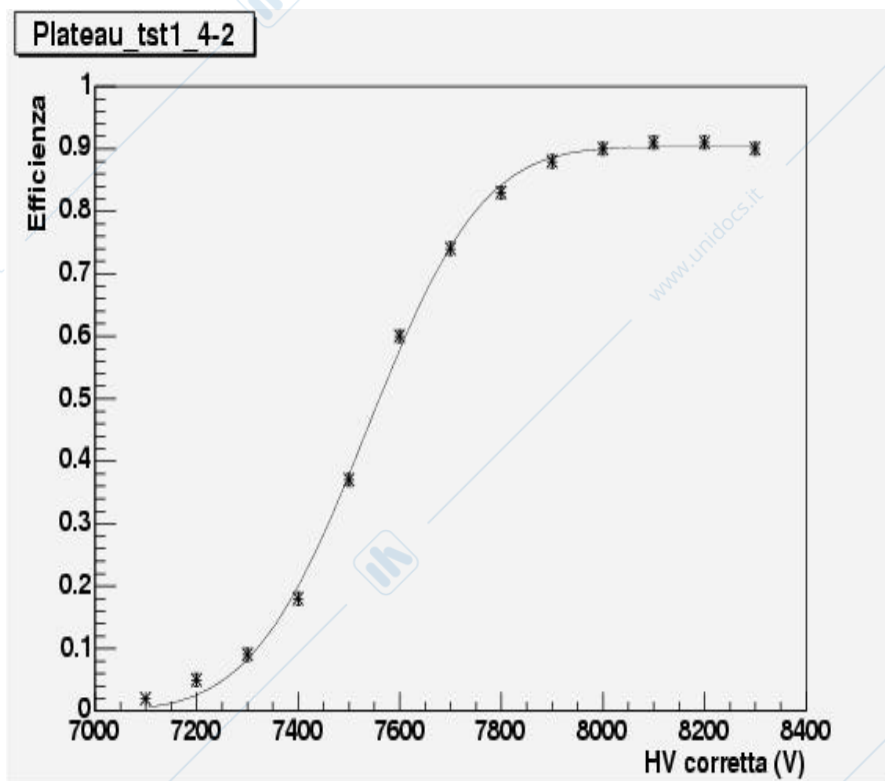


Fig 4.35 efficienza di un RPC in regime di streamer in funzione della tensione.

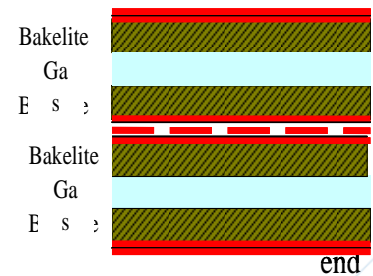
Sono stati sviluppati diversi rivelatori RPC per essere usati agli acceleratori in regime di valanga. Per migliorarne le prestazioni sono stati realizzati sistemi a molti gap due dei quali sono presentati in figura 4.36.

1. RPC a doppia gap (CMS):

2 rivelatori identici con strip di lettura poste in mezzo

Il segnale nelle 2 gap e' correlato, il rumore no

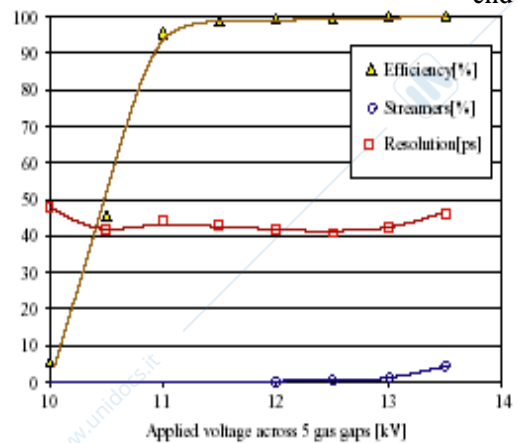
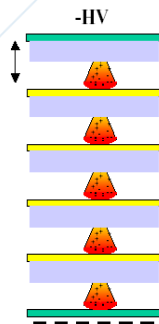
→ aumento del rapporto segnale/rumore



2. RPC multigap (ALICE TOF):

riduzione delle dimensioni della gap (250µm)

→ miglioramento risoluzione temporale



La valanga nelle singole gap si sviluppa indipendentemente mentre il segnale e' la somma dei segnali prodotti da tutte le valanghe

A.N. Akimov et al. / Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A 533 (2004) 74-78

Fig 4.36. Schemi di RPC a multi gap per l'uso al LHC.

## 5 Rivelatori a semiconduttori

### 5.1 Proprieta' delle giunzioni np

Se si vuole realizzare una camera a ionizzazione con un materiale solido occorre trovare un materiale nel quale non vi siano cariche libere, ma in cui l'interazione di una particella possa produrne ed in cui, una volta prodotte, le cariche siano in grado di muoversi lungo le linee del campo elettrico verso gli elettrodi.

Come e' noto i solidi dal punto di vista della conducibilita' si caratterizzano per l'energia che separa la banda di valenza da quella di conduzione. Fig 5.1

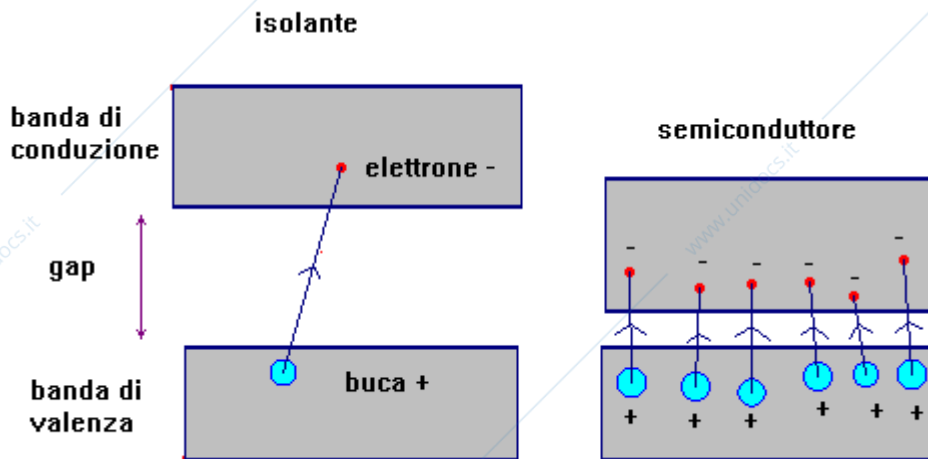
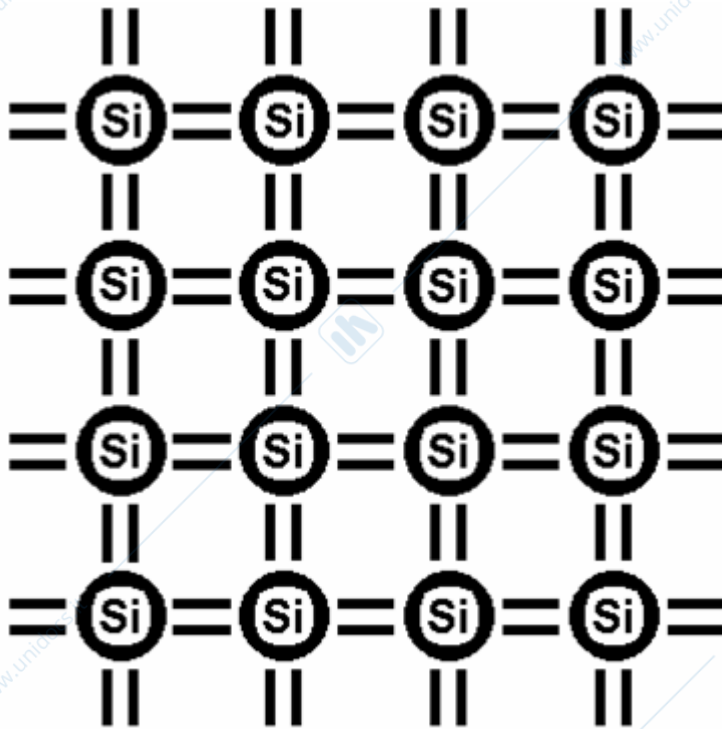


Fig 5.1 Bande di valenza e di conduzione nei solidi.

Negli isolanti le due bande sono separate di alcuni eV mentre nei semiconduttori la separazione e' dell'ordine del eV.

I valori tipici sono Ge= 0.7 eV Si = 1.1 eV GaAs= 1.4 eV  
Diamante 5.5 eV.

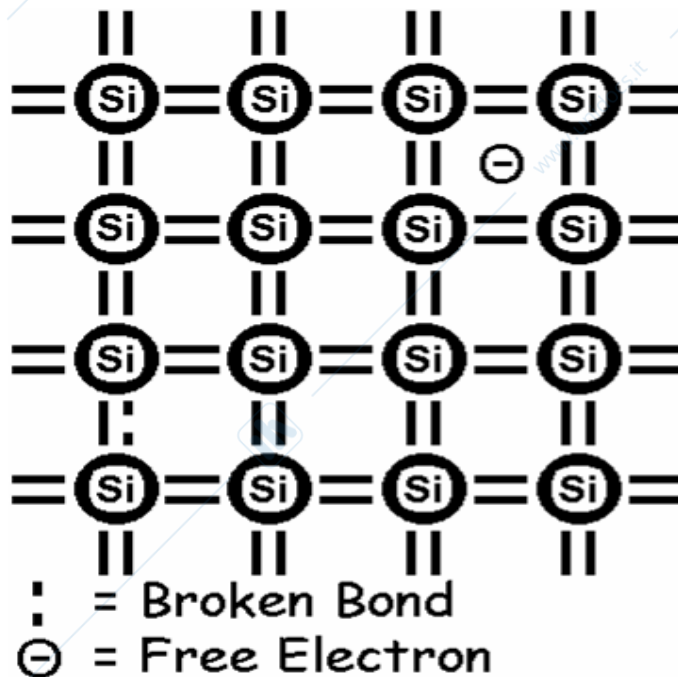
La situazione e' descritta per il Si a  $0^0$  K in figura 5.2 : ogni atomo di Si ha 4 atomi vicini , tutti gli elettroni sono legati e riempiono completamente la banda di valenza. In questo caso se si applica al cristallo un campo elettrico non si ha alcuna corrente.



Each Si atom has 4 nearest neighbors  
Si atom: 4 valence electrons and 4+ ion core  
8 bond sites / atom  
All bond sites filled  
Bonding electrons shared 50/50  
= Bonding electron

Fig 5.2 Cristallo di Si a  $0^0$  K. Non esistono elettroni liberi.

Se però un legame viene rotto per effetto di radiazioni o della energia termica l'elettrone passa nella banda di conduzione lasciando un buco in quella di valenza. L'elettrone è libero di muoversi così come il buco che viene colmato da un elettrone di un atomo vicino. La situazione è quella descritta in figura 5.3. Sono presenti elettroni liberi un campo elettrico provoca corrente.



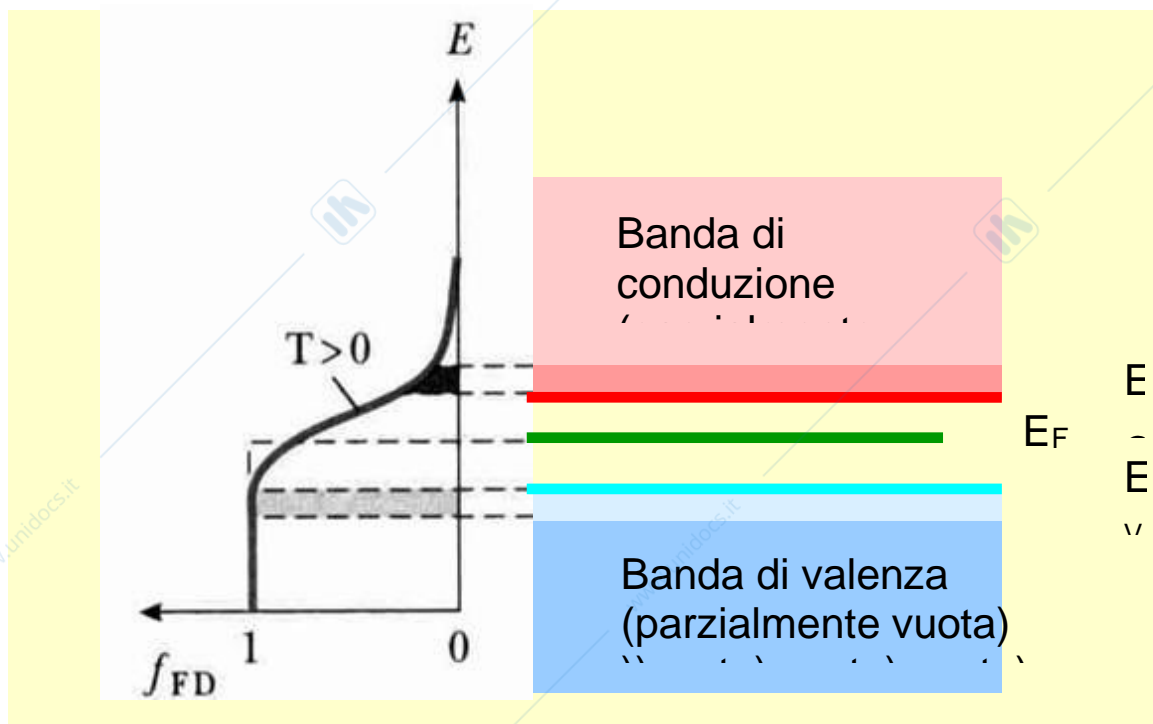
Enough thermal energy  $\sim kT$  ( $k=8.62E-5$  eV/K) to break some bonds

Free electron and broken bond separate

One electron for every "hole" (absent electron of broken bond)

Figura 5.3 Cristallo di Si a temperature ambiente.  
Sono presenti elettroni liberi

In figura 5.4 è descritta la situazione



A  $T = 0$ , la banda di valenza è piena di elettroni e la banda di conduzione vuota  $\rightarrow$  conducibilità zero.

L'energia di Fermi  $E_F$  è a metà di un gap piccolo ( $< 1$  eV) tra la banda di conduzione e la banda di valenza.

A  $T > 0$ , gli elettroni vengono eccitati termicamente dalla banda di valenza alla banda di conduzione,  $\rightarrow$  conducibilità misurabile.

Fig 5.4 Riempimento delle bande di valenza e conduzione di un semiconduttore a temperatura  $T$ .

Si può calcolare il numero di elettroni liberi per unità di volume nel semiconduttore che è dato da:

$$n_i = 2 \left( \frac{m^* c^2 k_B T}{2\pi(\hbar c)^2} \right)^{3/2} e^{-E_{gap}/2k_B T} \approx 2 \left( \frac{0,2 \cdot 0,5 \cdot 10^6 \cdot 3 \cdot 10^{-2} (eV)^2}{6 \cdot (2 \cdot 10^{-7} eVm)^2} \right)^{3/2} e^{-1,1/2 \cdot 3 \cdot 10^{-2}}$$

$$\approx (10^{16} m^{-2})^{3/2} e^{-18} \approx 10^{16} m^{-3}$$

5.1

Il valore numerico e' dato per il Si mentre per il Ge e circa  $10^3$  volte maggiore.

Questo valore va confrontato con  $10^{29} m^{-3}$  per i metalli conduttore.

Le cariche libere sono poche ,ma sufficienti a creare una corrente continua in un campo elettrico che non permette l'utilizzazione del semiconduttore come rivelatore.

Infatti si puo' calcolare la Conducibilita' dovuta ad elettroni e buche data

$$\sigma = ne\mu_n + pe\mu_p \quad 5.2$$

Per i due piu' comuni semiconduttori valgono questi valori:

Si

$$\begin{aligned} \mu_n &= 1350 \text{ cm}^2/\text{Vs} & \mu_p &= 480 \text{ cm}^2/\text{Vs} \\ \rho &= 1/\sigma \quad 2,3 \cdot 10^5 \text{ } \Omega\text{cm} & \text{a } T &= 300\text{K} \end{aligned} \quad 5.3$$

Ge

$$\begin{aligned} \mu_n &= 3900 \text{ cm}^2/\text{Vs} & \mu_p &= 1900 \text{ cm}^2/\text{Vs} \\ \rho &= 1/\sigma \quad 47 \text{ } \Omega\text{cm} & \text{a } T &= 300\text{K} \end{aligned} \quad 5.4$$

Questi valori non permettono l'uso di semiconduttori come rivelatori di particelle alla temperatura ambiente.

I semiconduttori che non contengono impurezze sono detti intrinseci e per essi vale che il numero di elettroni  $n$  (portatori di carica negativa) e buche  $p$  (portatori di carica positiva) sono uguali

$$n=p=n_i$$

5.5

La situazione cambia drasticamente se si introducono volutamente materiali 'droganti' che possono essere come descritto in figura 5.5 atomi pentavalenti o trivalenti. Nel caso del materiale pentavalente (es P) viene introdotto viene a formarsi un livello molto prossimo a quello di conduzione e l'elettrone in più ha alta probabilità di essere libero per la sua energia termica. Il materiale viene detto donatore.

Nel caso dell'atomo trivalente (es Al) il nuovo livello è molto vicino a quello di valenza e si può facilmente formare un buco libero.

Il materiale è detto accettore.

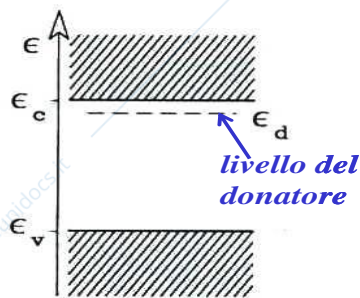
Il livello del donatore è circa 0.01 eV sotto la banda di conduzione

molto probabile il passaggio in conduzione a  $T=300\text{K}$

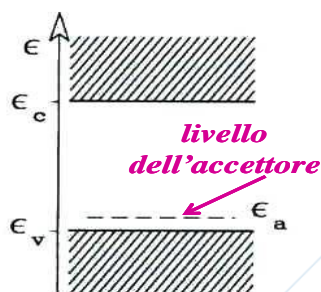
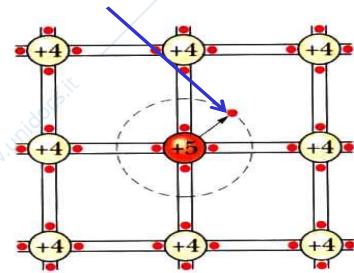
$$E=0.025\text{eV}$$

Il livello di accettore in Si è a 0.045 eV.

La situazione è descritta in figura 5.5



*drogaggio tipo "n" con un atomo pentavalente (fosforo): il donatore introduce un livello energetico  $E_d$  molto popolato poco sotto il fondo della banda di conduzione  $E_c$*



*drogaggio tipo "p" con un atomo trivalente (Al): l'accettore introduce un livello energetico  $E_a$  molto popolato poco sopra la cima della banda di valenza  $E_v$*

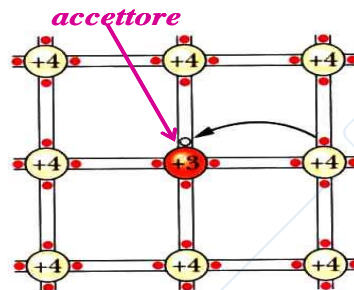


Fig 5.5 Drogaggio di semiconduttori con donatori ed accettori.

Si può cercare di costruire una regione priva di cariche ponendo a contatto un materiale con donatore con uno contenente accettore.

Nella **giunzione** accade che gli elettroni ed i buchi liberi diffondono per moto termico: gli elettroni passano dalla regione n a quella p abbandonando i rispettivi atomi donatori e lasciando così una zona carica positiva nella regione n: questa carica spaziale esercita una forza sugli elettroni che diffondono nella zona p creando un potenziale positivo. Quando questa energia supera l'energia termica degli elettroni il fenomeno di diffusione si arresta.

Un processo analogo avviene per i buchi che diffondono nella regione n. La diffusione dei buchi e degli elettroni attraverso la giunzione porta alla formazione di una regione con una concentrazione molto ridotta di cariche mobili (**regione di svuotamento**) circondata da due regioni conduttive che sono le zone n e p. La formazione delle due regioni impedisce il fluire di cariche attraverso la giunzione. La barriera di potenziale è tipicamente di ampiezza pari al 50-90% del gap e dipende dal drogaggio relativo delle due zone n e p.

Questo avviene in equilibrio termico ed è descritto in figura 5.6.

Drift and diffusion are related by  
The Einstein relation

$$\overline{J}_{\text{diffusion}} = -Dq\vec{\nabla}n \quad \overline{J}_{\text{drift}} \approx \mu qn\vec{E}$$

$$D = \frac{kT}{q} \mu$$

This relation got Einstein his Nobel prize

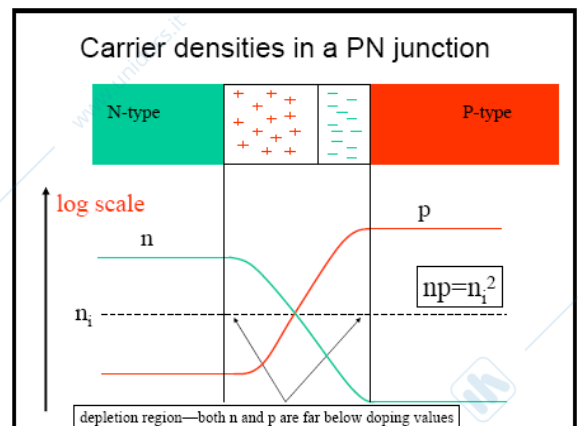
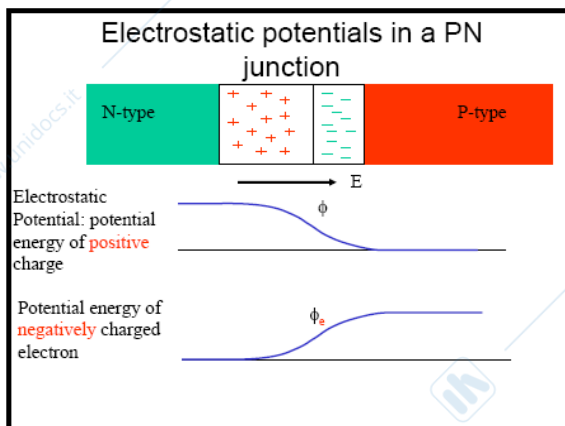
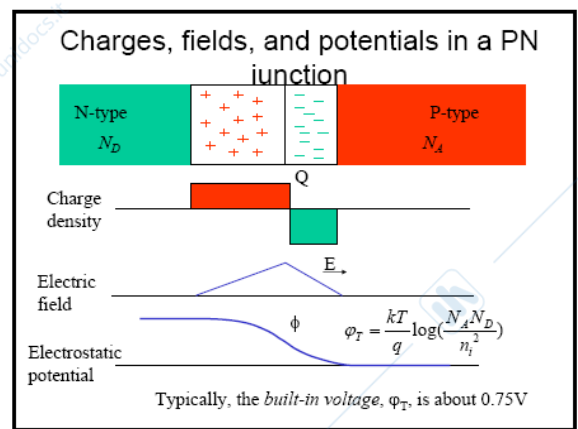
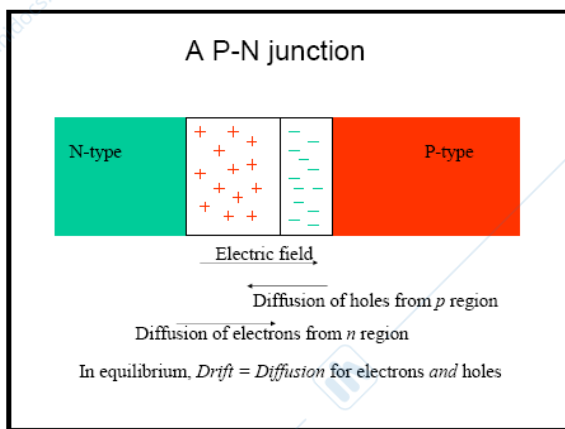
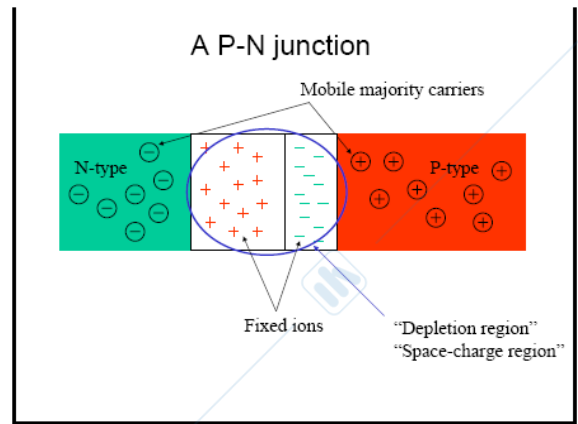


Fig 5.6 Formazione e caratteristiche di una regione di svuotamento in una giunzione np in equilibrio termico.

Si può modificare questa situazione applicando alla giunzione un potenziale esterno. Ciò può essere fatto in due diversi modi.

- 1 Potenziale positivo applicato nella regione p
- 2 Potenziale negativo applicato nella regione n

In questo caso il potenziale applicato (vedi figura 5.7) **riduce la barriera di potenziale della giunzione**

Polarizzazione diretta

Gli elettroni fluiscono dalla regione n attraverso la giunzione e' possibile una forte corrente

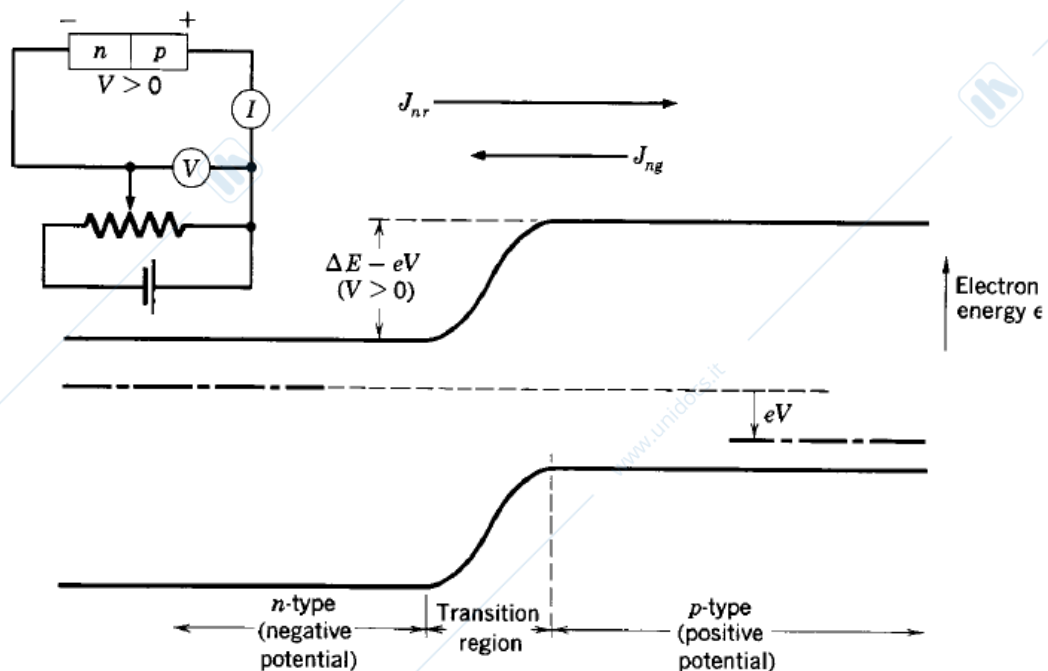


Fig 5.7 Effetti di una polarizzazione diretta applicata ad una giunzione.

Potenziale negativo applicato alla regione p

Potenziale positivo applicato alla regione n

In questo caso il potenziale applicato (vedi figura 5.8) **aumenta la barriera di potenziale della giunzione**

## Polarizzazione inversa

Gli elettroni non passano attraverso la giunzione

La giunzione funziona da diodo

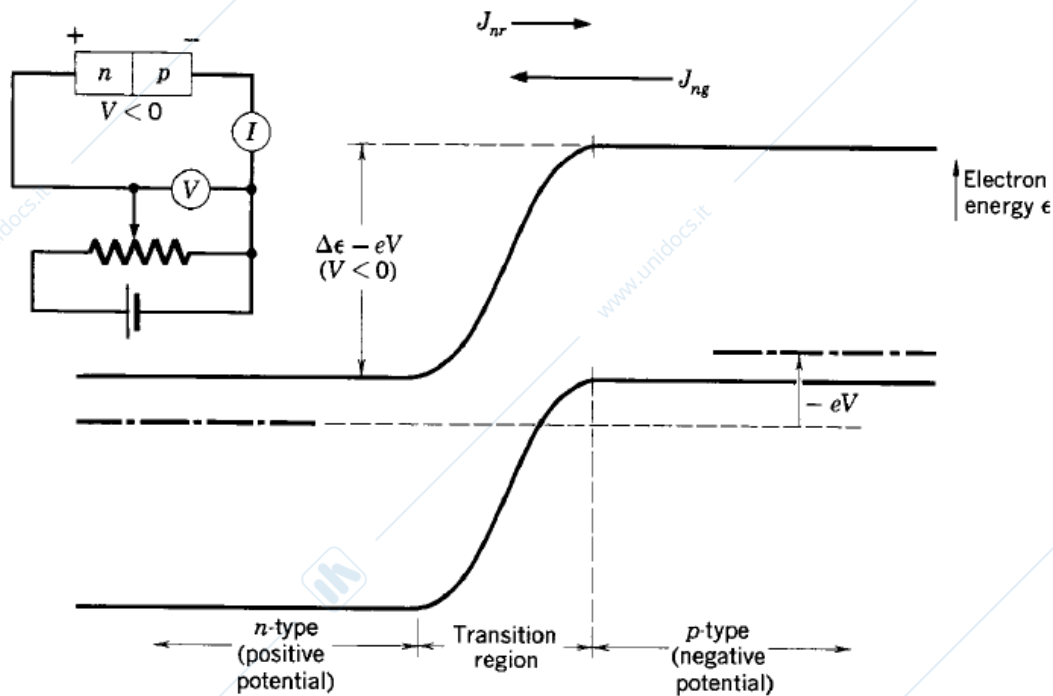


Figura 5.8 Effetti di una polarizzazione inversa applicata ad una giunzione

In questo caso la larghezza della zona svuotata aumenta ed il sistema puo' essere usato come rivelatore.

Per valutare la larghezza della zona svuotata si puo' fare un semplice calcolo basato sulla distribuzione riportata in figura 5.9

alla quale sia applicato un potenziale inverso

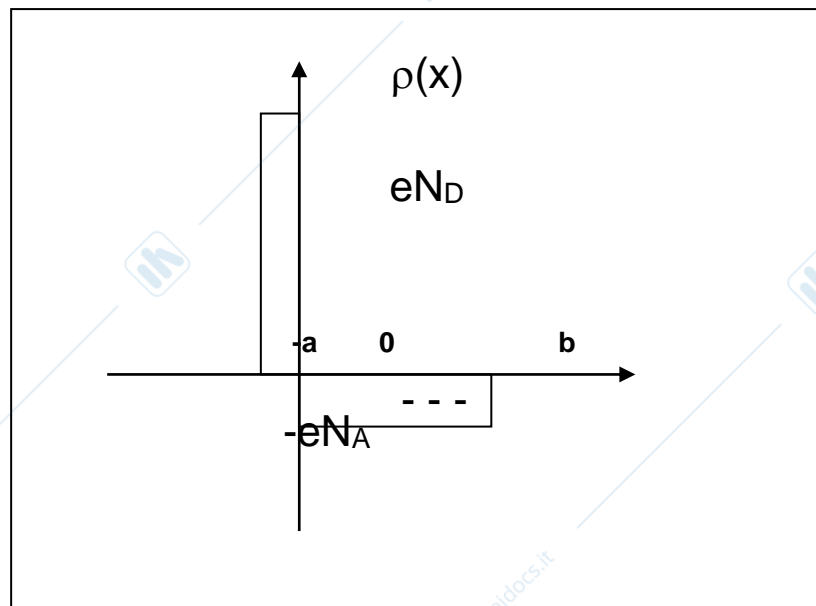


Figura 5.9 Distribuzione di carica idealizzata in una giunzione np

Si assume che la distribuzione di carica sia :

Carica spaziale uniforme positiva (i siti donatori ionizzati)  
 $eN_D$  nell'intervallo  $-a < x \leq 0$

Carica spaziale uniforme negativa (i siti accettori pieni)  
 $eN_A$  nell'intervallo  $0 < x \leq b$

e che

$$N_D \gg N_A \quad 5.6$$

Poiché la carica deve essere conservata sarà:

$$eN_D = eN_A \quad 5.7$$

per cui  $b \gg a$

Per calcolare il potenziale  $\phi$  generato da questa distribuzione di carica si deve risolvere l'equazione di Poisson:

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} = -\frac{eN_D}{\epsilon} \quad \text{per} \quad -a < x \leq 0 \quad 5.8$$

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} = \frac{eN_A}{\epsilon} \quad \text{per} \quad 0 < x \leq b$$

Questa equazione puo'essere integrata ponendo le condizioni che il campo elettrico ai limiti sia nullo:

$$E = -d\phi/dx(-a) = -d\phi/dx(b) = 0 \quad 5.9$$

Si ottiene :

$$d\phi/dx = -eN_D(x+a)/\epsilon \quad \text{per} \quad -a < x \leq 0 \quad 5.10$$

$$d\phi/dx = +eN_A(x-b)/\epsilon \quad \text{per} \quad 0 < x \leq b$$

In figura 5.10 e 'rappresentato il campo che si ottiene

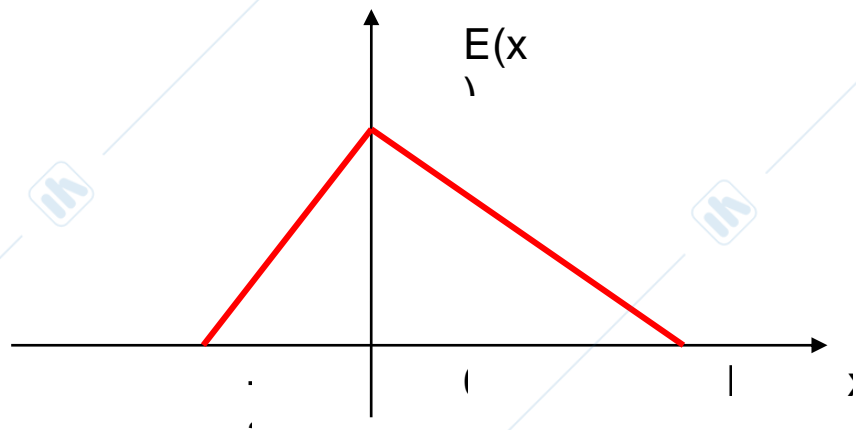


Figura 5.10 Campo elettrico generato dalla distribuzione di carica di figura 5.9

Integrando una seconda volta si trova  $\phi$ , usando le condizioni al contorno;

$$\phi(-a) = V \quad \text{e} \quad \phi(b) = 0$$

si ottiene la distribuzione di potenziale

$$\begin{aligned} \phi &= -eN_D(x+a)^2/2\varepsilon + V & \text{per} & \quad -a < x \leq 0 \\ \phi &= +eN_A(x-b)^2/2\varepsilon & \text{per} & \quad 0 < x \leq b \end{aligned} \quad 5.11$$

La distribuzione  $E'$  è rappresentata in figura 5.11

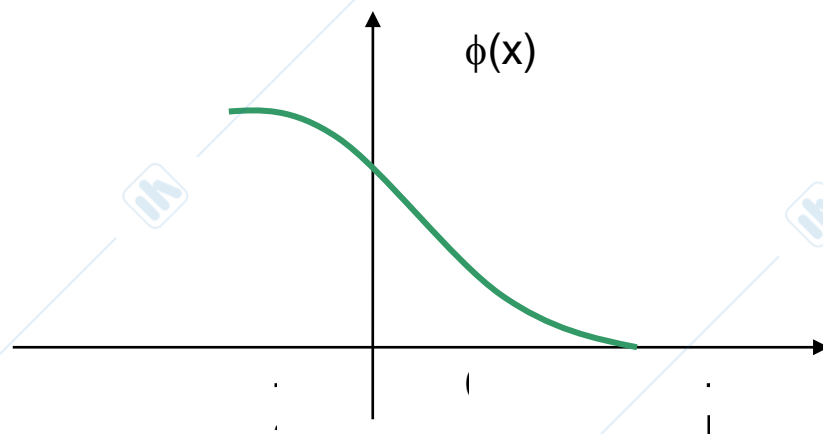


Figura 5.11 Distribuzione di potenziale dovuta alla distribuzione di cariche di figura 5.9

Si puo' ricavare il valore di  $V$  tenendo conto che le due espressioni di  $\phi(x)$  devono avere lo stesso valore per  $x=0$  si ha;

$$V - eN_D a^2 / 2\epsilon = eN_A b^2 / 2\epsilon \quad N_A b^2 + N_D a^2 = 2\epsilon V / e \quad 5.12$$

Poiche'

$$N_D a = N_A b \quad \text{si ha} \quad (a+b) b = 2\epsilon V / e N_A \quad 5.14$$

Chiamando  $W=a+b$  la regione di svuotamento e ricordando che  $b \gg a$  si ottiene infine

$$W = \sqrt{\frac{2\epsilon V}{e N_A}} \quad 5.15$$

La formula puo' essere generalizzata indicando con  $N$  la concentrazione del tipo di Si che ha la minore concentrazione

$$W = \sqrt{\frac{2\varepsilon V}{eN}} \quad 5.16$$

Ricordando che per la resistività del materiale vale la:

$$\rho = (\mu e N)^{-1} \quad 5.17$$

con  $\mu$  mobilità del portatore libero di carica si può scrivere

$$W = (2\varepsilon\mu\rho V)^{1/2} \quad 5.18$$

Se poi si tiene conto che non vi è solo la tensione inversa applicata, ma anche la tensione propria della giunzione  $V_i$  si avrà

$$W = (2\varepsilon\mu\rho V + V_i)^{1/2} \quad 5.19$$

È evidente che per avere una zona di svuotamento più spessa possibile sarà conveniente lavorare con materiale della più grande resistività possibile.

Nel caso di un diodo a facce piane parallele di area  $A$  la regione di svuotamento forma un condensatore di capacità;

$$C = \varepsilon A/W \quad 5.20$$

Valori tipici sono di  $1\text{pF}/\text{mm}^2$  per un diodo di spessore  $100\ \mu\text{m}$ .

## 5.2 Rivelatori a giunzione

Come detto nel paragrafo precedente si può realizzare con una giunzione np una regione completamente svuotata di cariche che può quindi essere usata come una camera a ionizzazione per dare segnali quando il passaggio di una particella si risolve nella generazione di coppia e-h particella buca. Se si instaura un campo elettrico nella zona svuotata i portatori liberi muovono verso gli elettrodi generando un segnale. Le modalità di formazione del segnale saranno quella descritte per la camera a ionizzazione nel paragrafo 3.8/1.

I tempi di raccolta per rivelatori di  $300\mu\text{m}$  sono di 10-20ns. Le cariche indotte nello stesso rivelatore dal passaggio di una particella al minimo sono di 3,5 fC (22000 elettroni). Nella figura 5.12 sono riportate le energie  $\epsilon_i$  spese dalle particelle per creare una copia elettrone buca nel semiconduttore. I valori sono dell'ordine del eV o di pochi eV.

Ricordando che la risoluzione percentuale in energia di un rivelatore in cui la particella cede energia E dipende dal numero di coppie N create ed ha come limite :

$$\Delta E/E \propto (1/N)^{1/2} \propto 1/(E/\epsilon_i)^{1/2} \propto \epsilon_i^{-1/2} \quad 5.21$$

dalla figura 5.12 appare chiaramente che i rivelatori semiconduttori hanno risoluzione energetiche migliori dei rivelatori gas in cui la creazione di una coppia richiede circa 30 eV

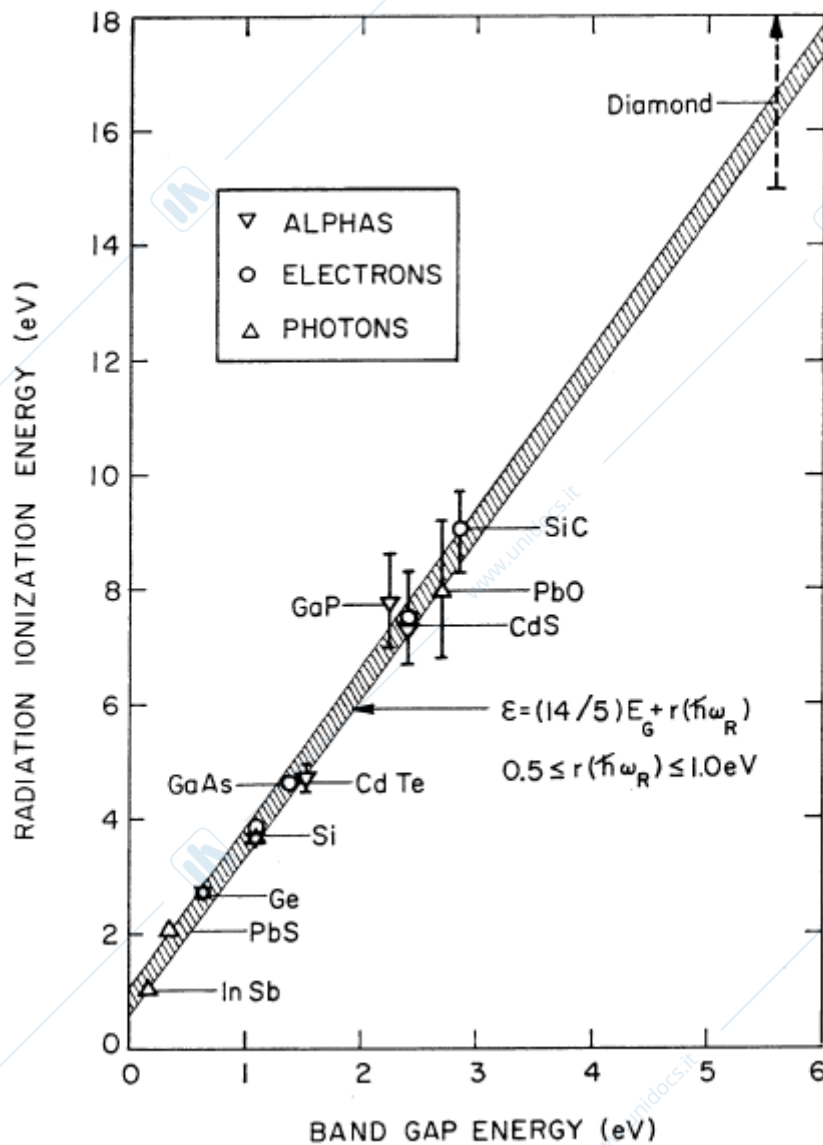


Fig 5.12 Energia spesa da una particella per creare una coppia particella buca in un semiconduttore.

In figura 5.13 e' descritta la realizzazione di un rivelatore semiconduttore. Un volume di Si di tipo n di grande purezza drogato debolmente ha al suo estremo un sottile strato di materiale di tipo p fortemente drogato. Dalla 5.19 appare infatti che solo con un materiale debolmente drogato si puo' realizzare una zona di svuotamento di spessore consistente che dipende dalla tensione inversa e dalla resistivita' del materiale.

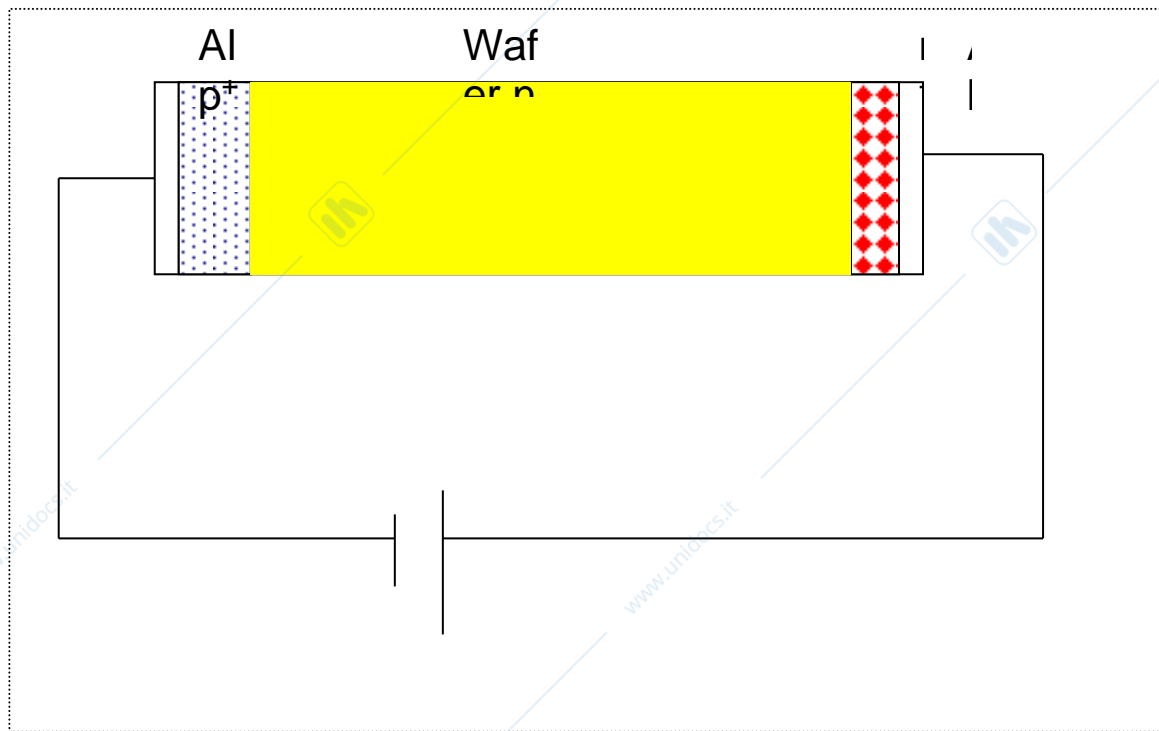


Fig 5.14 Schema di un contatore semiconduttore

Se lo spessore del Si utilizzato è  $T$  si può estendere la zona di svuotamento fino a questo valore usando una tensione inversa data dalla 5.9

$$T^2/2\epsilon\mu\rho = V_T$$

Nella figura 5.15 è riportata la situazione del campo in funzione dello spessore per tensioni superiori, uguali a minori di  $V_T$ . Nelle varie configurazioni il rivelatore verrà classificato come totalmente o parzialmente svuotato

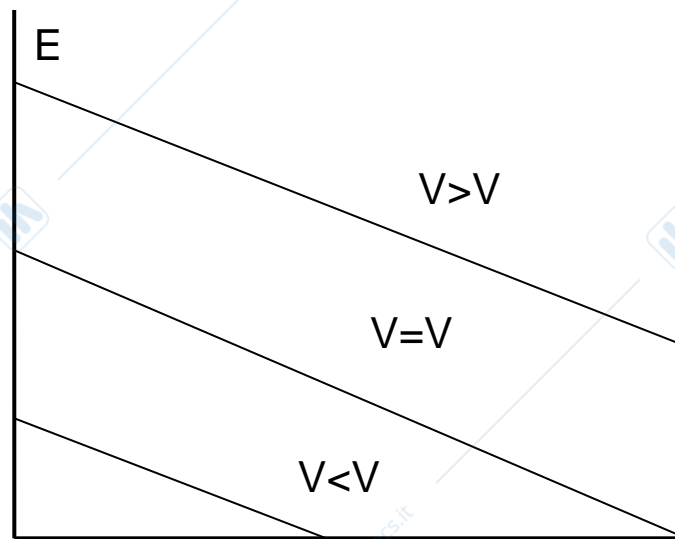


Figura 5.15 Campo elettrico in un rivelatore parzialmente o completamente svuotato.

Dalla figura 5.14 appare che il wafer di Si altamente resistivo di tipo  $n^-$  (molto debolmente drogato) ha ad un suo estremo una sottile zona di tipo  $p^+$  altamente drogata in modo da formare la giunzione segue poi un contatto con un materiale conduttore (Al). Va notato che la zona di tipo  $p$  serve pure come eccellente contatto in cui la concentrazione dei portatori minoritari è molto piccola. All'altro estremo viene creata uno strato  $n^+$  fortemente drogato che permette di ridurre la corrente di fondo dovuta al moto dei portatori minoritari attraverso la giunzione. Il rivelatore è poi completato da un contatto con uno strato conduttore.

Spessori di rivelatori con zone svuotate da 50 a 2000  $\mu\text{m}$  sono attualmente realizzati.

In figura 5.16 è mostrata la procedura di costruzione di un rivelatore detta 'passivated planar detector': il metodo fa uso delle tecniche di impiantazione ionica e fotolitografiche.

- 1 Il metodo fa uso di Si ad alta purezza di tipo n:
- 2 il wafer viene pulito poi la superficie e' passivata con uno strato di  $\text{SiO}_2$ ;
- 3 lo strato di  $\text{SiO}_2$  viene rimosso con tecniche fotolitiche dove si vuole realizzare le finestre d'ingresso del rivelatore.
- 4 La giunzione viene formata coprendo lo strato di Si con l'impiantazione con acceleratori di un donatore (Boro)
- 5 Uno strato di donatore (fosforo) viene posto nella parte posteriore per realizzare lo strato  $n^+$
- 6 Il tutto viene ricotto a  $600^\circ\text{C}$  (annealing) per rimuovere i danni da radiazione prodotti nel processo di impiantazione
- 7 Uno strato di Al e' poi realizzato per evaporazione per produrre i necessari contatti elettrici con l'elettronica del rivelatore.

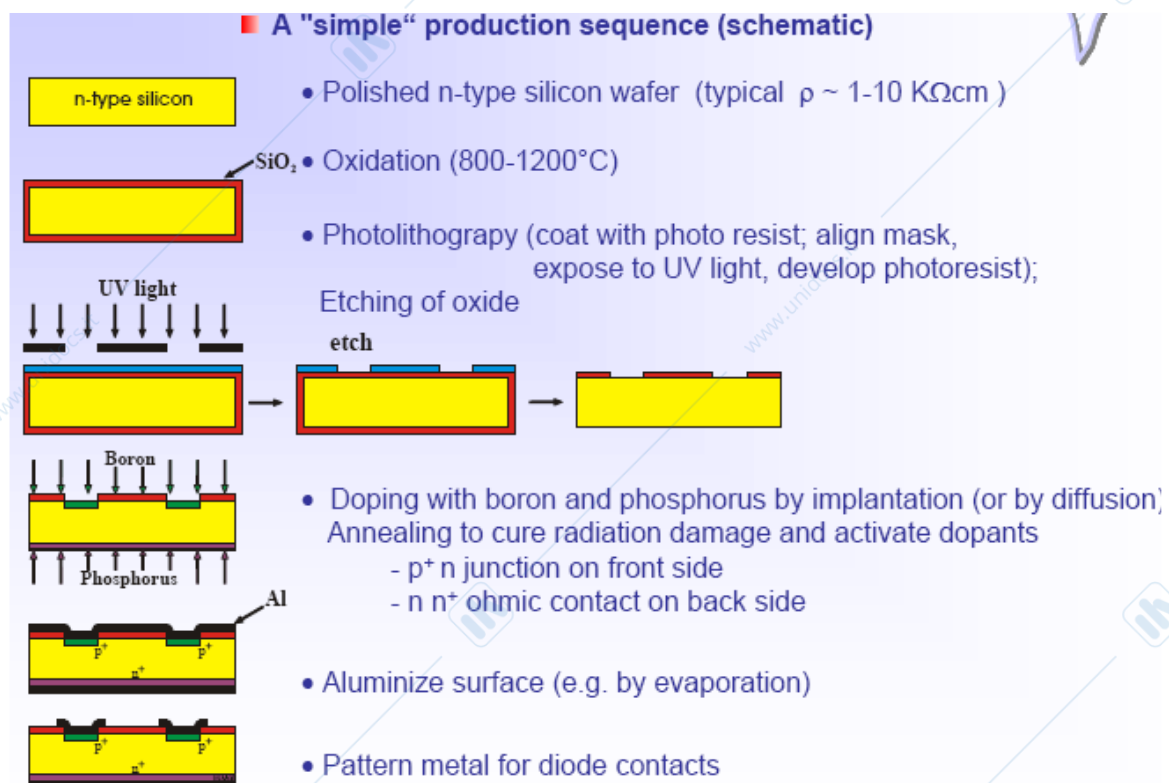


Fig 5.16 realizzazione di un rivelatore al Si.

In fig 5.17 e' riportata la risposta di un rivelatore al passaggio al suo interno di una particella al minimo di ionizzazione

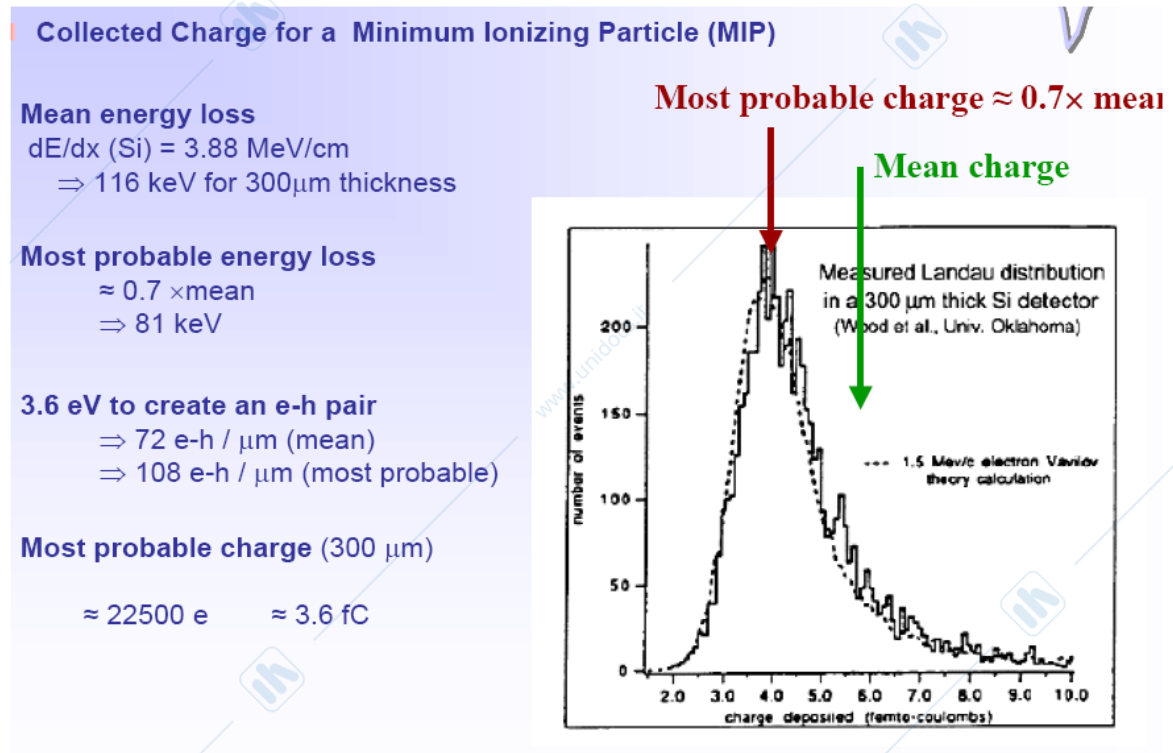


Fig 5.17 Risposta di un rivelatore di Si al passaggio di una particella carica al minimo di ionizzazione.

Nella fig 5.18 sono presentati i valori di velocita' di deriva , di raccolta del segnale e di diffusione delle cariche all'interno di un rivelatore con elettrodi a strisce.

### ■ Charge Collection time

- Drift velocity of charge carriers  $v \approx \mu E$ , so drift time,  $t_d = d/v = d/\mu E$

Typical values:  $d=300 \mu\text{m}$ ,  $E= 2.5 \text{ kV/cm}$ ,  
with  $\mu_e= 1350 \text{ cm}^2/\text{V}\cdot\text{s}$  and  $\mu_h= 450 \text{ cm}^2/\text{V}\cdot\text{s}$   
 $\Rightarrow t_d(e)= 9\text{ns}$ ,  $t_d(h)= 27\text{ns}$

### ■ Diffusion

- Diffusion of charge "cloud" caused by scattering of drifting charge carriers, radius of distribution after time  $t_d$ :

$$\sigma = \sqrt{2Dt_d} \quad \text{with diffusion constant } D = \mu kT/q$$

- Same radius for e and h since  $t_d \propto 1/\mu$

Typical charge radius:  $\sigma \approx 6\mu\text{m}$ , could exploit this to get better position resolution due to charge sharing between adjacent strips (using centroid finding), but need to keep drift times long (low field).

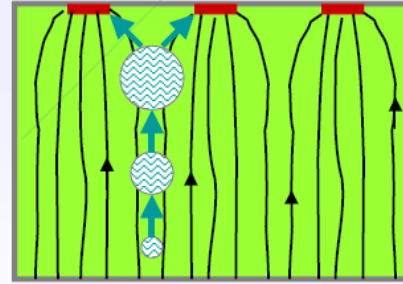


Fig 5.18 Moto delle cariche all'interno di un semiconduttore.

## 5.3 Applicazioni dei rivelatori a semiconduttori

### a) rivelatori di posizione di Si

I rivelatori a semiconduttori, nati come rivelatori di eccezionale risoluzione energetica, sono ora diventati di grande utilità nella fisica delle alte energie come rivelatori di posizione.

Si sono infatti realizzati dei rivelatori detti a strips (vedi fig.5.19), in cui il contatto  $p^+$  è finemente segmentato, che permettono di riconoscere la posizione di passaggio della particella con estrema precisione. Il principio è simile a quello delle MWPC (non vi è però amplificazione), ma la precisione con cui si riescono a realizzare le strisce è molto maggiore. Si raggiungono precisioni dell'ordine di  $10 \mu\text{m}$ : naturalmente l'area di questi rivelatori è piuttosto ridotta.

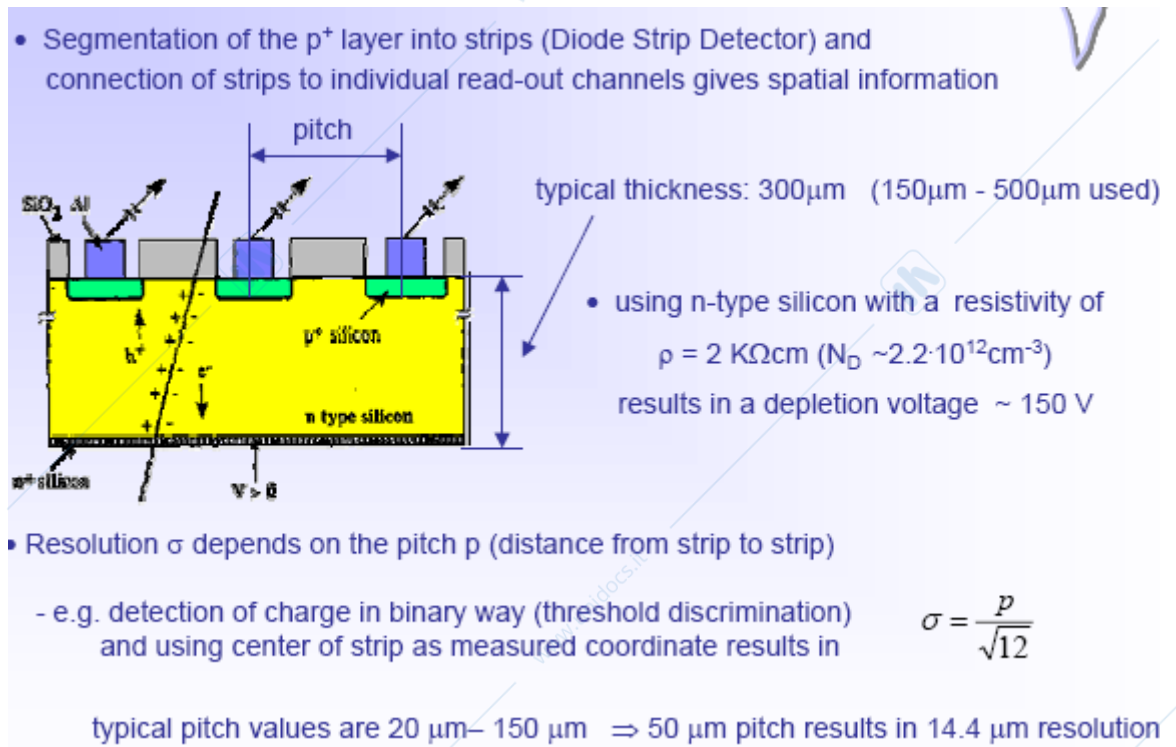
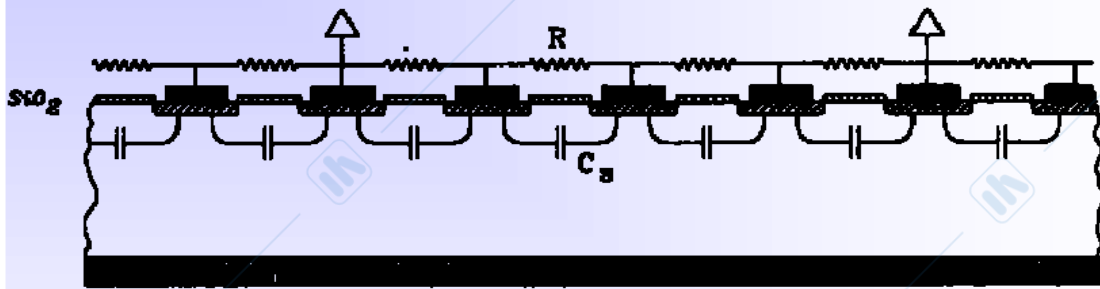


Fig 5.19 Schema di un rivelatore di Si a strips

La lettura di questi rivelatori puo' essere fatta in maniera digitale (si/no) oppure(come per le camere a filo ) in maniera analogica se il passo delle strisce e' grande rispetto alla larghezza di diffusione delle cariche.In figura 5.20 e' mostrato un sistema di lettura analogico.

- Analog readout (measurement of signal height) of every strip leads to substantial improvement of position resolution, however not every strip has to be read: V



- Charge division readout reduces the number of readout channels as only a fraction of the strips is connected to readout amplifier.
- Charge collected at the interpolation strips is divided between the two neighboring readout channels according to the relative position.

Fig 5.20 Sistema di lettura a divisione di carica capacitivo.

Come nel caso delle MWPC la divisione in strisce del rivelatore consente la determinazione precisa di una coordinata, ma non di quella perpendicolare alla striscia. In questo caso il problema è risolto costruendo rivelatori a doppia faccia in cui le strisce sono prodotte nella due facce del rivelatore. Il rivelatore è mostrato in fig. 5.21.

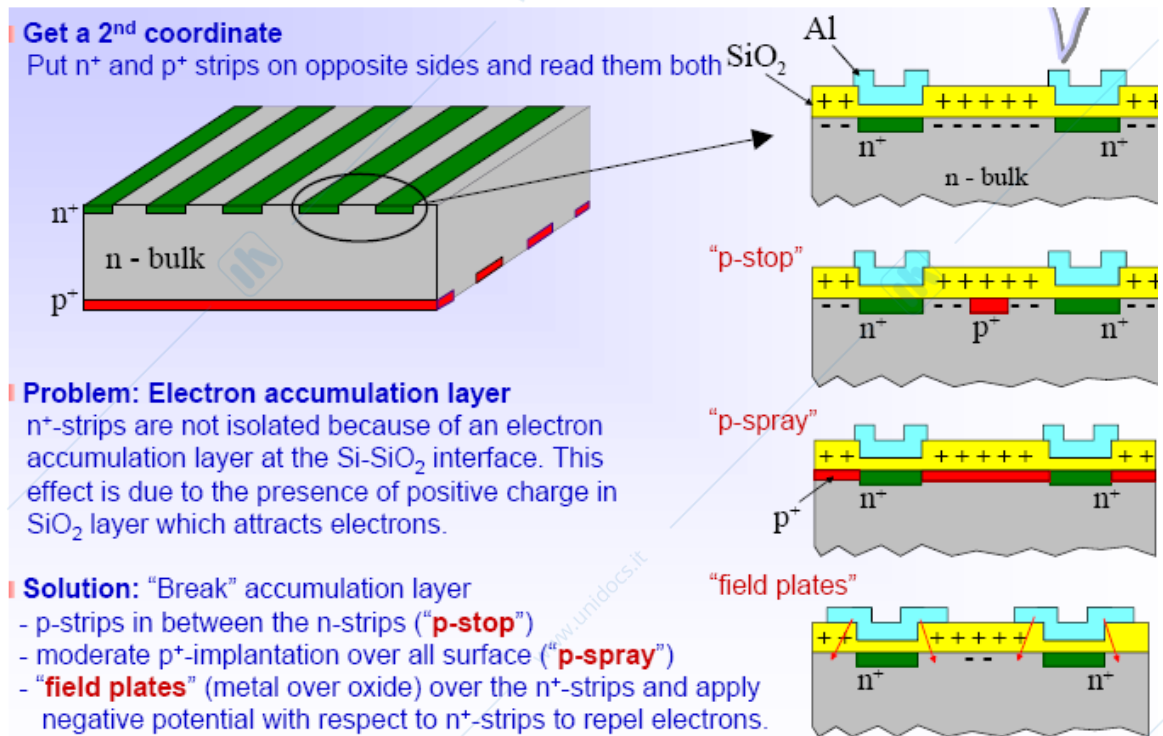


Figura 5.21 Schema di un rivelatore di Si a doppia faccia.

Per determinare la posizione con una sola sono stati creati rivelatori di Si finemente segmentati (Pixel). Si realizzano aree di dimensioni di circa  $100 \times 100 \mu\text{m}$  che sono letti da chips direttamente incollati sul rivelatore.

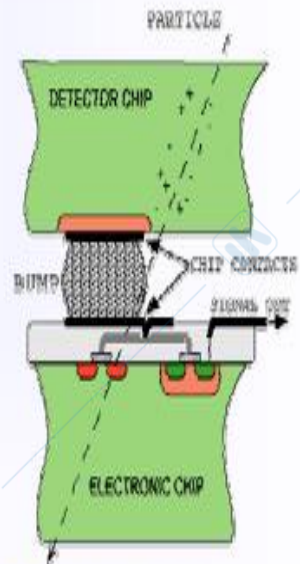
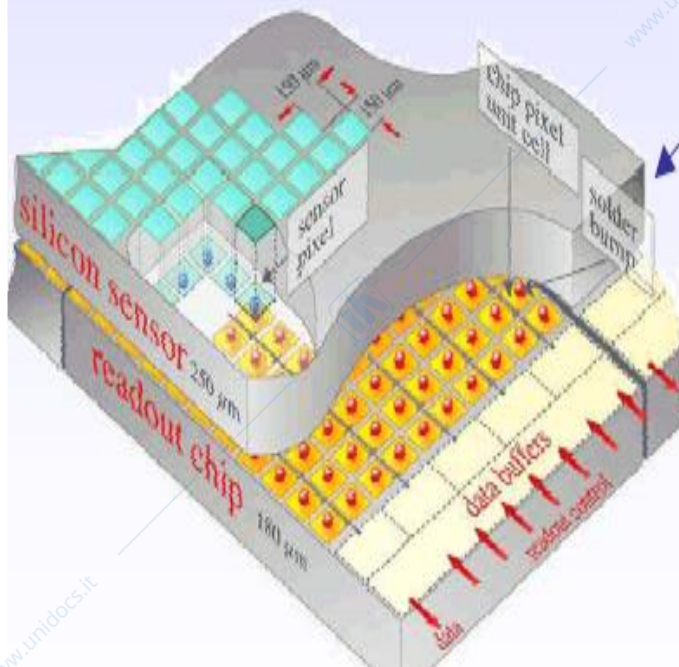
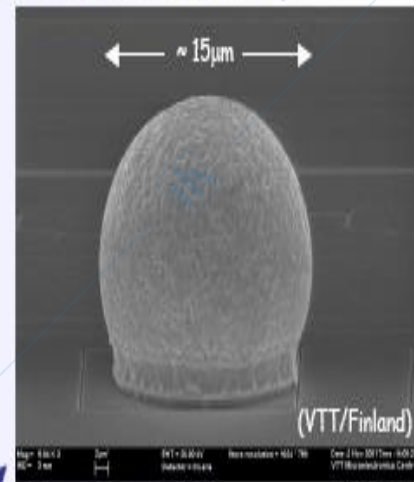
E' chiaro la difficoltà di realizzazione di questo incollaggio (bump-bonding) e della architettura di lettura del sistema.

In figura 5.22 e' mostrato lo schema di questo tipo di rivelatore

### ■ HAPS – Hybrid Active Pixel Sensors

- segment silicon to diode matrix with high granularity (⇒ true 2D, no reconstruction ambiguity)
- readout electronic with same geometry (every cell connected to its own processing electronics)
- connection by “bump bonding”
- requires sophisticated readout architecture
- Hybrid pixel detectors will be used in LHC experiments: ATLAS, ALICE, CMS and LHCb

Solder Bump: Pb-Sn



Flip-chip technique

CERN Academic Training Programme 2004/2005

Fig 5.22 Schema di un rivelatore di Si a Pixel.

Infine va ricordato il rivelatore a deriva che intende misurare la posizione del passaggio della particella valutando il

tempo di transito delle cariche dal punto in cui sono liberate fino all'anodo.

Il rivelatore è costruito partendo da un cristallo di tipo n e realizzando sulle due superfici una serie di catodi di tipo p<sup>+</sup> con un unico anodo di tipo n<sup>+</sup>. (Vedi figura 5.23 a) e b)) I catodi vengono portati a tensioni sempre più decrescenti man mano che si allontanano dall'anodo creando un potenziale parabolico il cui campo intrappola gli elettroni e li spinge verso l'anodo dove sono rivelati.

Il tempo impiegato a raggiungere l'anodo da' la misura della posizione in cui longitudinale in cui è generato l'elettrone. La struttura a pixel dell'anodo da la posizione trasversale.

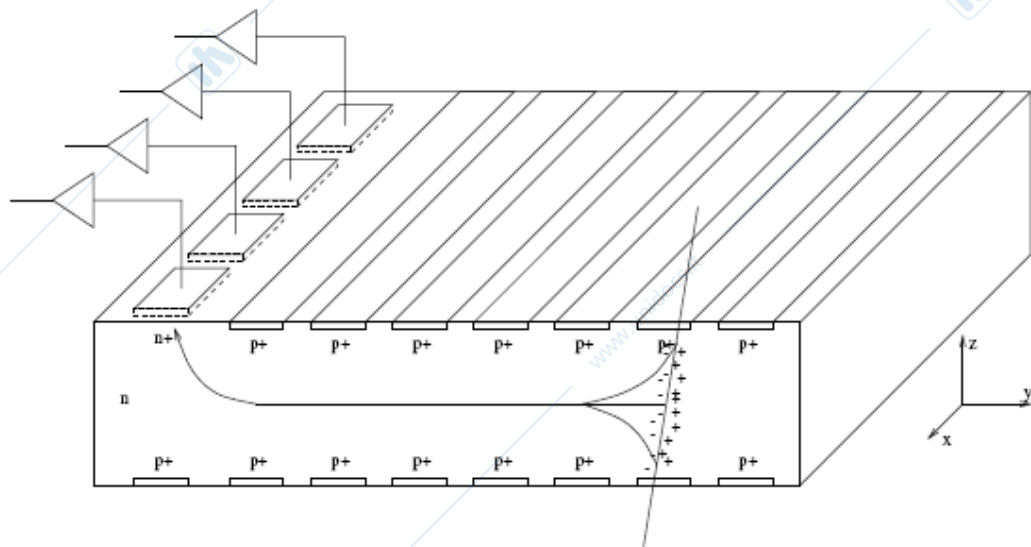
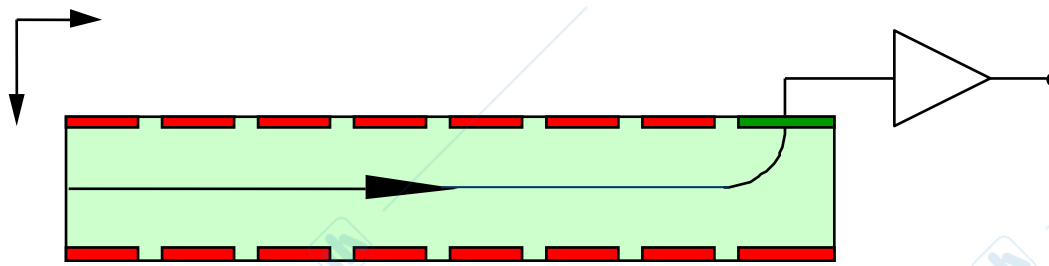


Fig 5.23 a) Schema di una camera aderiva al Si.



$d =$    

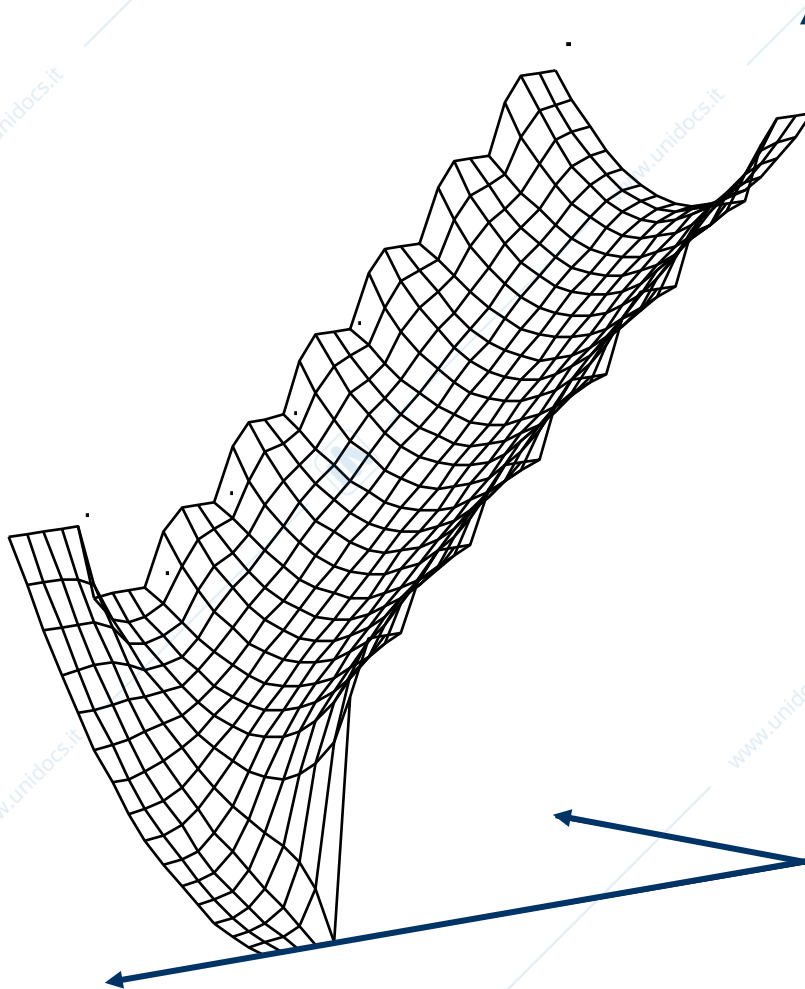


Fig. 5.23 b) Andamento del potenziale in una camera a deriva la Si.

In figura 5.24 e' schematizzato il principio di generazione del campo parabolico di una camera a deriva. Due giunzioni  $n^- p^+$  svuotano un silicio di tipo  $n^-$  : avvicinate fino a toccarsi danno un potenziale parabolico

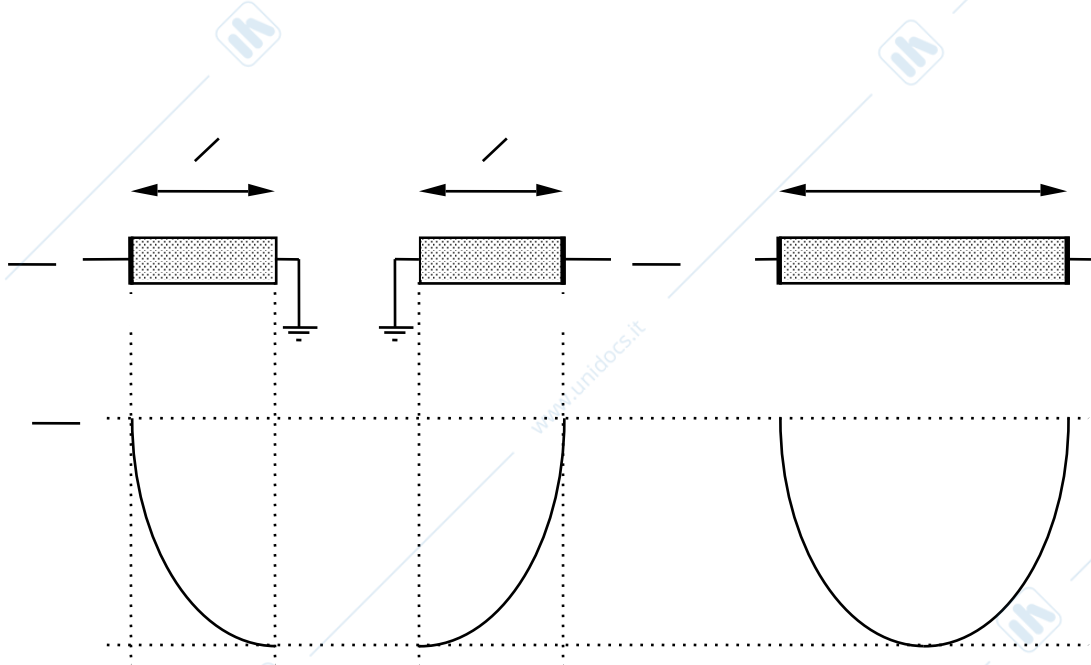


Fig 5.24 Origine del potenziale parabolico su un Si con catodi di tipo  $p^+$  sulle due facce.

Sono state realizzate camere a deriva con spazi di 3.5 cm: in generale i catodi di tipo  $p^+$  sono molto vicini tra di loro. Es spaziatura di  $120\mu$  di spessore  $70\mu$ . Per questa ragione le figure 5.23 e 5.24 mostrano una parte piccola della camera.

In figura 5.25 e' mostrata la camera realizzata per l'esperimento ALICE al Cern.

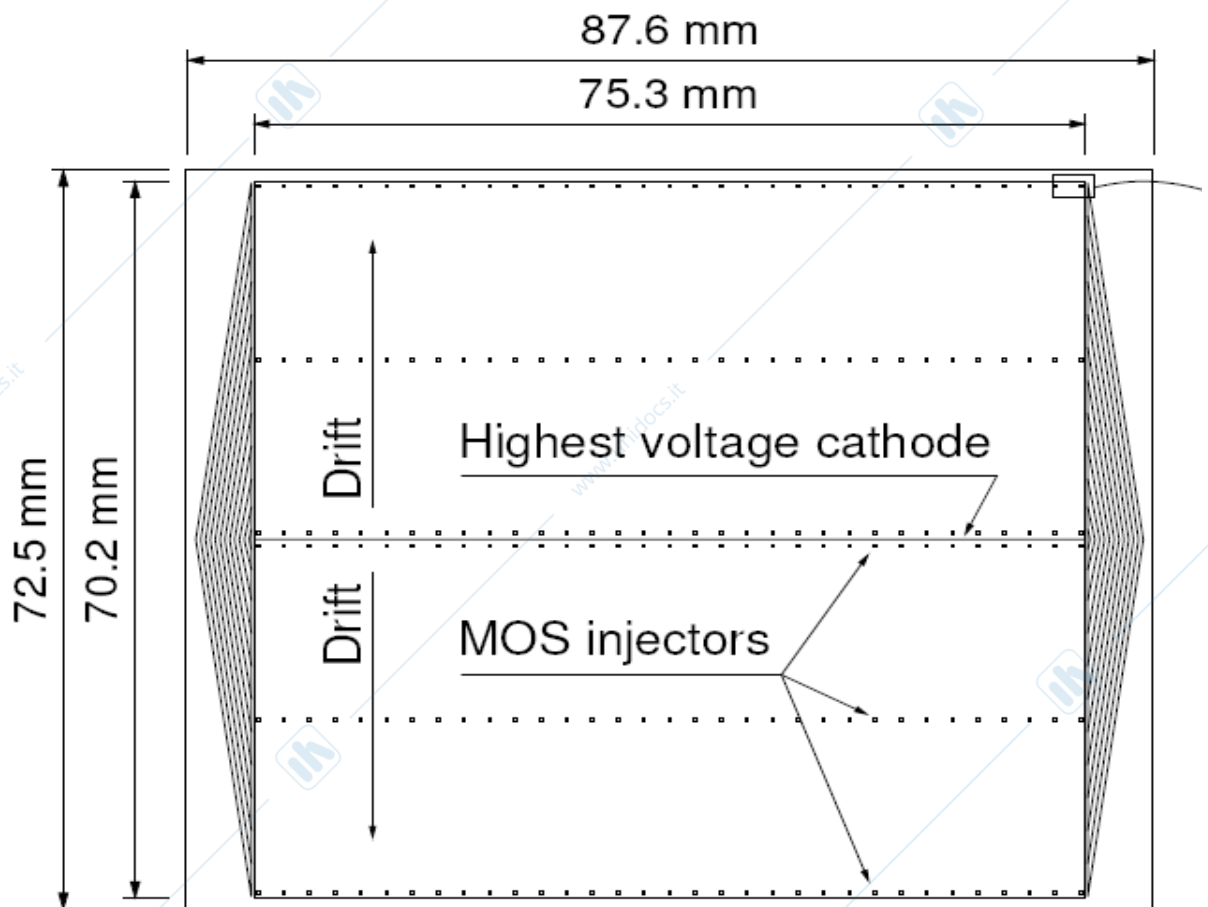


Fig.5.25 Schema della camera a deriva al Si realizzata per l'esperimento ALICE al CERN

La camera ha una area di 7.25x7.5 cm con due spazi di deriva di 3.5cm: vi sono 2x 292 catodi e 2x 256 . Il campo lungo la direzione di deriva e' mantenuto a circa 660V/cm ottenuto con una differenza di potenziale di 8V tra catodi adiacenti ed un differenza di tensione totale di 2400V: la velocita' di deriva e' dell'ordine di 8  $\mu\text{m/s}$  ed un tempo massimo di deriva di 4.3  $\mu\text{s}$  .Il potenziale richiesto ai catodi e' ottenuto con un partitore di tensione impiantato tra gli stessi. La 256

camera e' in grado di dare la posizione delle cariche generate con un'incertezza longitudinale di  $30\mu\text{m}$ . La camera puo' lavorare in campo magnetico. Tutti i rivelatori al Si hanno problemi con il danneggiamento da radiazione d vanno perciò attentamente costruiti tenendo conto della dose che riceveranno. In figura 5.26 e' mostrata una camera a deriva circolare in uso per la rivelazione di raggi X

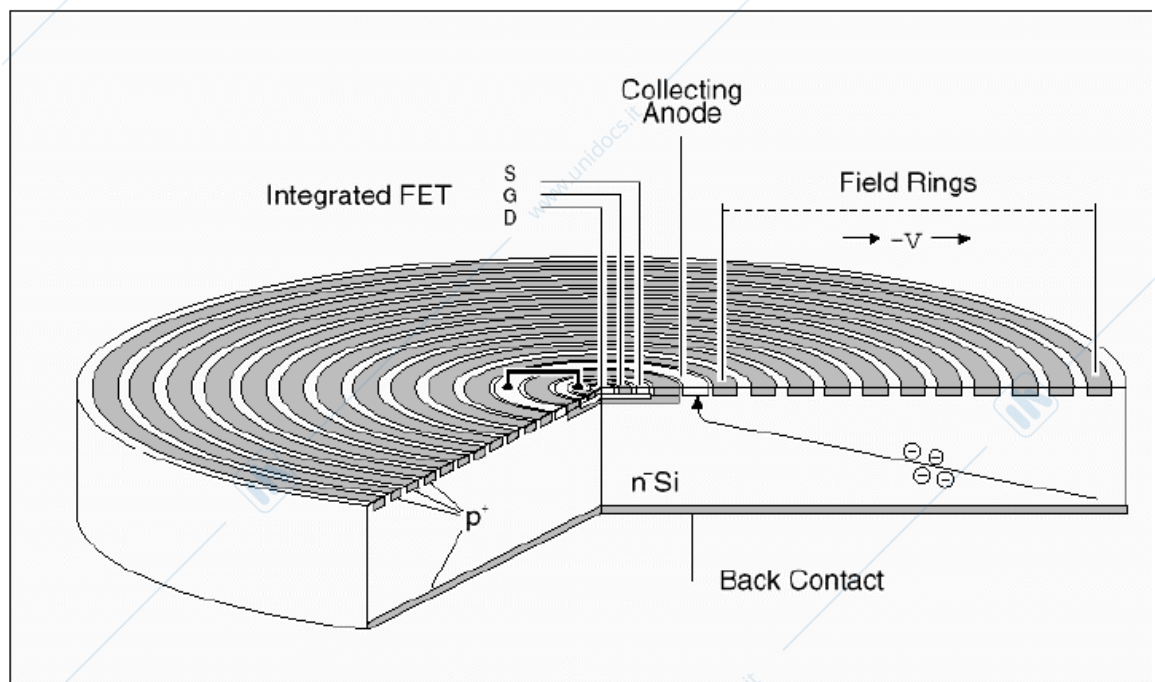


Fig.5.26 camera a deriva di Si Circolare

## b) Rivelatori di Ge per raggi $\gamma$

I rivelatori di Si fin qui' descritti vengono usati per la loro capacita' di definire la posizione: va pero' ricordato che sono comunque dei rivelatori eccellenti della quantita' di energia in essi dispersa e come tali possono essere usati alle basse energie per la determinazione della energia di fotoni attraverso la misura dei carichi che si formano per effetto fotoelettrico nonche' per la misura di particelle  $\alpha$  e ioni. In questo senso viene usata la camera a deriva circolare per valutare l'energia di raggi X di bassa energia (qualche KeV)

In figura 5.27 sono riassunte alcune applicazioni dei rivelatori al Si alle basse energie

### Si-Detector Applications

- $\alpha$ -particle spectroscopy



- Conversion electron spectroscopy and counting

- X-ray spectroscopy/fluorescence/ imaging

- Charged-particle timing, energy, and identification ( $\Delta E$ -E telescope)

$$\frac{dE}{dx} = C_1 \frac{MZ^2}{E} \ln\left(C_2 \frac{E}{M}\right)$$

$$\Delta E = \Delta x \left(\frac{dE}{dx}\right) \propto \frac{MZ^2}{E} \rightarrow \Delta E \propto \frac{1}{E}$$

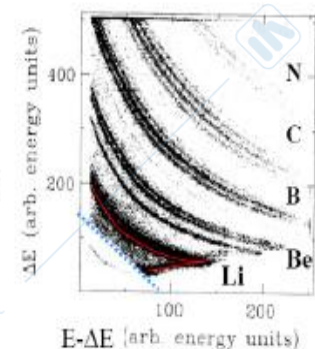
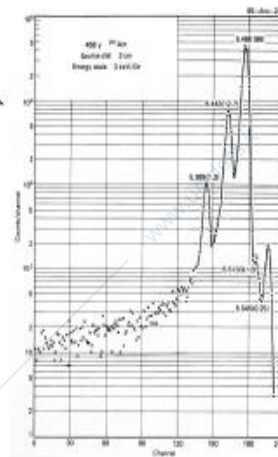


Fig. 5.27 Applicazioni dei rivelatori al Si alle basse energie.  
258

Il volume che si può svuotare nel Si è comunque relativamente piccolo in quanto non si possono realizzare regioni di svuotamento con spessori maggiori di 2/3mm. Per ottenere una ragionevole efficienza di rivelazione di raggi  $\gamma$  dell'ordine del MeV si deve perciò ricorrere a rivelatori al Ge.

Ricordiamo le proprietà del Ge che ha peso atomico 72 e numero atomico 32 ( per il Si  $A=28$   $Z=14$ )

Rispetto al Si il Ge ha:

- 1 Spaziatura tra le bande minore 0.7 eV rispetto a 1.1 eV
- 2 Densità superiore  $5.32 \text{ g/cm}^3$  rispetto a  $2.33 \text{ g/cm}^3$
- 3  $Z$  più grande 32 rispetto a 14
- 4 Impurezze minime contenute (Ge iperpuro)  $10^9/\text{cm}^3$  rispetto a  $10^{12}/\text{cm}^3$

Queste caratteristiche rendono possibile costruire Ge un rivelatore di  $\gamma$  con buona efficienza ed ottima risoluzione. La proprietà 1 infatti assicura una risoluzione migliore per energia rilasciata nel rivelatore in quanto cresce il numero di cariche libere formate per energia rilasciata  $n=E/0.7$  con  $E$  in eV.

La proprietà 2 assicura un libero cammino medio dei raggi  $\gamma$  minore in Ge che in Si a parità di sezione d'urto di interazione.

La proprietà 3 infine assicura una sezione d'urto molto maggiore nel Ge rispetto al Si ricordando che l'effetto fotoelettrico ha una sezione d'urto che varia con  $Z^{4/5}$ .

La proprietà 4 permette infine la costruzione di regioni di svuotamento più grandi in Ge che in Si.

La costruzione di rivelatori semiconduttori per raggi  $\gamma$  si fa con Ge con la maggiore purezza possibile : questi rivelatori vengono detti HPGe (High Purity Ge)

Nella figura 5.28 sono riprodotte le forme di costruzione dei rivelatori a Ge.

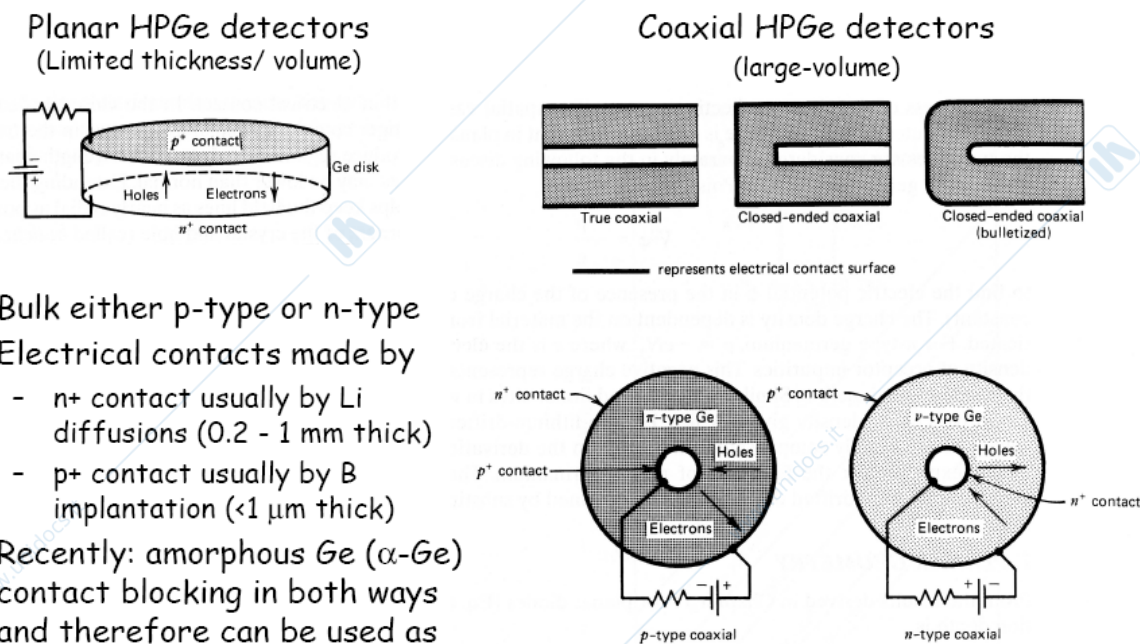
La forma planare è ovviamente la più semplice da realizzare, ma ha dei limiti nel volume del rivelatore in

quanto non si riescono a crescere cristalli di piu di qualche cm e la regione di svuotamento non puo' essere realizzata piu' spessa di  $\frac{1}{2}$  cm.

Per questa ragione sono stati realizzati rivelatori detti coassiali sfruttando il fatto che il rivelatore puo' essere lungo parecchi cm.

Il rivelatore consiste in un cilindro in cui e' rimossa la parte interna ed i contatti elettrici sono fatti nella parte interna ed esterna del cilindro. In alcuni casi si lascia una base del cilindro.

In questa geometria sono stati costruiti rivelatori di Ge fino a  $750\text{cm}^3$  (lunghezza 15 cm, diametro 8cm)



Bulk either p-type or n-type  
Electrical contacts made by

- n+ contact usually by Li diffusions (0.2 - 1 mm thick)
- p+ contact usually by B implantation ( $<1 \mu\text{m}$  thick)

Recently: amorphous Ge ( $\alpha\text{-Ge}$ )  
contact blocking in both ways  
and therefore can be used as p+ or n+ contact ( $<1 \mu\text{m}$  thick)

Fig 5.28 Forme di rivelatori al Ge per raggi  $\gamma$

Occorre qui ricordare che, dato il basso valore della energia di separazione tra bande di valenza e conduzione, il Ge non puo' lavorare a temperatura ambiente e tutti i rivelatori sono percio' tenuti a 77 K con azoto liquido. Lo schema di raffreddamento del rivelatore e' descritto in fig. 5.29

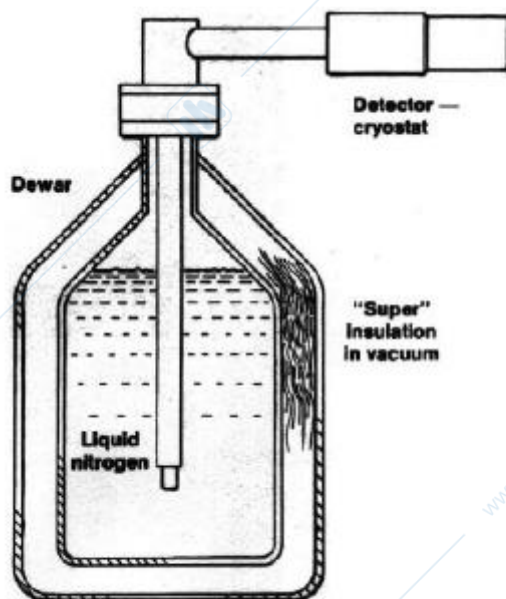


Fig 5.29 Schema di raffreddamento di un rivelatore al Ge

Per valutare bene le proprietà del rivelatore ci si può riferire alla figura 5.30 in cui sono rappresentate le possibili interazioni di un fotone nel rivelatore. Evidentemente le interazioni utili alla determinazione della energia del  $\gamma$  incidente sono quelle in cui tutta la energia viene ceduta al cristallo mentre i casi in cui parte dell'energia sfugge sono utili a riconoscere l'arrivo di un fotone sul rivelatore, ma non danno informazioni sulla sua energia. In figura 5.31 è riportata la distribuzione degli eventi in funzione dell'energia del raggio  $\gamma$ .

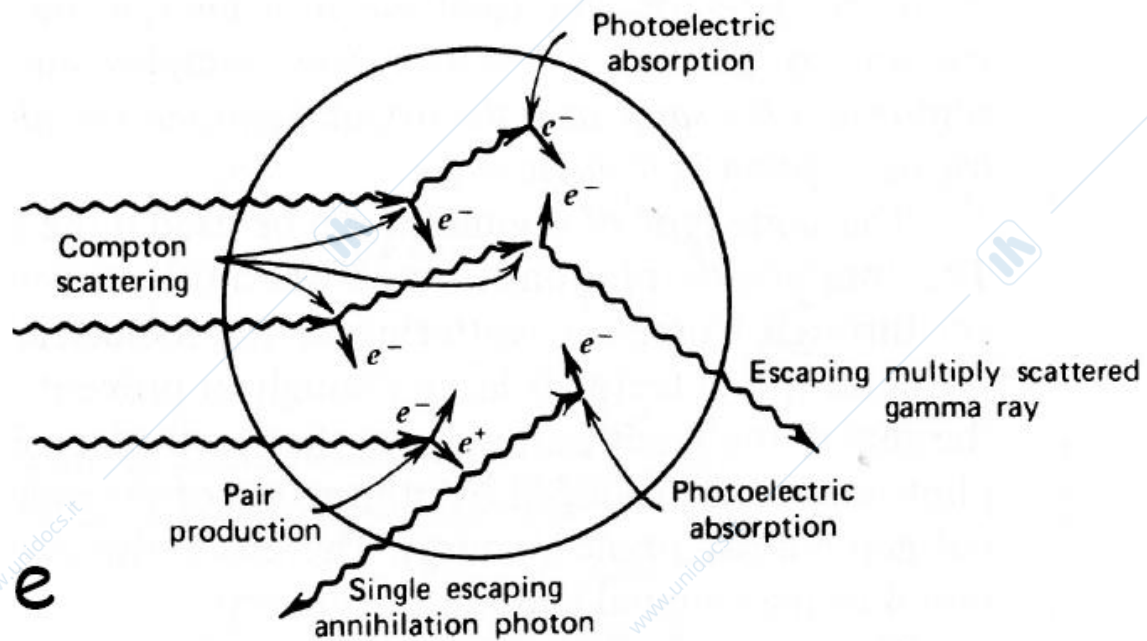


Fig 5.30 Possibile 'storia' di un fotone in un cristallo rivelatore

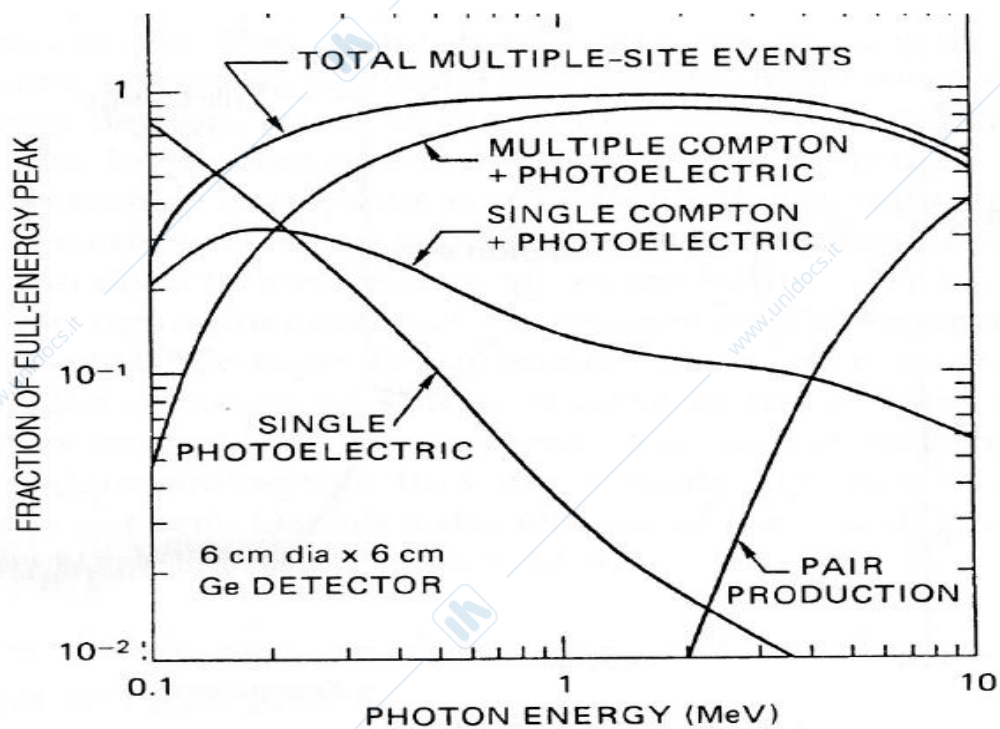


Fig 5.31 Eventi sul picco di energia totale in funzione dell'energia in un rivelatore di Ge

In figura 5.32 e' riportata la risposta di un rivelatore al Ge per due sorgenti  $\gamma$

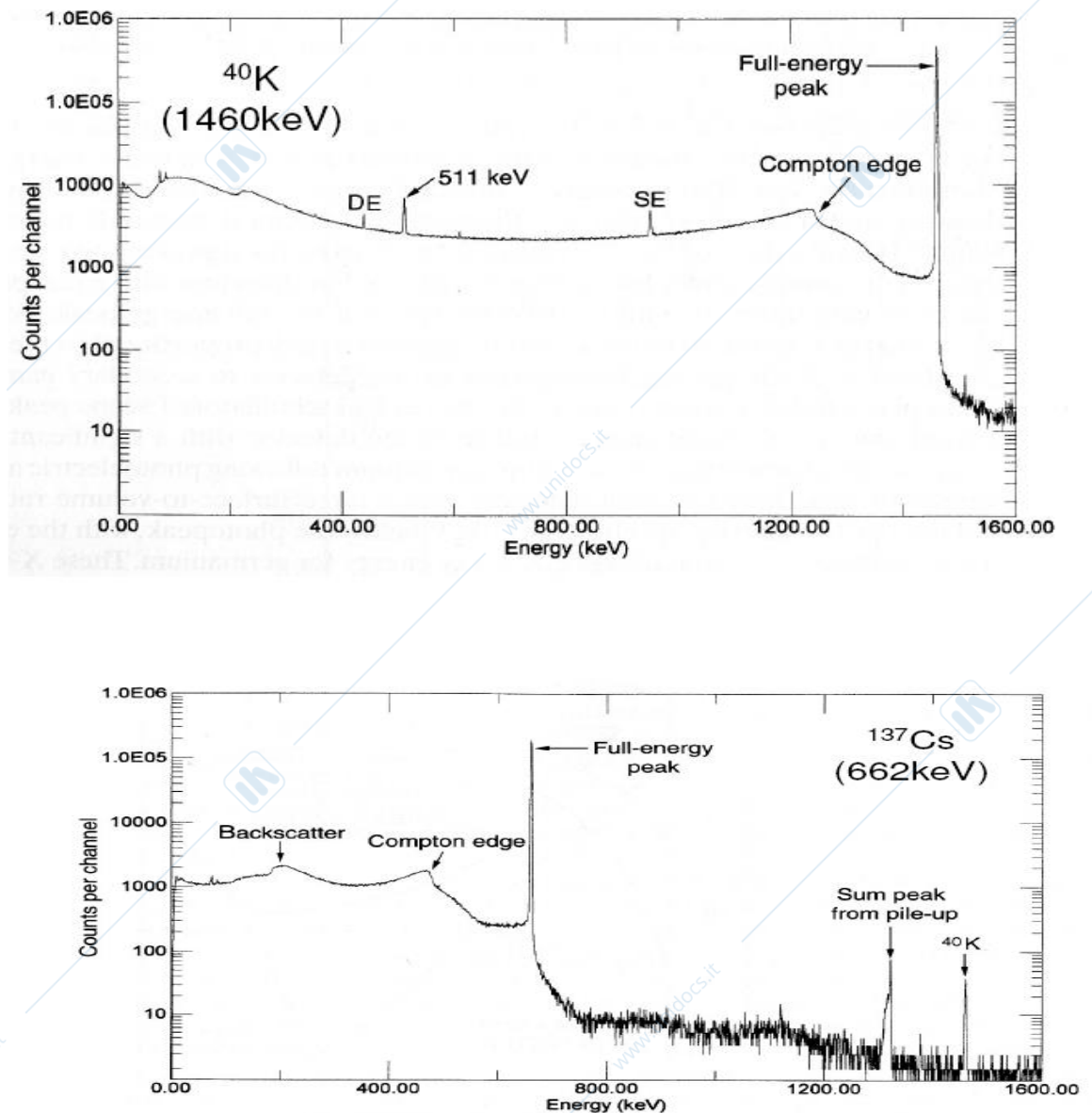


Figura 5.32 Risposta di un rivelatore di Ge ai raggi  $\gamma$  del  $^{137}\text{Cs}$  e  $^{40}\text{K}$

Il rivelatore raggiunge una risoluzione energetica dello 0.2 % ad 1MeV che rappresenta la migliore risoluzione ottenibile a tutto oggi.

Infine in figura 5.33 e' riportata la efficienza di un rivelatore al Ge

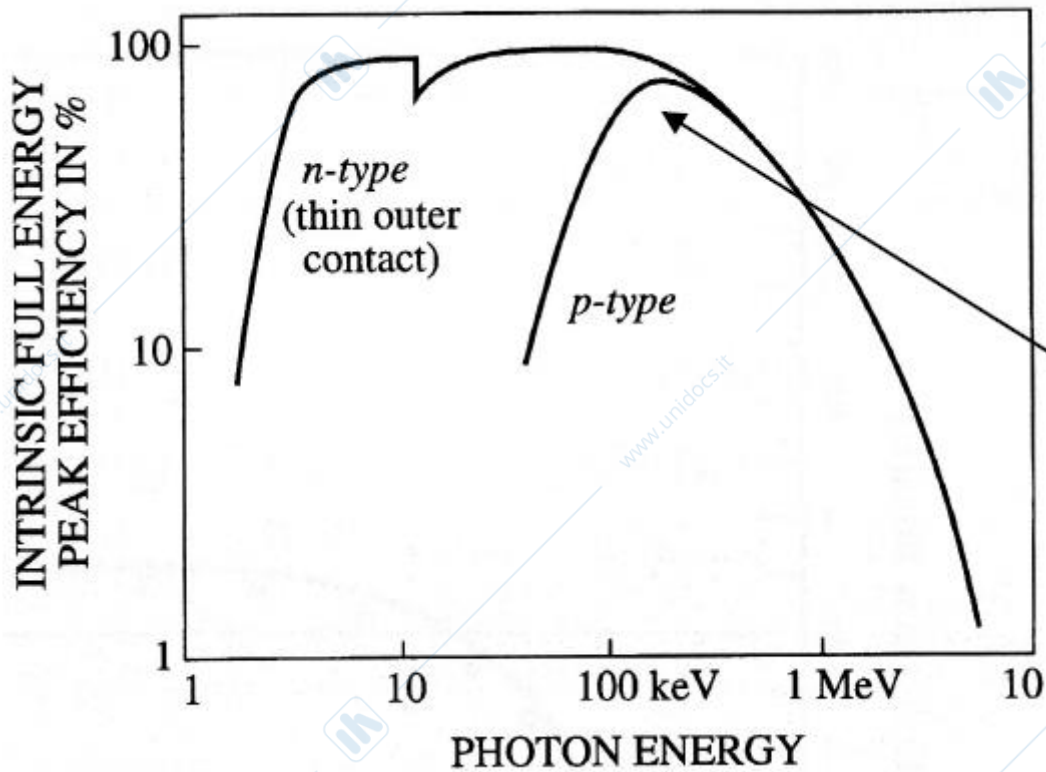


Fig 5.33 Efficienza di un rivelatore al Ge

Va infine notato che molto spesso i rivelatori al Ge sono circondati da rivelatori scintillatori BGO che rivelano i raggi  $\gamma$  uscenti: questi eventi vengono così scartati da un veto ed i seganli restanti nel Ge non presentano il continuo dovuto al effetto Compton(vedi fig 5.34)

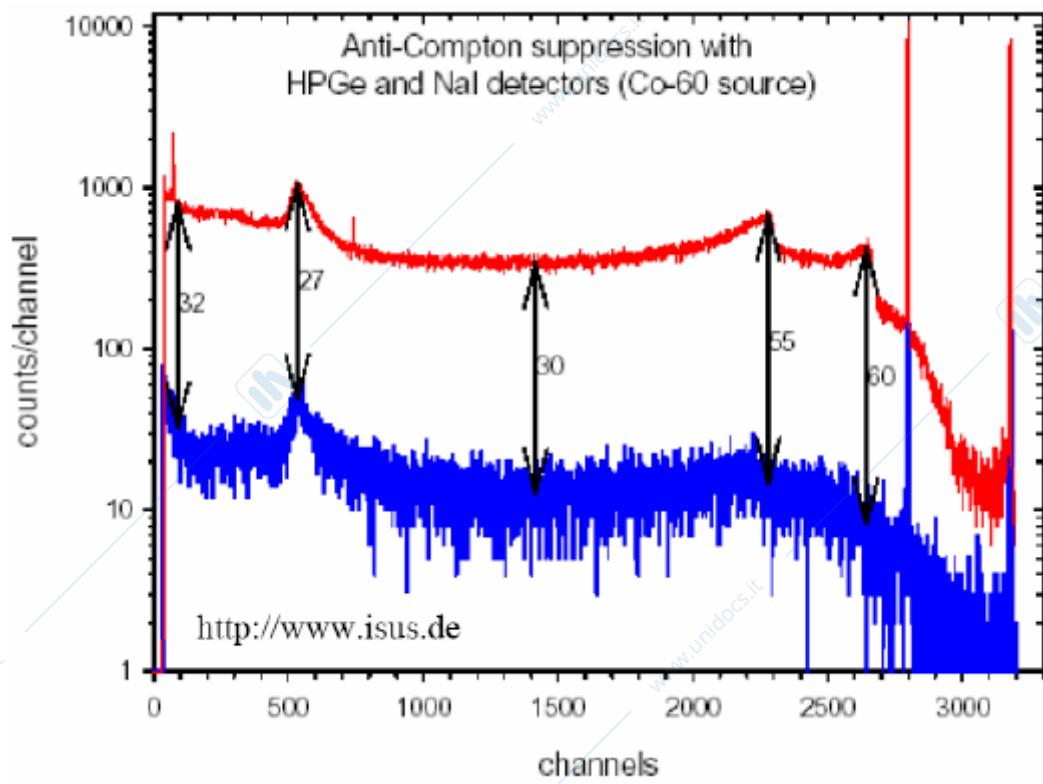
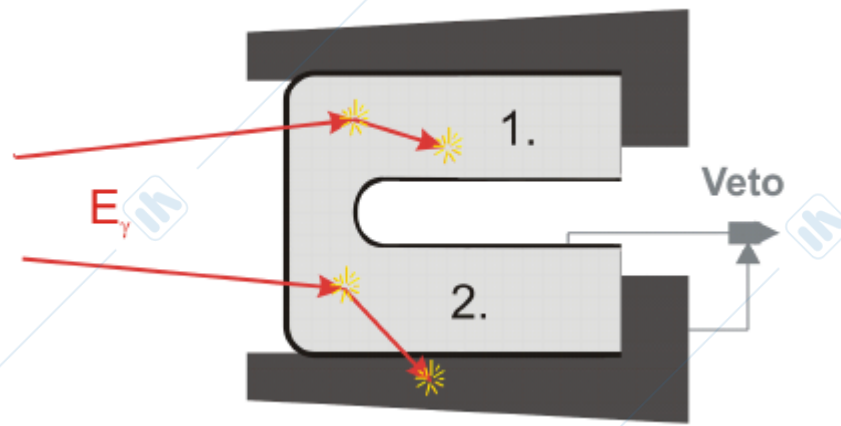


Fig 5.34 Schermo anticompton su di un rivelatore al Ge e suo effetto

Per completezza riportiamo una tabella di possibili semiconduttori alternativi al Si ed al Ge. Finora solo l'arseniuro di Ga ed il diamante hanno avuto un uso anche se limitato.

Material	Z	Bandgap [eV]	Mobility [ $\text{cm}^2/\text{Vs}$ ]		Density $\text{g}/\text{cm}^3$
			electrons	holes	
Si	14	1.1	1350	480	2.3
Ge	32	0.7	3800	1800	5.3
Diamond	6	5.5	1800	1200	3.5
GaAs	31-33	1.5	8600	400	5.4
AlSb	13-51	1.6	200	700	4.3
GaSe	31-34	2.0	60	250	4.6
CdSe	48-34	1.7	50	50	
CdS	48-16	2.4	300	15	4.8
InP	49-15	1.4	4800	150	
ZnTe	30-52	2.3	350	110	
WSe <sub>2</sub>	74-34	1.4	100	80	
BiI <sub>3</sub>	83-53	1.7	680	20	
Bi <sub>2</sub> S <sub>3</sub>	83-16	1.3	1100	200	6.7
Cs <sub>3</sub> Sb	55-51	1.6	500	10	
PbI <sub>2</sub>	82-53	2.6	8	2	6.2
HgI <sub>2</sub>	89-53	2.1	100	4	6.3
CdTe	48-52	1.5	1100	100	6.1
CdZnTe	48-30-52	1.5-2.4			

## 6 Scintillatori

### 6.1 Generalità

Come appare chiaro, dalla discussione riguardante il passaggio di particelle cariche nella materia, associato al fenomeno della ionizzazione vi è un fenomeno di eccitazione del materiale attraversato che può portare alla emissione di fotoni nel visibile.

Le sostanze in cui questa emissione dà luogo a segnali luminosi che possono essere tradotti in segnali elettrici vengono dette **scintillatori**.

Affinché una sostanza sia tale occorre siano realizzate le seguenti condizioni:

- a) I fotoni devono essere emessi in un intervallo di energia in cui sia possibile produrre un materiale (fotocatodo) che in conseguenza dell'arrivo su di esso di un fotone emetta un elettrone che poi possa dare luogo a fenomeni che generino un segnale elettrico.  
L'intervallo di energia migliore è quello attorno al violetto.
- b) I fotoni devono essere emessi in tempi molto brevi. Dopo l'eccitazione dovuta all'interazione della particella con il mezzo vi sarà un decadimento esponenziale. Sono utili quei materiali in cui il tempo caratteristico sia  $\tau \leq 1 \mu\text{s}$
- c) la diseccitazione deve avvenire prevalentemente attraverso processi radiativi (emissioni di fotoni) piuttosto che per processi di quenching non radioattivi (riassetto della struttura)
- d) il materiale deve essere trasparente alla sua luce di scintillazione. I fotoni devono uscire dallo scintillatore affinché il segnale luminoso possa venire convertito in segnale elettrico.

La richiesta non e' banale perche' gli spettri di emissione ed assorbimento in una sostanza sono in genere simili. Le richieste sopra accennate sono soddisfatte da alcuni materiale opportunamente elaborati che accoppiati a rivelatori di luce (fotomoltiplicatori) sviluppati per convertire il segnale luminoso in segnale elettrico formano i **contatori a scintillazione** che sono tra i contatori piu' usati nella fisica delle particelle e nucleare e nelle loro applicazioni. Il loro schema generale e' mostrato in figura 6.1

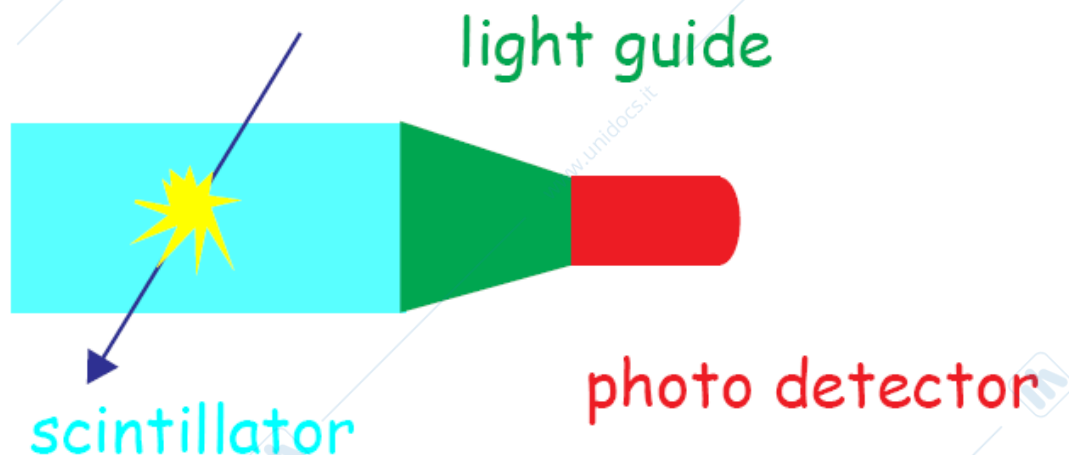


Fig 6.1 Schema di un rivelatore a scintillazione.

I materiale scintillanti usati sono classificati in due categorie:

1 **Scintillatori inorganici.** In genere sono cristalli con densita' e numero atomico  $Z$  elevati ( $\rho$  fino a  $8 \text{ g/cm}^3$   $Z$  fino a piu' di 80).

2 **Scintillatori organici** Raramente sono cristalli, in genere sono plastici o liquidi che possono essere realizzati in grandi volumi e in forme diverse. Contengono prevalentemente C ed H.

## 6.2 Scintillatori inorganici.

La luminescenza nelle sostanze inorganiche e' principalmente associata alla forma cristallina: fanno eccezione i gas inerti in cui la luminescenza e' una proprieta' atomica o molecolare.

Nella piu' parte dei casi la luminescenza e' dovuta a delle impurita' attivatrici che vengono introdotte nel cristallo in quantita' controllate.

Il processo di scintillazione puo' essere descritto ricorrendo alla figura 6.2 che si riferisce ad uno dei cristalli piu' usati NaI(Tl)

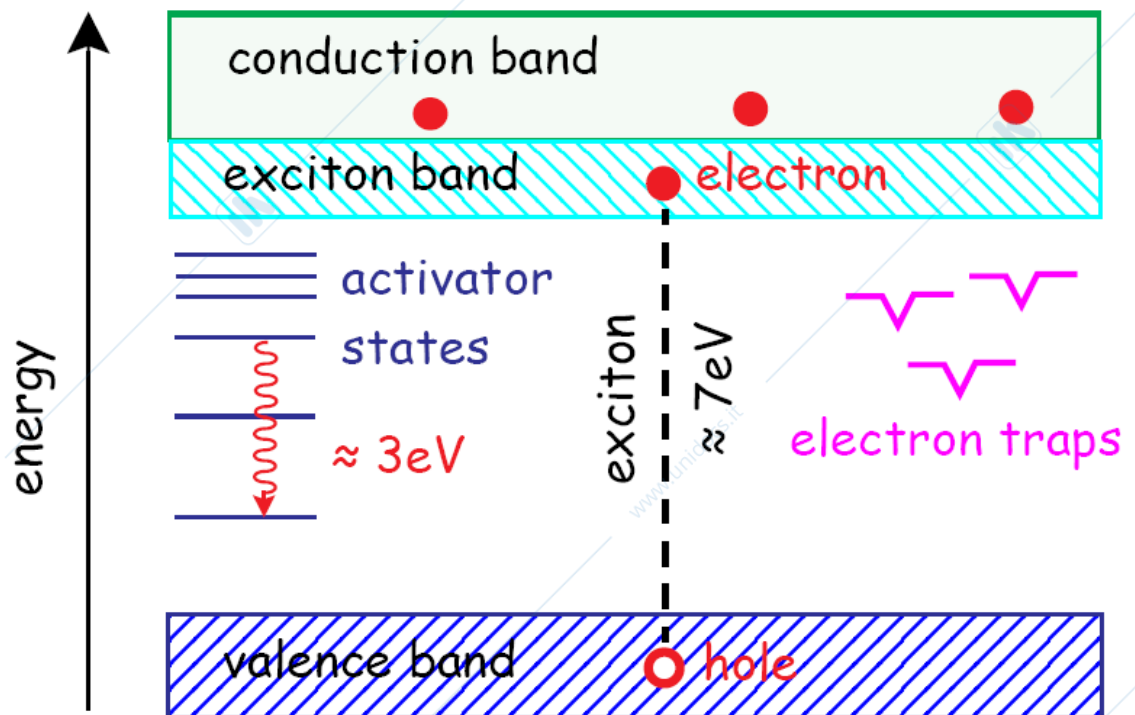


Fig 6.2 Struttura a bande del NaI(Tl)

Questo cristallo e' isolante ed ha un gap tra le bande di valenza e conduzione di circa 7 eV. In generale nel cristallo lo 0.1% degli atomi di Na vengono sostituiti da Tl creando dei centri attivatori i cui livelli si collocano vicini alle bande del cristallo nella banda proibita. In seguito dell'interazione

della particella carica con il un cristallo si vengono a formare coppie particelle buche liberi o debolmente legate (eccitoni). Se i livelli degli atomi di TI sono vuoti gli elettroni(o gli eccitoni) che si muovono nel cristallo possono venire catturati dando luogo a luminescenza. In genere in un materiale drogato sono possibili tre comportamenti diversi dopo l'ecitazione provocata dalla particella ionizzante. L'energia puo' andare in:

**Centri di luminescenza** dallo stato eccitato il centro ritorna allo stato fondamentale con emissione di luce

### **Fluorescenza**

**Centri di quenching** il ritorno allo stato fondamentale avviene attraverso una transizione non radiattiva; l'energia ricevuta dall'atomo e' dissipata termicamente.

**Trappole** sono livelli metastabili nei quali gli elettroni(o gli eccitoni) possono stare lungo tempo. Da questi stati l'energia termica puo' fare ripassare gli elettroni o gli eccitazioni nella bande di conduzione e valenze o in un centro di luminescenza. In questi casi si ha una emissione radiativi ritardata. **Fluorescenza ritardata.**

Evidentemente sono buoni scintillatori i cristalli in cui prevalgono i centri di luminescenza. Il fenomeno di fluorescenza e' mostrato in figura 6.3 .La figura mostra l'energia dello stato fondamentale ed eccitato di un centro attivatore in funzione della sua coordinata di configurazione. L'elettrone libero (o l'eccitone) viene catturato dopo tempi molto brevi ( $10^{-12}$ ) e l'atomo si eccita in tempi brevissimi senza che si possa modificare la configurazione del cristallo e il centro passa quindi dal punto A dello stato fondamentale al punto B dello stato eccitato. Da questo punto lo stato eccitato puo' perdere energia fino al punto C da dove emette il fotone che ha energia diversa dalla eccitazione per tornare in D allo stato fondamentale. Questo fotone ha energia diversa da quella di eccitazione e puo' quindi attraversare il cristallo senza essere assorbito. Fotoni possono anche essere emessi dagli stati intermedi che si possono formare tra B e C e raggiungere stati

fondamentali diversi. Il risultato che si ha uno spettro di emissione complesso quale quello mostrato in fig 6.4 per diversi scintillatori.

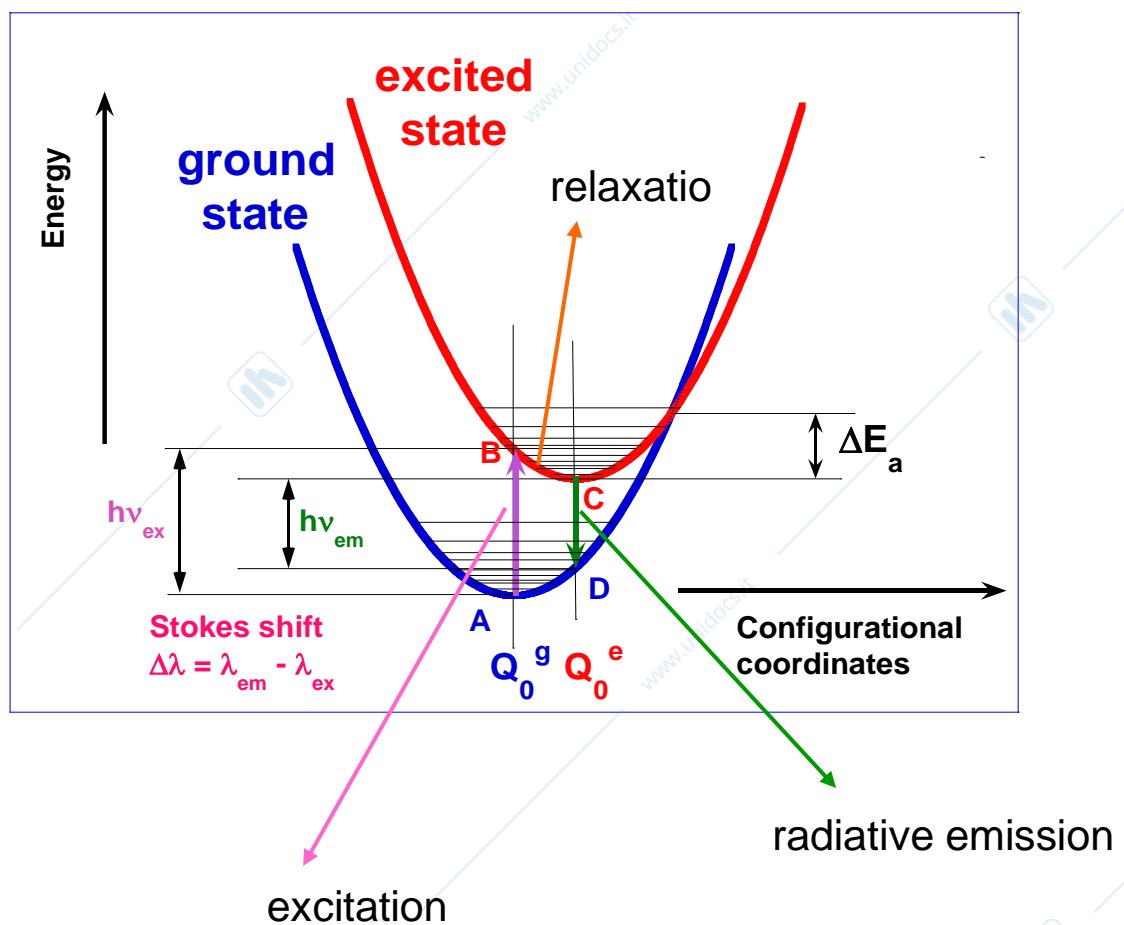
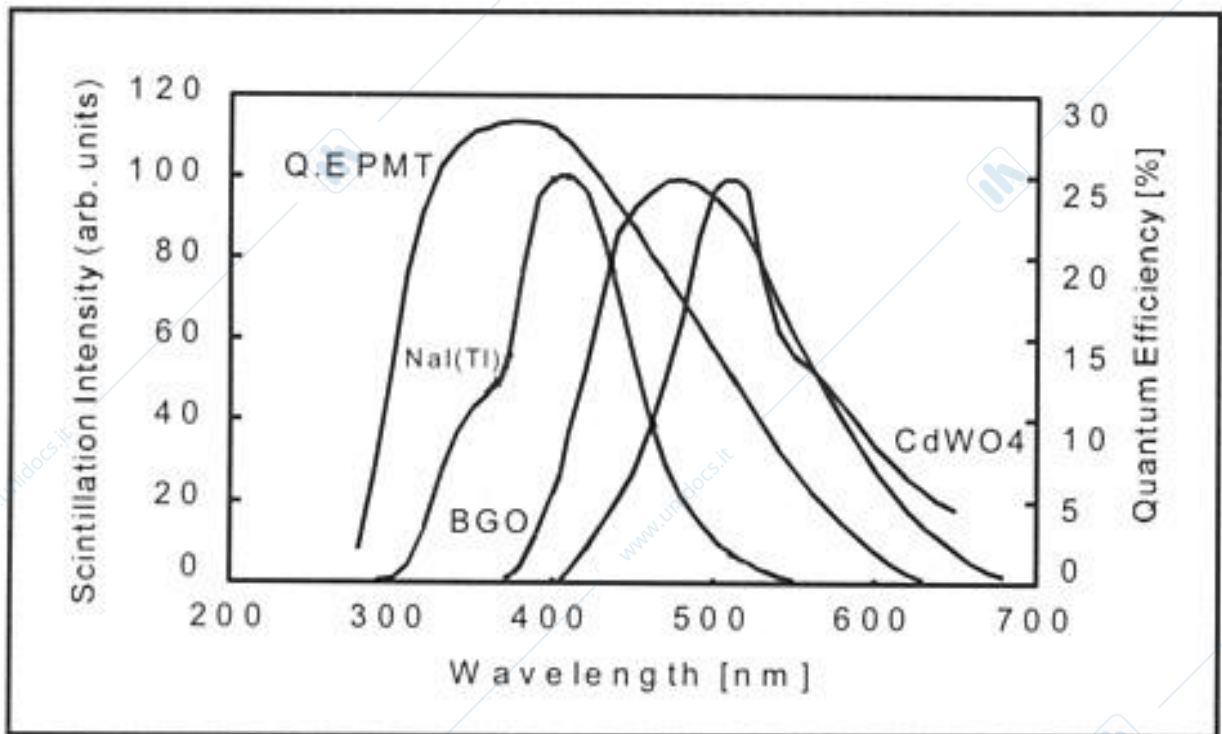


Fig 6.3 Emissione di fotoni da un centro di luminescenza.

In figura e' anche mostrato l'efficienza di generazione di un elettrone da parte di un fotone che incide sul rivelatore di luce. Quest'ultima rappresenta la percentuale di energia che va in fotoni.



**Fig. 3.1** Emission spectra of NaI(Tl), BGO and CdWO<sub>4</sub>, scaled on maximum emission intensity.

Fig 6.4 Spettro di emissione di alcuni scintillatori

Una caratteristica fondamentale degli scintillatori è il loro rendimento luminoso definito come il numero di fotoni che vengono emessi per quantità di energia assorbita: in generale questa grandezza viene rapportata al NaI(Tl) per il quale vale a temperatura ambiente che l'emissione è di 38000 fotoni per MeV di energia rilasciata dalla particella. Questo valore corrisponde a circa 25 eV di energia rilasciata dalla particella per fotone generato. In generale si avrà una proporzione diretta tra fotoni emessi  $N$  ed energia liberata dalla particella nello scintillatore.

$$N = k \Delta E \quad 6.1$$

Va notato che la quantità di luce emessa dipende dalla temperatura in quanto da essa dipendono i percorsi per passare dallo stato eccitato a quello fondamentale mostrati nella figura 6.2 e 6.3

La dipendenza da T e' mostrata per alcuni scintillatore in figura 6.5: si puo' osservare quanto questa dipendenza sia critica per il caso del BGO che spesso deve essere termostato per evitare variazioni della risposta con T.

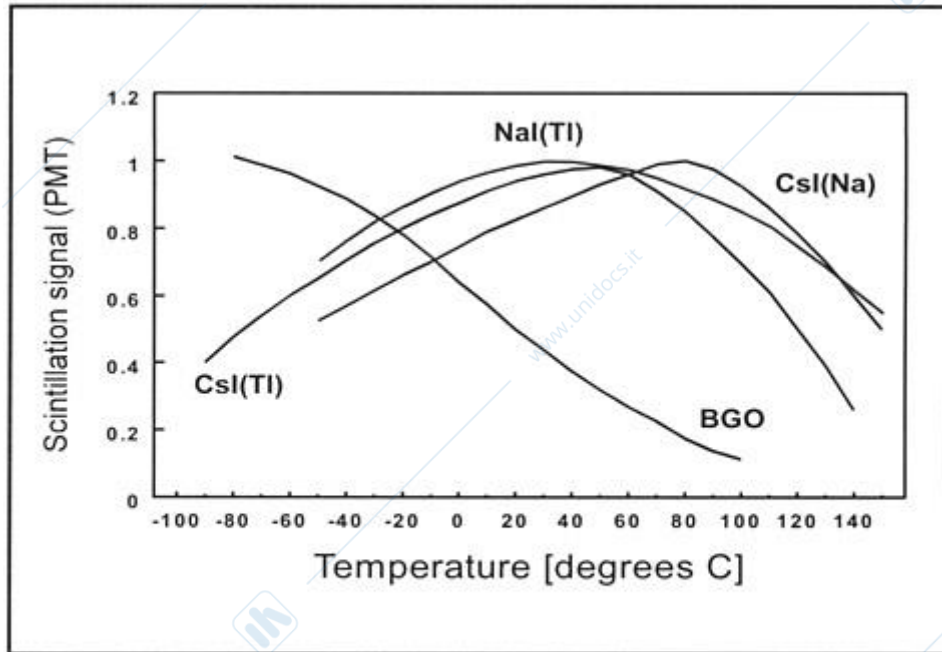


Fig. 3.3 Temperature dependence of the scintillation yield of NaI(Tl), CsI(Na), CsI(Tl) and BGO.

Fig 6.5 Dipendenza dalla temperature dell'efficienza luminosa di alcuni scintillatori

Infine va rilevato che ha grande importanza negli scintillatori la legge che regola il loro tempo di decadimento.

In prima approssimazione, trascurando il tempo di formazione degli atomi eccitati, detto N il numero totale di fotoni emessi con un decadimento esponenziale di tempo caratteristico  $\tau$  si avra' un numero di fotoni emessi al tempo t dato da :

$$N(t) = N/\tau \exp(-t/\tau) \quad 6.2$$

Questa formula e' piuttosto semplificata e va sostituita con una piu' completa espressione in cui si tenga conto che il

decadimento e' composto da una parte rapida caratterizzata da  $\tau_1$  ed una piu' lenta con un  $\tau_2 > \tau_1$ . La formula diventa cosi'

$$N(t) = a N/\tau_1 \exp(-t/\tau_1) + b N/\tau_2 \exp(-t/\tau_2) \quad 6.3$$

Con a e b rappresentanti la percentuale di decadimenti nelle rispettive modalita' .I valori di a e b possono dipendere dalla densita' di ionizzazione cosi' fornendo un metodo di riconoscimento delle particelle che hanno prodotto luce.

In figura 6.5 e' rappresentato il caso del CsI(Tl)

In cui i tempi di decadimento sono  $\tau_1 = 679 \text{ ns}$  e  $\tau_2 = 3.34 \mu\text{s}$

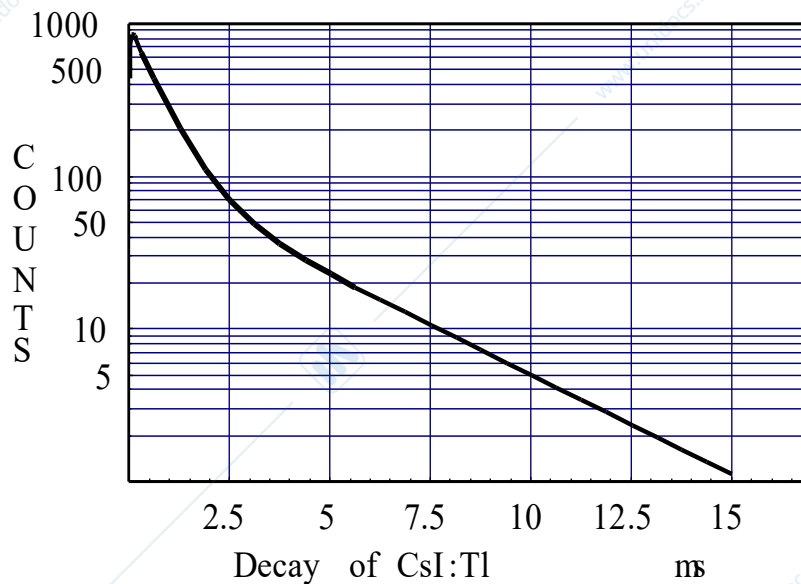


Fig 6.5 decadimento del CsI(Tl) con tempi caratteristici  $\tau_1 = 679 \text{ ns}$  e  $\tau_2 = 3.34 \mu\text{s}$

Nella tabella 6.1 seguente sono elencati i principali cristalli scintillanti con le loro caratteristiche.

Tabella 6.1  
Principali scintillatori inorganici

scintillator composition	density (g/cm <sup>3</sup> )	index of refraction	wavelength of maximum emission (nm)	decay time constant (μs)	scintillation pulse height <sup>1)</sup>	notes	Photons/MeV
NaI	3.67	1.78	303	0.06	190	2)	4 × 10 <sup>4</sup>
NaI(Tl)	3.67	1.85	410	0.25	100	3)	
CsI	4.51	1.80	310	0.01	6	3)	
CsI(Tl)	4.51	1.80	565	1.0	45	3)	1.1 × 10 <sup>4</sup>
CaI(Na)	4.51	1.84	420	0.63	85	3)	
KI(Tl)	3.13	1.71	410	0.24/2.5	24	3)	
<sup>6</sup> LiF(Eu)	4.06	1.96	470-485	1.4	35	3)	1.4 × 10 <sup>4</sup>
CaF <sub>2</sub> (Eu)	3.19	1.44	435	0.9	50		
BaF <sub>2</sub>	4.88	1.49	190/220	0.0006	5		6.5 × 10 <sup>3</sup>
			310	0.63	15		
Bi <sub>4</sub> Ge <sub>3</sub> O <sub>12</sub>	7.13	2.15	480	0.30	10		2.8 × 10 <sup>3</sup>
CaWO <sub>4</sub>	6.12	1.92	430	0.5/20	50		
ZnWO <sub>4</sub>	7.87	2.2	480	5.0	26		
CdWO <sub>4</sub>	7.90	2.3	540	5.0	40		
CsF	4.65	1.48	390	0.005	5	3)	
CeF <sub>3</sub>	6.16	1.68	300	0.005	5		
			340	0.020			
ZnS(Ag)	4.09	2.35	450	0.2	150	4)	
GSO	6.71	1.9	440	0.060	20		
ZnO(Ga)	5.61	2.02	385	0.0004	40	4)	
YSO	4.45	1.8	420	0.035	50		
YAP	5.50	1.9	370	0.030	40		
PbWO <sub>4</sub>	8.28	1.82	440, 530	0.01			100

<sup>1)</sup> relative to NaI(Tl) <sup>2)</sup> at 80 K <sup>3)</sup> hygroscopic <sup>4)</sup> polycrystalline

### 6.3 Scintillatori organici

La luminescenza negli scintillatori organici è una proprietà specificatamente molecolare. Può avvenire sia in sostanze cristalline sia in soluzioni plastiche o liquide. Si ammette generalmente che l'emissione di luce sia associata alla transizione elettronica tra i diversi livelli S di singoletto e T di tripletto degli elettroni  $\pi$  caratteristici degli anelli benzenici. Allo stato normale gli elettroni si trovano nello stato di Singoletto  $S_0$ . Il passaggio di una radiazione ionizzante può provocare la transizione degli elettroni  $\pi$  a stato S eccitati o creare molecole fortemente eccitate su livelli di Tripletto. Questi stati transiscono rapidamente ai livelli S e T più bassi. Lo stato  $S_1$  emette fotoni di fluorescenza in tempi dell'ordine di  $10^{-9}$ s che costituiscono la parte veloce del processo di scintillazione. Lo stato  $T_1$  ha una durata molto maggiore e dà luogo a fluorescenza ritardata. (vedi Figura 6.6)

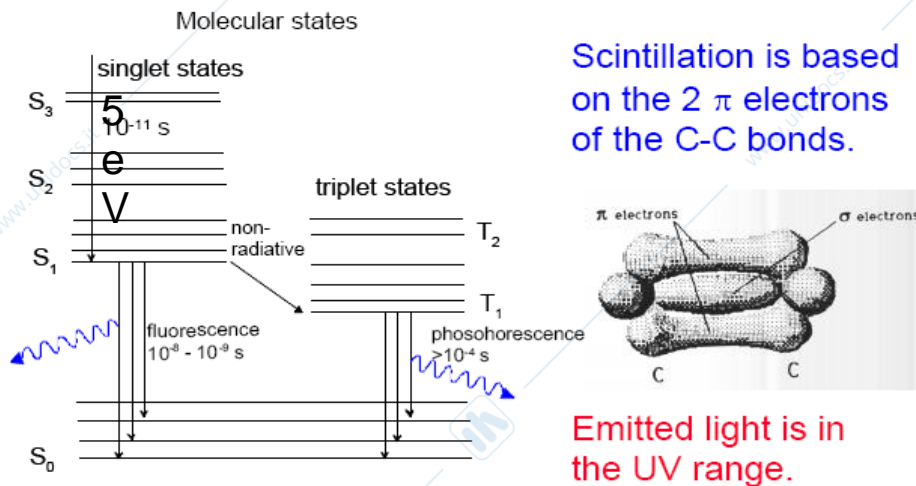


Fig 6.6 Schema di livelli in uno scintillatore organico

Il processo di assorbimento ed emissione porta ad una piccola sovrapposizione tra spettri di assorbimento ed

emissione(fig 6.7) e la luce puo' cosi' uscire dallo scintillatore.

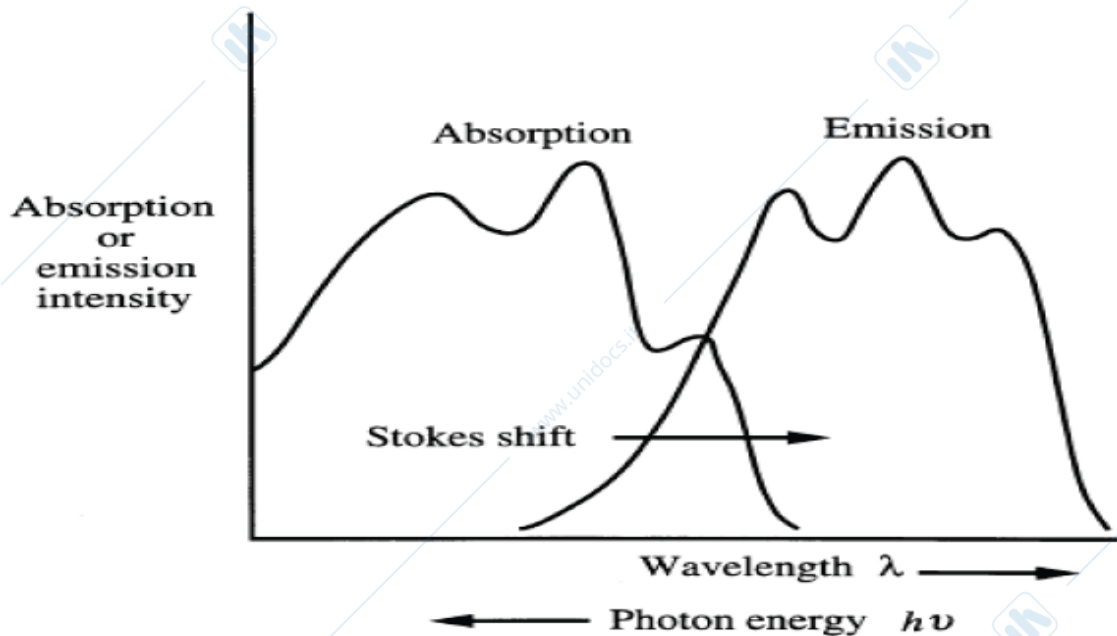


Fig 6.7 Spettri di assorbimento ed emissione di uno scintillatore organico.

Nella tabella 6.2 sono presentati dati relativi a diversi scintillatori organici. Da i dati sui monocristalli si deduce che l'antracene e' il di gran lunga il migliore di questi scintillatori con una resa luminosa di 20 fotoni/kev circa la meta di quella del NAI(Tl).

Occorre pero' tenere conto che questi cristalli sono molto difficili da fare crescere e non si possono ottenere in volumi superiori a qualche  $\text{cm}^3$ . Va inoltre notato che la luce emessa e' nell'ultravioletto dove non e' facile trasmetterla e convertirla in fotoelettroni.

La grande utilita' degli scintillatori organici e' pero' legata alla possibilita' di sviluppare scintillatori plastici o liquidi di forme e volumi adatti a diverse esigenze.

Questi scintillatori sono stati realizzati facendo uso di opportune miscele di materiali costituite da un solvente e due soluti. L'interazione avviene nel solvente i cui fotoni

eccitano un primo soluto che a sua volta cede energia ad un secondo soluto che emette fotoni nell'intervallo di energia in cui possono facilmente essere trasmessi e poi convertiti in fotoelettroni dal fonorivelatore. In questo modo si sono costruiti scintillatori di grande area ( $m^2$ ) e trasmessa luce a distanze dell'ordine del metro. Il processo è illustrato in figura 6.8

## Tabella 6.2

Table A6.3 Properties of some organic scintillators

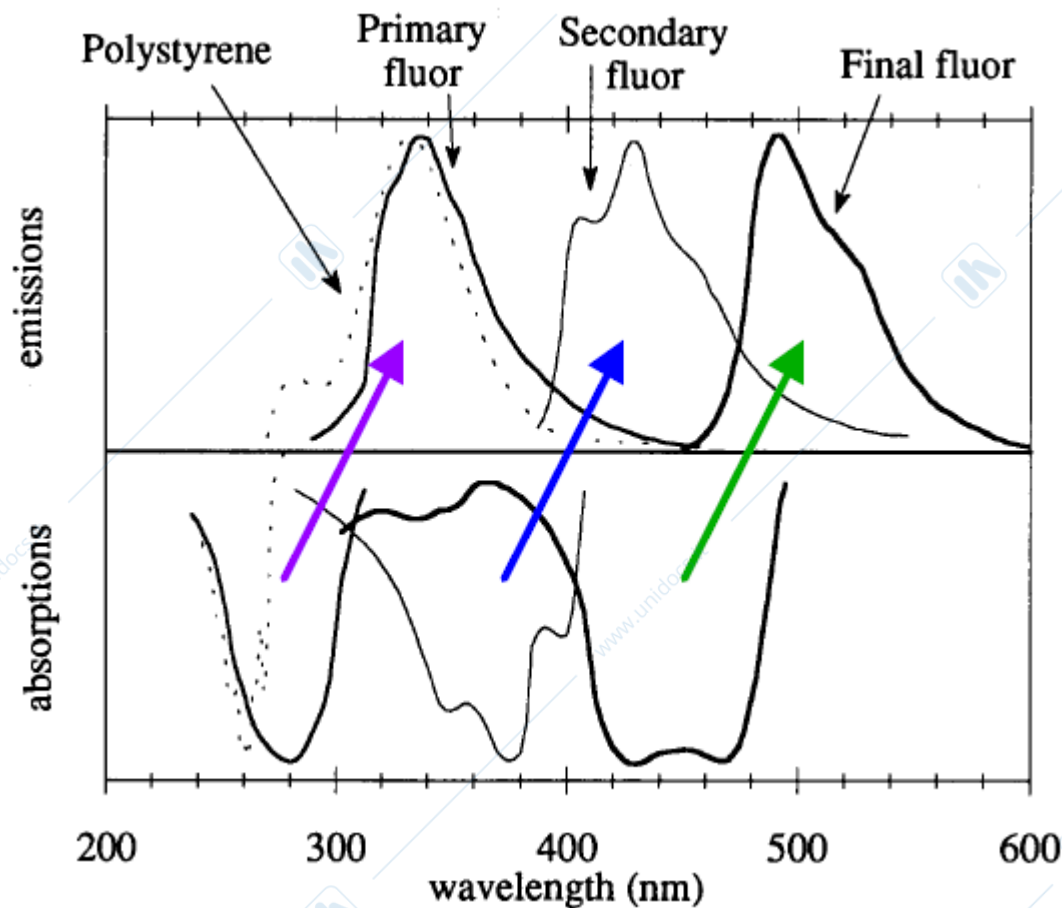
scintillator	density (g/cm <sup>3</sup> )	index of refraction	wavelength of maximum emission (nm)	decay time constant (ns)	scintillation pulse height <sup>1)</sup>	H/C ratio <sup>2)</sup>	yield/ NaI	
<b>Monocrystals</b>								
naphthalene	1.15	1.58	348	11	11	0.800	0.5	
anthracene	1.25	1.59	448	30-32	100	0.714		
trans-stilbene	1.16	1.58	384	3-8	46	0.857		
p-terphenyl	1.23		391	6-12	30	0.778		
<b>Plastics <sup>3)</sup></b>								
NE 102 A	1.032	1.58	425	2.5	65	1.105	0.5	
NE 104	1.032	1.58	405	1.8	68	1.100		
NE 110	1.032	1.58	437	3.3	60	1.105		
NE 111	1.032	1.58	370	1.7	55	1.096		
<b>Plastics <sup>4)</sup></b>								
BC-400	1.032	1.581	423	2.4	65	1.103		
BC-404	1.032	1.58	408	1.8	68	1.107		
BC-408	1.032	1.58	425	2.1	64	1.104		
BC-412	1.032	1.58	434	3.3	60	1.104		
BC-414	1.032	1.58	392	1.8	68	1.110		
BC-416	1.032	1.58	434	4.0	50	1.110		
BC-418	1.032	1.58	391	1.4	67	1.100		
BC-420	1.032	1.58	391	1.5	64	1.100		
BC-422	1.032	1.58	370	1.6	55	1.102		
BC-422Q	1.032	1.58	370	0.7	11	1.102		
BC-428	1.032	1.58	480	12.5	50	1.103		
BC-430	1.032	1.58	580	16.8	45	1.108		
BC-434	1.049	1.58	425	2.2	60	0.995		

<sup>1)</sup> relative to anthracene

<sup>2)</sup> ratio of hydrogen to carbon atoms

<sup>3)</sup> Nuclear Enterprises Ltd. Sighthill, Edinburgh, U.K.

<sup>4)</sup> Bicon Corporation, Newbury, Ohio, USA



	solvent	secondary fluor	tertiary fluor
Liquid scintillators	Benzene Toluene Xylene	p-terphenyl DPO PBD	POPOP BBO BPO
Plastic scintillators	Polyvinylbenzene Polyvinyltoluene Polystyrene	p-terphenyl DPO PBD	POPOP TBP BBO DPS

Fig 6.8 Schema di uno Scintillatore organico ternario e materiali usati.

Nel considerare la risposta temporale di uno scintillatore organico non si puo' sempre ignorare il tempo di formazione della molecola scintillante rispetto a quello di

fluorescenza che e' in genere dell'ordine del nanosecondo  
 Per esempio nell scintillatore NE111 si ha tempo di  
 formazione  $\tau_r = 0.2\text{ns}$  e tempo di fluorescenza  $\tau_f = 1.7\text{ns}$ . La  
 conseguenza e' che la forma temporale del segnale e'  
 quella mostrata in figura 6.9.

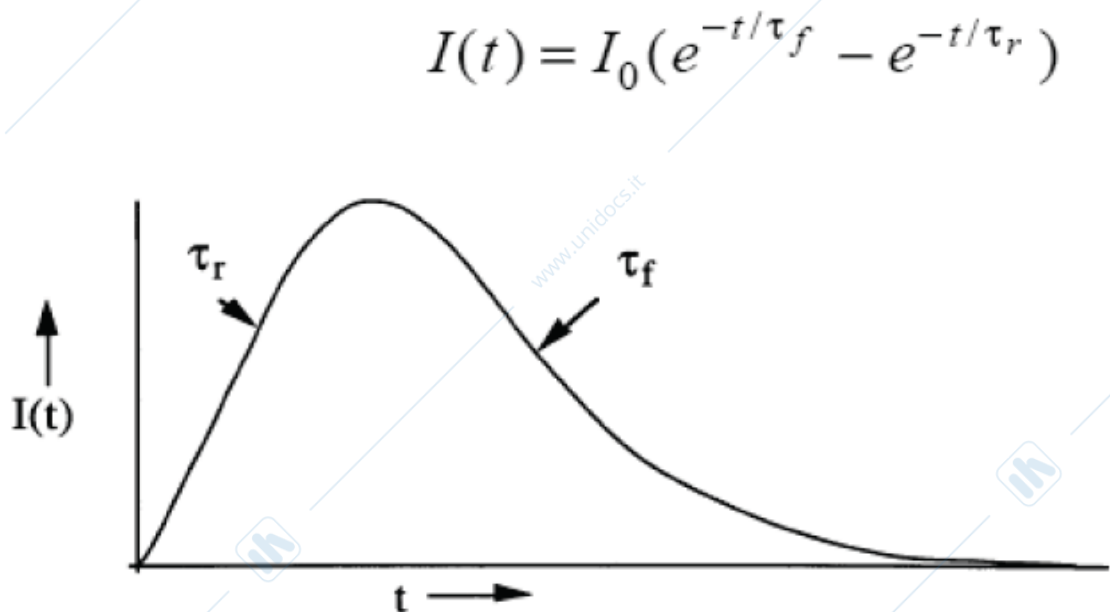


Fig 6.9 Forma del segnale di uno scintillatore organico.

Va anche notato che molti scintillatori organici hanno tempo di decadimento che dipende dalla densita' di ionizzazione  $dE/dx$  della particella ionizzante. In figura 6.10 e' riportato il caso dello stilbene.

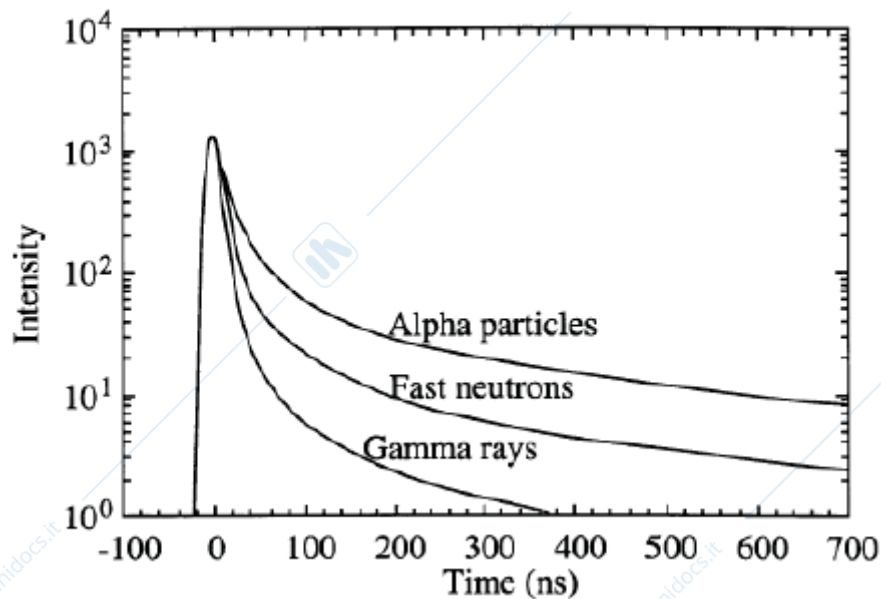


Fig 6.10 Tempo di decadimento dello stilbene per in risposta a particelle di bassa energia con diverso  $dE/dx$ . Nel caso del neutrone la particella ionizzante e' il protone.

Infine si deve osservare che anche l'emissione di luce risente della densita' di ionizzazione: infatti tra luce emessa e quantita' di energia liberata dalla particella ionizzante non vi e' una semplice proporzionalita' diretta ,ma vale la;

$$dL/dx = (SdE/dx) / (1 + kBdE/dx) \quad 6.4$$

con valori di  $kB$  tipici dell'ordine di  $10^{-2} \text{gcm}^{-2} \text{MeV}^{-1}$ .

Il fenomeno e' mostrato in figura 6.11 nel caso dell'antracene e 6.12 per il plastico NE102. La spiegazione va ricercata nel diverso numero di molecole che vengono danneggiate nel cammino di particelle con diversa densita' di ionizzazione.

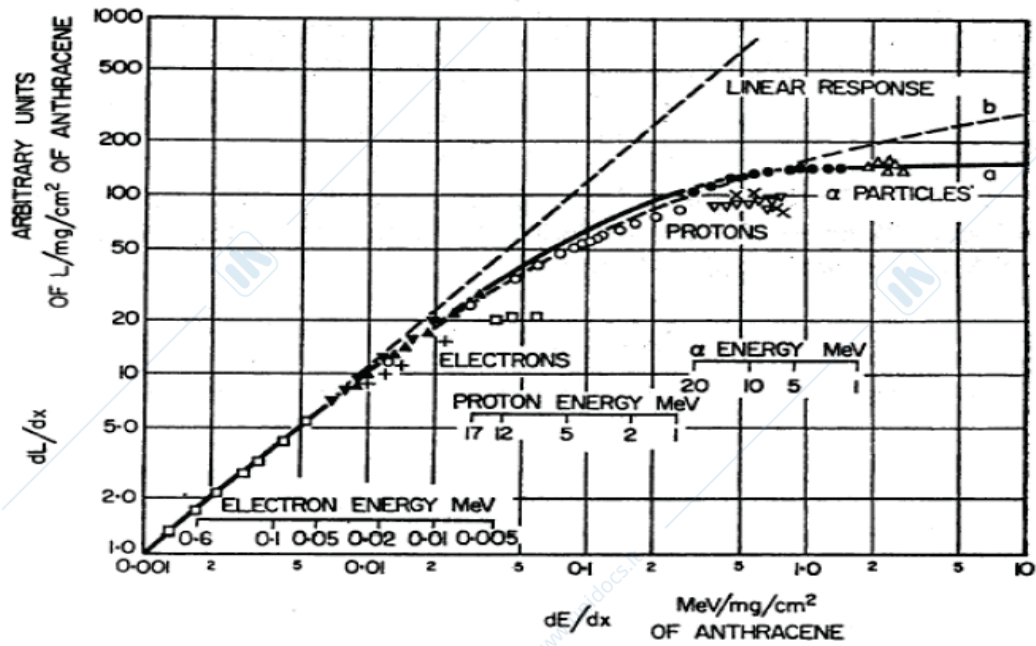


Fig 6.11 risposta luminosa dell'antracene a particelle con diversa densita' di ionizzazione.

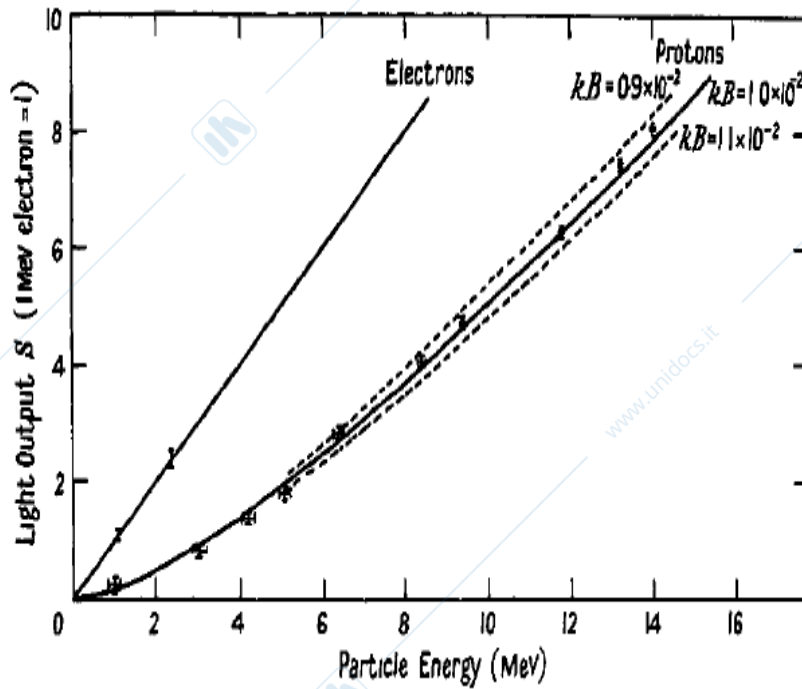


Fig 6.12 Risposta luminosa dello scintillatore plastico NE102 ad elettroni e protoni

#### 6.4 Altri materiali scintillanti

Per completezza e' necessario ricordare che oltre ai cristalli scintillatori inorganici ed ai materiali organici altri materiali mostrano il fenomeno della scintillazione.

##### Gas e liquidi nobili

In questi materiali gli atomi eccitati possono dissipare circa il 20% della loro energia emettendo luce nell'ultravioletto. Lo spettro di emissione consiste in un picco netto vicino ad una soglia seguito da un vasto continuo. L'efficienza di scintillazione e' piuttosto buona (es per Xe liquido 20 fotoni/ev), ma lo spettro luminoso e' nell'ultravioletto (es Xe liquido ha un valore medio di circa 170nm) Lo spettro dipende dalla pressione. I tempi di scintillazione sono dell'ordine di 10ns.

##### Vetri scintillanti

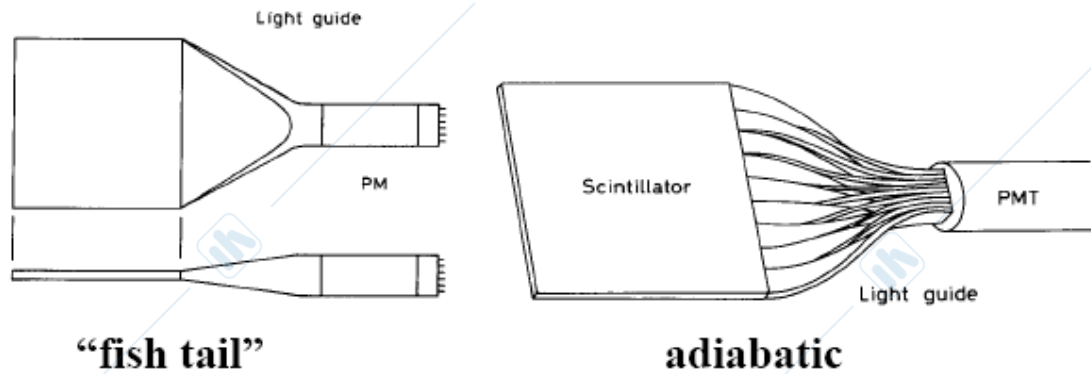
Sono materiali che possono contenere atomi ad alta Z e percio' utili alla rivelazione di  $\gamma$  In genere la scintillazione viene ottenuta aggiungendo Ce sotto forma di  $Ce_2O_3$ : hanno rendimento luminoso uguale al 20% dell'antracene e tempi di risposta dell'ordine di 20ns.

#### 6.5 Raccolta di luce

Quando la luce di scintillatore e' prodotta occorre trasportarla efficientemente sul rivelatore di fotoni che molto spesso non puo' stare vicino allo scintillatore e non ha la superficie di ingresso della stessa area e forma.

Occorre percio' creare delle guide che portino la luce dalla superficie dello scintillatore al rivelatore di fotoni fatte di materiale trasparente in cui sia intrappolata piu' luce di scintillazione possibile.

In molti casi e' anche utile cambiare la lunghezza d'onda della luce di scintillazione in una piu' facilmente rivelabile (vedi fig 6.12)



◆ wavelength shifter (WLS) bars

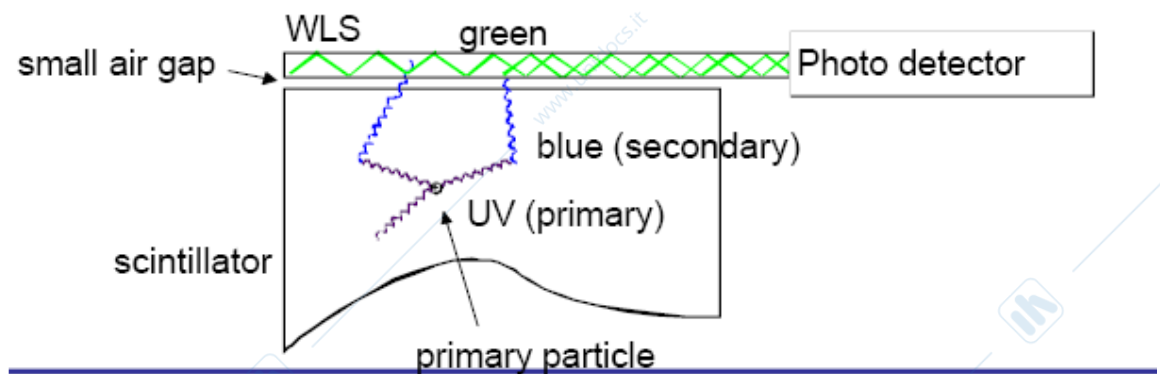


Fig 6.12 Guide di luce per raccordare scintillatore e rivelatore di luce

Consideriamo il caso di una barra cilindrica e ammettiamo che la luce sia emessa isotropicamente dallo Scintillatore. La luce che viene intrappolata e trasportata e' quella che incide sulla superficie della guida ad angoli maggiori dell'angolo limite per i quali vi e' riflessione totale. L'angolo di riflessione totale tra due mezzi di indice di rifrazione  $n_1$  ed  $n_2$  (fig 6.13) si ottiene dalla relazione :

$$\sin \theta_c = n_1/n_2 \tag{6.5}$$

con  $\theta$  misurato rispetto alla normale della superficie. Quando la superficie esterna e' l'aria la formula si riduce a

$$\sin \theta_c = 1/n \tag{6.6}$$

avendo indicato con l'indice di rifrazione del materiale di cui e' fatta la guida di luce.

Tanto piu' grande e'  $n$  quanto piu' e' piccolo l'angolo limite e piu' e' grande l'intervallo di angoli all'interno dei quali si verifica la riflessione totale.

In generale le guide di luce sono fatte di plexiglass il cui indice di rifrazione vale:  $n=1.5$

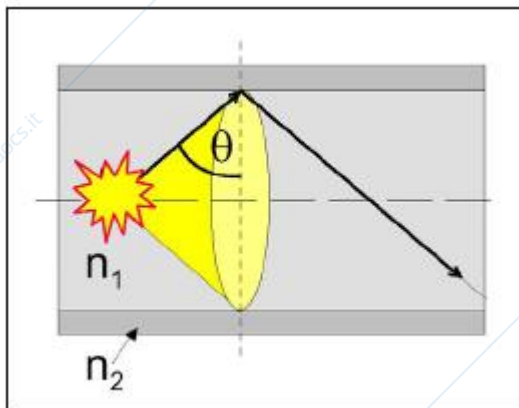


Fig 6.13 Angolo di impatto della luce nella superficie di separazione tra due mezzi

La frazione di luce trasmessa attraverso la riflessione totale in una direzione vale (chiamando  $\phi$  l'angolo della luce con l'asse)

$$f = \frac{\Omega}{4\pi} = \frac{1}{4\pi} \int_0^{\phi_c} 2\pi \sin \phi d\phi = \frac{1}{2} \left| \cos \phi \right|_0^{\phi_c} = \frac{1}{2} (1 - \sin \theta_c) = \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{1}{n} \right)$$

6.7

Per un valore di 1.5 del plexiglass  $f=0.167$

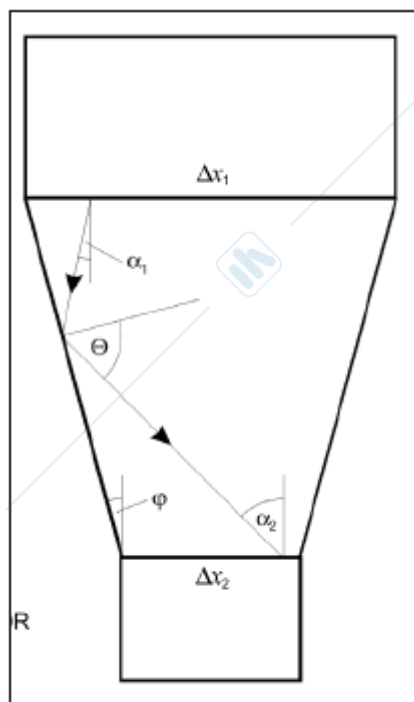
Spesso la guida di luce serve per permettere la transizione dalla forma della superficie dello scintillatore a quella del fotorivelatore

L'area e la forma della guida varia secondo la costruzione (Figura 6.14)

286

Per quanto complessa sia la forma il flusso di fotoni per unita' di area non puo' cambiare per unita' di angolo solido all'interno della guida. Percio' ogni guida di luce la cui area diminuisce dallo scintillatore al fotorivelatore non trasporterà tutta la luce entrante, ma al massimo una frazione pari al rapporto delle area.

Sono state create guide di luce dette adiabatiche in cui l'area traversa e mantenuta fatte di strisce lievemente arcuate in grado di trasportare tutta la luce nell'angolo di accettazione. Ovviamente vale la regola che l'area totale ricoperta dalle strisce non puo' essere inferiore di quella del fotorivelatore.



plexiglas lightguide

Fig 6.14 Trasporto di luce dallo scintillatore al fotorivelatore

Per migliorare la situazione le guide vengono ricoperte da fogli di alluminio riflettente.

La luce che attraversa lo scintillatore e la guida di luce viene attenuata secondo una relazione del tipo

$$I(x) = I_0 \exp(-x/d_s) + I_0 \exp(-x/d_l) \quad 6.8$$

dove  $d_s$  e  $d_l$  rappresentano coefficienti di attenuazione del materiale per lunghezze d'onda corte ( $< 360\text{nm}$ ) e lunghe. La luce viola ed ultravioletta è in genere assorbita fortemente negli scintillatori e nel plexiglass perciò quando si deve trasmettere la luce a distanza è conveniente trasformarla in luce verde in materiali in cui poi viene trasferita con piccoli coefficienti di assorbimento. I materiali vengono detti waves light shifter (WLS) Vedi figura 6.15

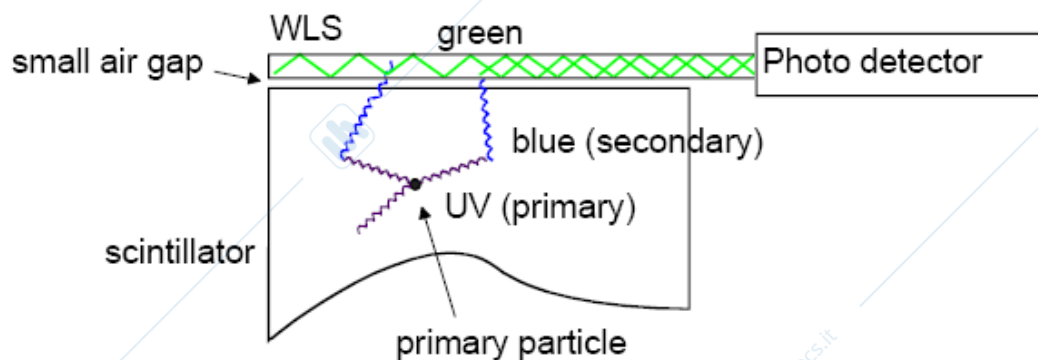


fig 6.15 Schema di trasporto della luce di scintillazione attraverso i WLS.

## 6.6 Fotorivelatori e contatori a scintillazione

### a) Fotomoltiplicatori

#### Componenti

Il convertitore di segnali luminosi in segnali elettrici più usato è il fotomoltiplicatore schematizzato in figura 6.16

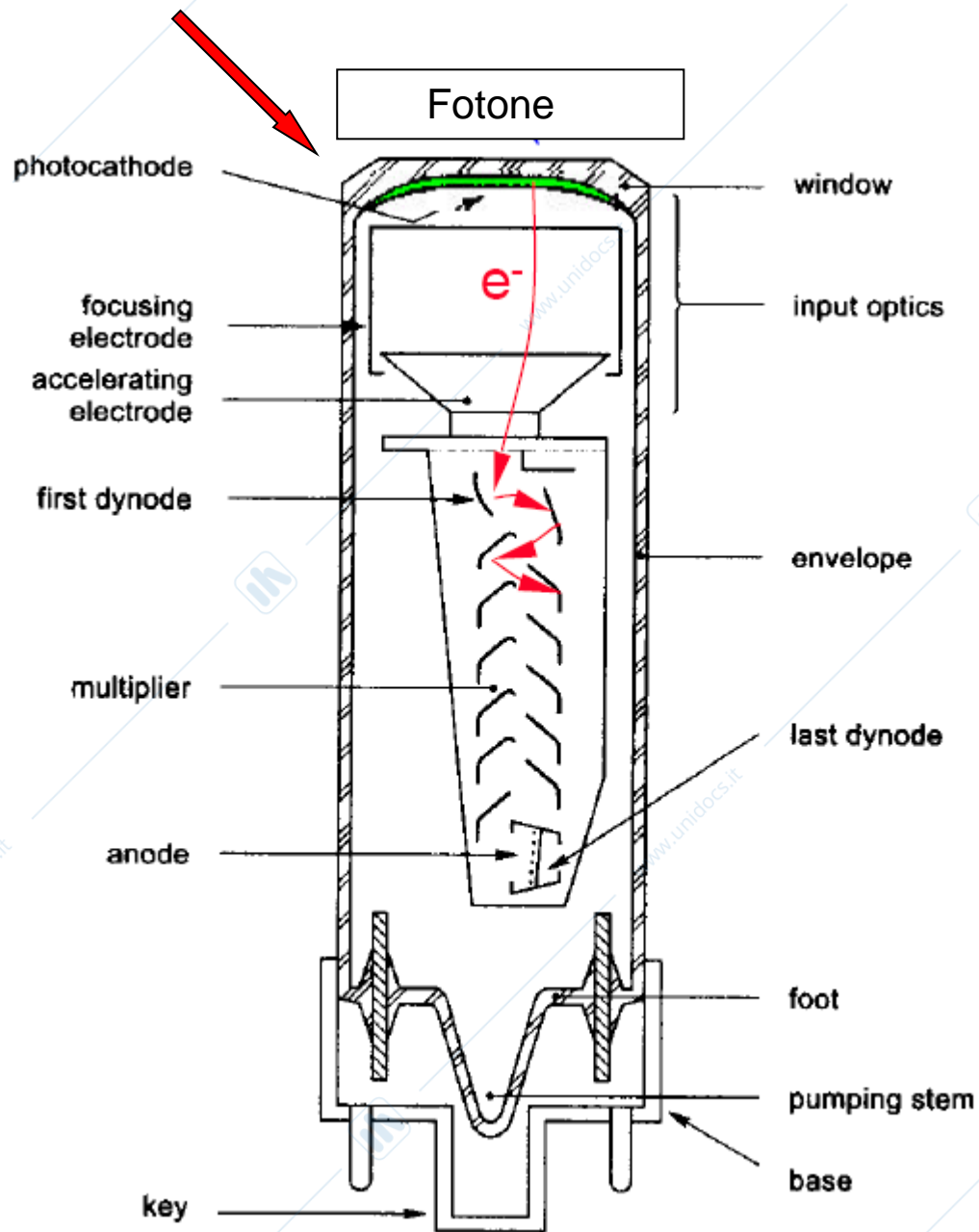


Figura 6.16 Schema di un fotomoltiplicatore

Il fotomoltiplicatore è costituito da un ampolla di vetro entro cui è fatto il vuoto per permettere agli elettroni di muoversi lungo le linee del campo elettrico che viene costruito al suo interno.

Il fotomoltiplicatore ha una catena di elettrodi così costituita

### 1 Fotocatodo

È l'elettrodo a minore potenziale fatto di un materiale capace di emettere elettroni quando è colpito da fotoni nel visibile o nel primo violetto

### 2 Elettrodi di focalizzazione

Servono a creare un campo elettrico che permetta di portare gli elettroni estratti dal fotocatodo al primo di una serie di elettrodi moltiplicatori detti dinodi

### 3 Dinodi

sono una serie di elettrodi (da 10 a 14) a potenziale crescente che hanno un duplice scopo: moltiplicare gli elettroni creati sul fotocatodo e guidarli verso il dinodo successivo.

Quando un dinodo è colpito da un elettrone proveniente dal dinodo precedente ne emette in media  $\delta$  (da 2 a 5 circa)

### 4 Anodo

È l'ultimo elettrodo della catena raccoglie gli elettroni generati in seguito all'arrivo del fotone sul fotocatodo e dalla loro moltiplicazione sui dinodi

Diamo ora qualche dettaglio dei vari componenti

#### Fotocatodo

È costruito con un materiale fotosensibile che colpito dalla luce emette fotoelettroni. Si trova nella parte interna della finestra trasparente di entrata la fotomoltiplicatore. In figura

6.17 sono riprodotte le trasmissioni delle finestre di ingresso per diversi materiali in funzione della lunghezza d'onda.

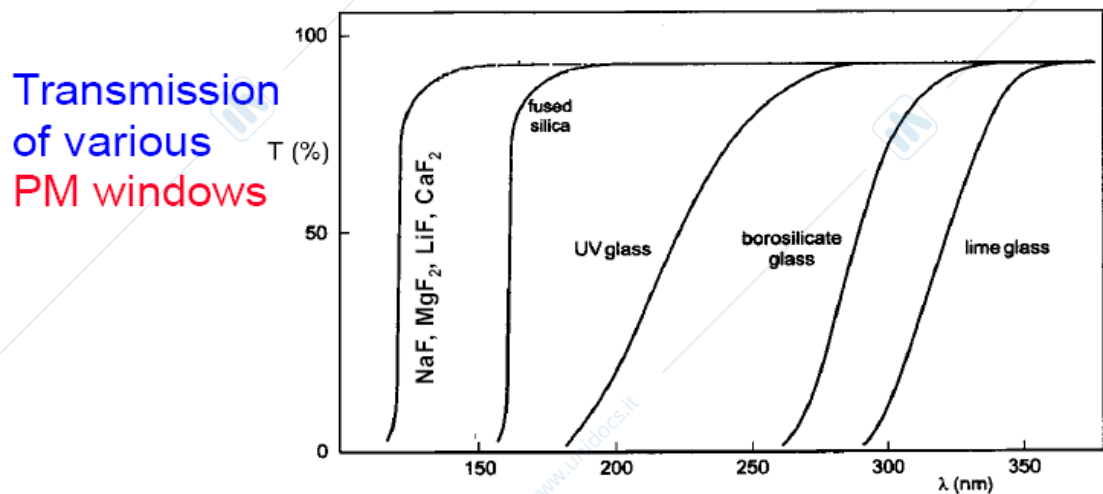


Fig.6.17 trasparenza della finestra di ingresso di un fotomoltiplicatore in funzione della lunghezza d'onda dei fotoni entranti

Per studiare l'emissione degli elettroni da un materiale ci si può riferire alla figura 6.18. Nella figura è presentato il diagramma energetico degli elettroni all'interno di un semiconduttore. Si sa che i livelli superiori all'energia di Fermi sono praticamente vuoti e che l'energia nel vuoto è superiore al livello inferiore della banda di conduzione di una quantità  $E_A$ . Per estrarre elettroni dal materiale occorre dunque che il fotone abbia energia sufficiente a estrarre elettroni dalla banda di valenza.

$$h\nu = E_A + E_G \quad 6.10$$

Stando ai valori di queste energie cioè significa richiedere fotoni di lunghezza d'onda di 300 nm cioè ultravioletti. Per superare questo problema vengono fatti assorbire alla superficie del semiconduttore metalli alcalini (es Cs) che formano uno strato dipolare che permette la riduzione del lavoro di uscita degli elettroni

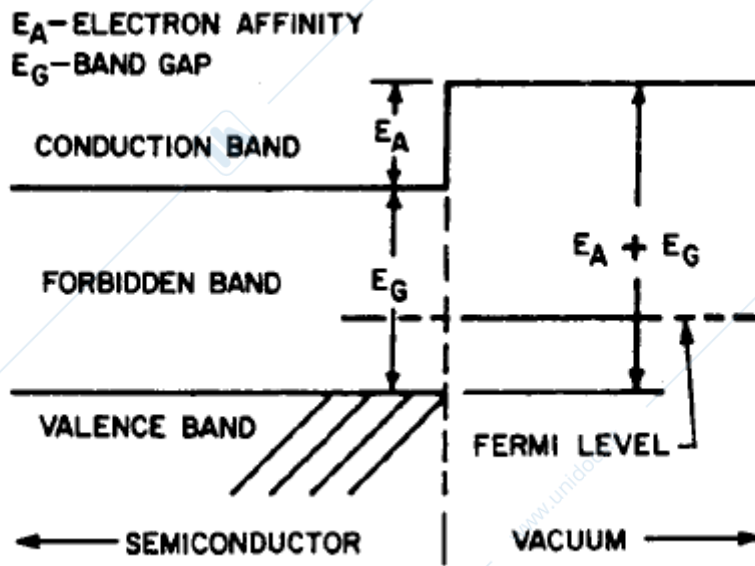


Figura 6.18 Struttura a bande del materiale di un fotocato standard

Nella tabella 6.3 sono riportati i dati e le sigle di diversi fotocatodi la cui risposta e' presentata in figura 6.19 in cui e' data la efficienza quantica dei fotocatodi definita da:

$Q.E = \text{numero di fotoelettroni estratti} / \text{numero di fotoni incidenti}$

Tabella 6.3 Caratteristiche di alcuni fotocatodi

Cathode type	Composition	Peak Q.E.	Peak $\lambda$
S1	AgOCs	0.4%	800 nm
S10	BiAgOCs	7%	420 nm
S11	CS <sub>3</sub> SbO	21%	390 nm
S20 (multi-alkali)	Na <sub>2</sub> KSbCs	22%	380 nm
Bialkali	K <sub>2</sub> CsSb	27%	380 nm
Bialkali (high temp)	Na <sub>2</sub> KSb	21%	360nm
	KCsRbSb	24%	440 nm
Bialkali	RbCsSb	25%	450 nm
Solar blind*	CeTe	18%	200 nm
Solar blind**	CsI	15%	135 nm

Va notato che anche con i fotocatodi piu' sofisticati e' difficile ottenere efficienze quantiche superiori al 20%, mentre invece e' possibile ottenere il massimo di efficienza nella regione del blu/verde che e' quella interessante per gli scintillatori

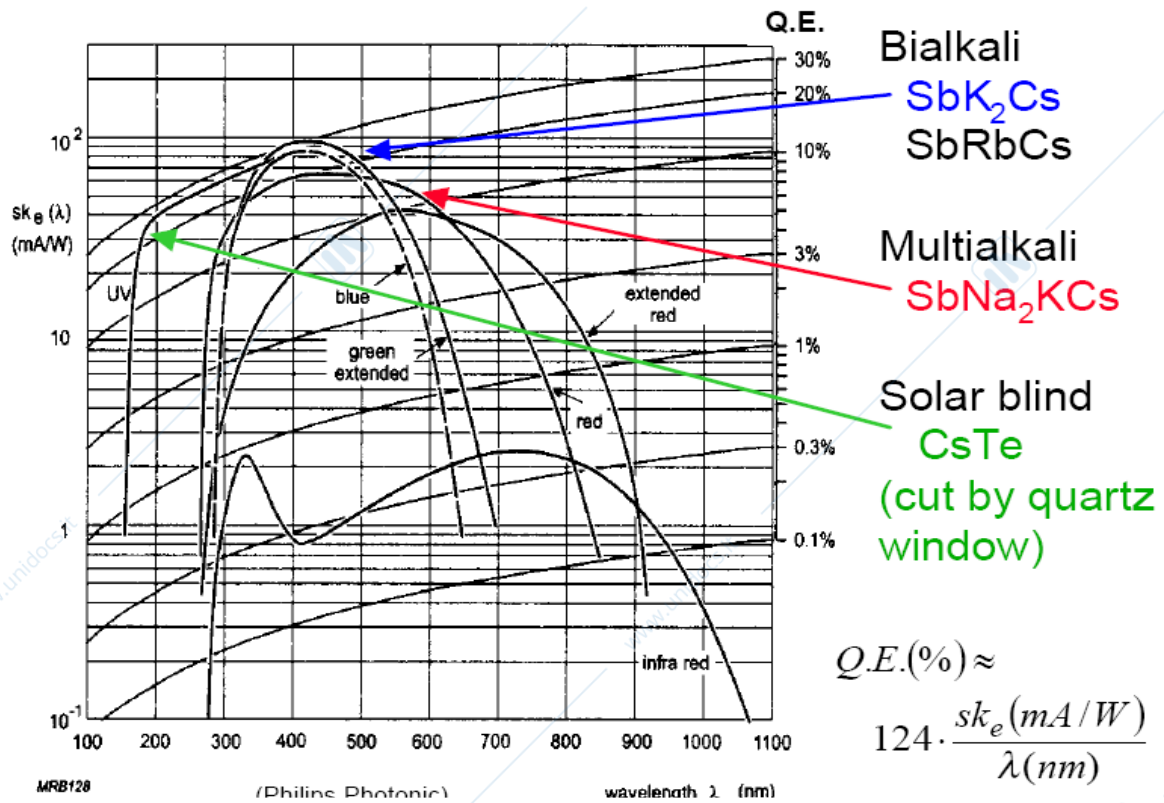


Fig 6.19 Risposta di diversi fotocatodi in funzione della lunghezza d'onda del fotone incidente.

In figura 6.20 sono riportati gli intervalli di utilizzazione di alcuni fotocatodi nonché quelle di miscele che vengono utilizzate nei contatori a gas per renderli sensibili a fotoni.

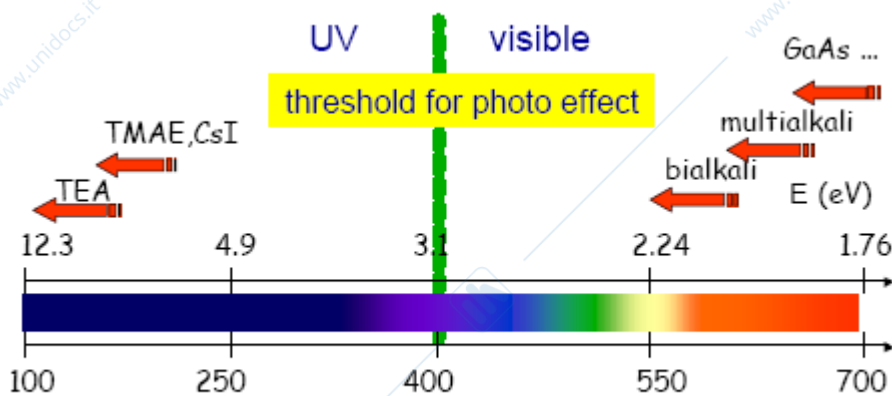


Fig 6.20 Soglie per estrazione di elettroni per fotocatodi e per molecole componenti miscele gassose

## Elettrodi Focalizzanti

Sono i primi elettrodi dopo il fotocatodo hanno lo scopo di fare si' che tutti gli elettroni emessi dal fotocatodo raggiungano il primo dinodo e che il tempo di transito dai diversi punti del fotocatodo al dinodo sia il piu' possibile uguale.

Per ottenere questi risultati viene creato un campo elettrico ad imbuto tra fotocatodo e primo dinodo. La figura 6.20 mostra questo campo che va particolarmente curato nella costruzione dei fotomoltiplicatori .E' da notare che in generale e' opportuno che in questa zona il campo elettrico sia alto in quanto serve a ridurre differenze di tempo tra elettroni diversi

Infatti gli elettroni possono avere origine nel fotocatodo con velocita' diverse : un elettrone puo' venire emesso dal fotocatodo con una velocita' normale corrispondente ad una Energia cinetica  $E_n$  ed una parallela corrispondente ad una energia  $E_t$  tangenziale: l'elettrone con energia in direzione normale impieghera'rispetto all'elettrone emesso con energia nulla un tempo minore a raggiungere il primo dinodo ,dato da :

$$\Delta t = L (1/eE) (2mE_n)^{1/2} \quad 6.11$$

in cui  $m$  e' la massa dell'elettrone ,  $e$  la carica ,  $E$  il campo elettrico nel fotomoltiplicatore ed  $L$  la distanza fotocatodo primo dinodo

Per esempio con un campo  $E= 150V/cm$  ed  $E_n = 1.eV$  si ottiene

$$\Delta t \sim 0.02 \text{ ns con } L=10cm..$$

Il campo alto giova anche alla riduzione della differenza in tempo di transito tra elettroni provenienti da zone diverse che fanno percio' cammini  $L$  diversi di  $\Delta L$  per raggiungere l'anodo in questo caso:

$$\Delta t = \Delta L (m/2eEL)^{1/2} \quad 6.12$$

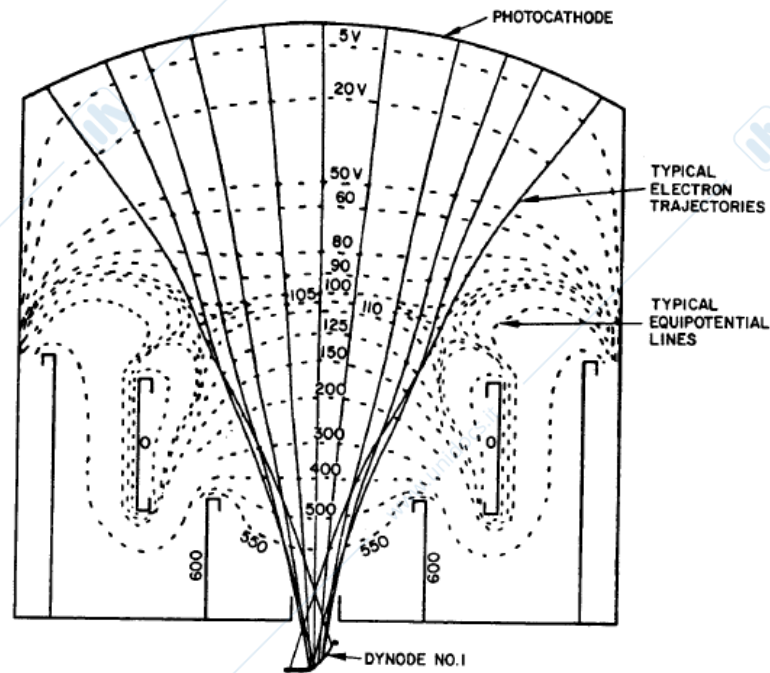


Fig.20 Campo elettrico e traiettoria degli elettroni tra fotocatodo e primo dinodo.

Un buon fotomoltiplicatore deve avere un'efficienza  $\eta$  di raccolta sul primo dinodo degli elettroni emessi dal fotocatodo il più possibile vicino ad uno. Si raggiungono in genere valori superiori al 80%.

### Dinodi

Sono una serie di  $N$  elettrodi a potenziale crescente che hanno lo scopo di moltiplicare gli elettroni incidenti sul primo di loro. Sono formati da materiale in cui per effetto secondario avviene l'emissione di elettroni quando su di loro incide un elettrone di energia sufficientemente alta (100-500 eV). Gli elettroni emessi dal primo dinodo ne estraggono altri dal secondo e così via producendo un processo a cascata che moltiplica di un fattore  $M$  gli elettroni originali..

Detto  $\delta_i$  il coefficiente di emissione secondaria dell'iesimo dinodo ed assumendo che tutti gli elettroni emessi siano raccolti dal dinodo successivo si avra':

$$M = \delta_1 \delta_2 \delta_3 \dots \delta_i \delta_{i+1} \delta_N = \prod_i^N \delta_i \quad 6.13$$

I dinodi sono costituiti da materiali quali AgMg, CuBe su cui venono depositati strati sottili di MgO, BeO

Il coefficiente di moltiplicazione secondaria dipende dalla tensione tra dinodi e puo' in genere essere espresso come

$$\delta_i = K V_i^\alpha \quad 6.14$$

con  $\alpha \leq 1$  tra i dinodi successivi.

Con differenze di tensione tra i dinodi dell'ordine di 100 V si raggiungo valori di  $\delta$  dell'ordine di 3-4. Per aumentare questi guadgni si puo' fare uso di GaP(Cs) con cui si ossono raggiungere gauadgni di 20 per tensioni di 400V.

E' in generale preferibile avere buoni guadagni per ridurre il contributo statistico delle fluttuazioni: questo fato e' una ulteriore ragione per tenere alta la differenza di potenziale tra fotocatodo e primo dinodo e per avere una differenza di potenziale piu' accentuata sui primi dinodi della catena.

In figura 6.21 sono riportate alcune forme di dinodi. I dinodi hanno forme geometriche che dipendono dal privilegiare la raccolta temporale o quella totale di carica.

In fig 6.22 e' riportato il valore di  $\delta$  in funzione dell'energia per alcuni materiali ccon cui sono costruiti i dinodi.

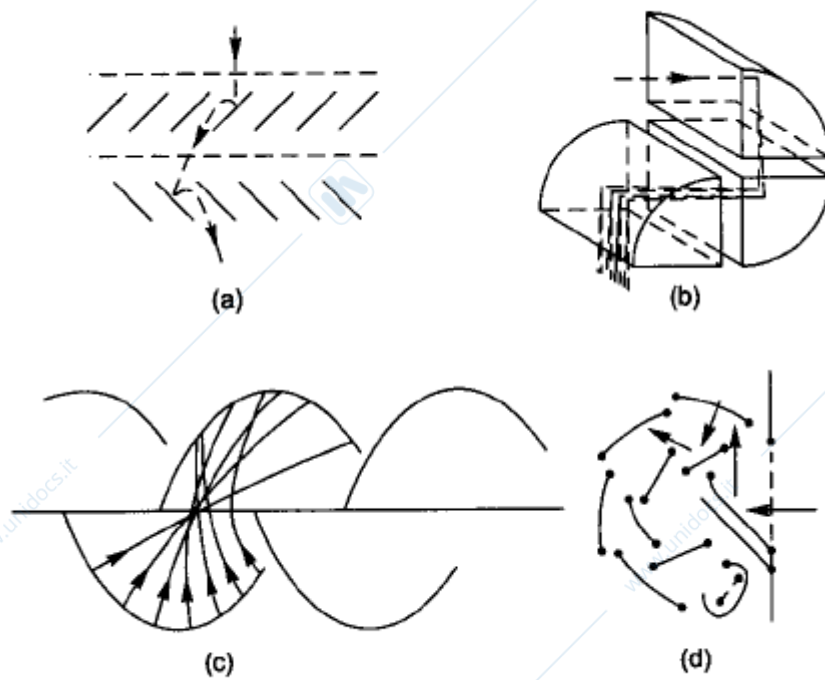


Fig 6.21 Alcune forme di dinodi a) veneziana  
 b) scatola chiusa  
 c)focheggiamento lineare d) gabbia circolare

La forma a) detta a veneziana permette di ottenere un guadagno molto stabile, ma presenta cattive risposta temporale.

La risposta temporale migliore si ottiene con la forma che consente di ottenere una struttura focalizzante progressiva lungo la traiettoria degli elettroni del fotomoltiplicatore.

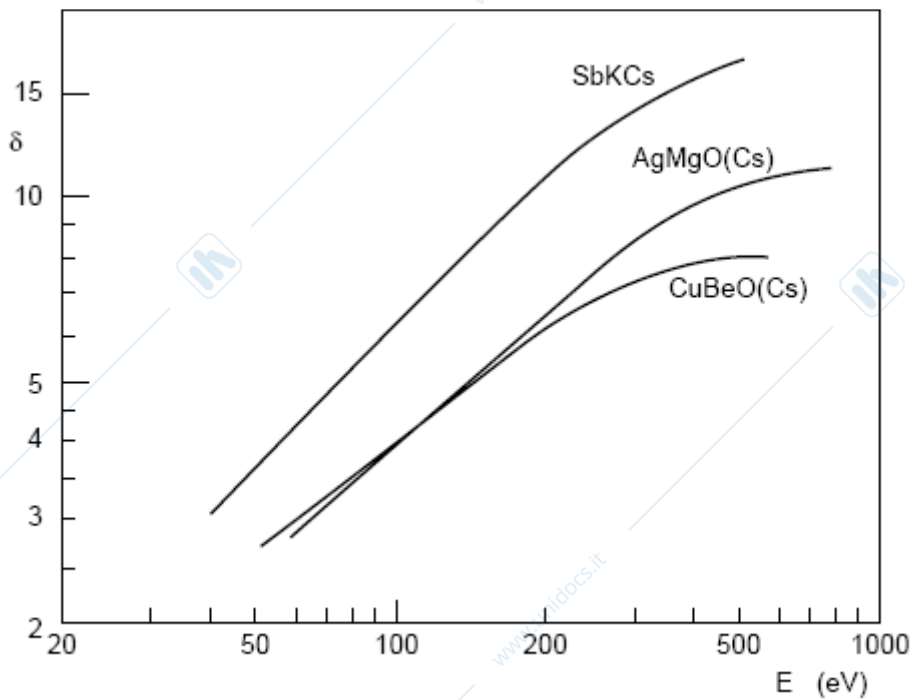


FIG 6.22 Coefficiente  $\delta$  dei dinodi in funzione dell'energia dell'elettrone incidente.

I dinodi vanno tenuti a potenziale costante poichè una variazione di  $V_i$  implica una variazione di  $\delta$  e quindi di  $M$  e della risposta del fotomoltiplicatore al segnale proveniente dallo scintillatore.

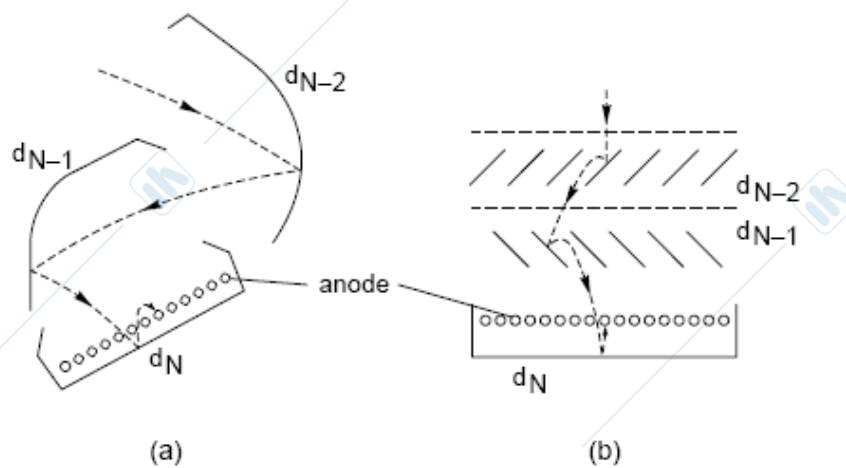
### Anodo

È l'elettrodo finale che raccoglie le cariche emesse dall'ultimo dinodo: la sua struttura e campo devono garantire

la raccolta degli elettroni secondari emessi dall'ultimo dinodo

di evitare effetti di carica spaziale che riducono la linearità del fotomoltiplicatore

di adattarsi alla linea di trasmissione verso i circuiti elettrici  
In figura 6.23 è mostrato lo schema di realizzazione di anodi



MRB122

Fig 6.23 Struttura tra ultimo dinodo ed anodo per fotomoltiplicatori

a) con dinodi focalizzanti    b) con dinodi a veneziana

### Il partitore di tensione

Per rendere operativo il fotomoltiplicatore occorre applicare la corretta tensione ai suoi elettrodi. Questo viene fatto attraverso l'uso di un generatore di tensione operante tra anodo e catodo ed un partitore di tensione che dà la corretta polarizzazione ai dinodi (vedi fig 6.24). Si può ovviamente scegliere di mettere a massa il catodo o l'anodo, ma in generale poiché il segnale viene prelevato dall'anodo è più utilizzata la configurazione con un generatore di tensione positiva. Ovviamente la tensione totale influenzerà il guadagno poiché cambia il valore di  $\delta$  vedi 6.13 e 6.14. In genere si usano per fotomoltiplicatori a 14 stadi tensioni totali dell'ordine di 2500V.

L'uso dei fotomoltiplicatori nei contatori a scintillazione riguarda la formazione di impulsi di corta durata (vedi fig 6.25) e la stabilità va realizzata lungo la durata dell'impulso; per questa ragione si collocano sugli ultimi dinodi dei condensatori

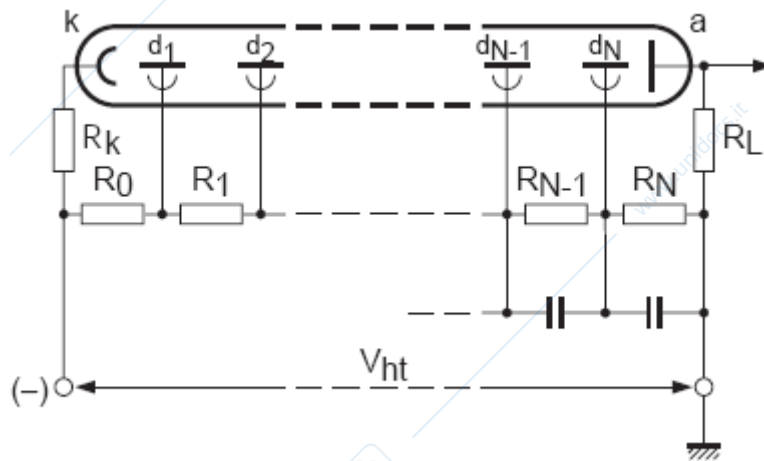
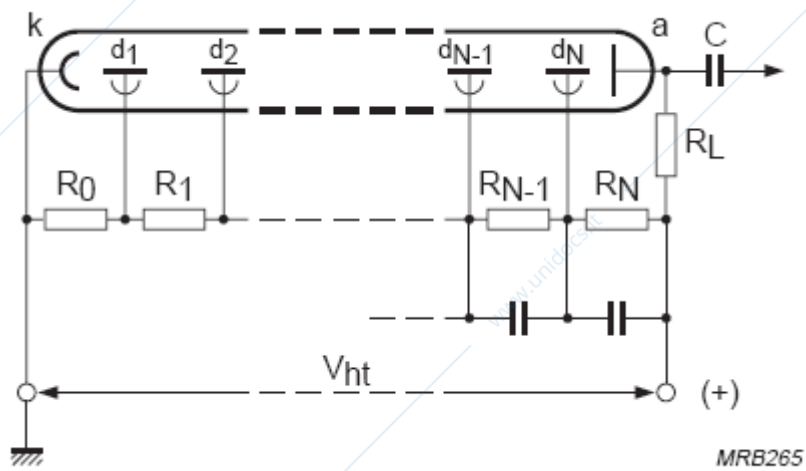
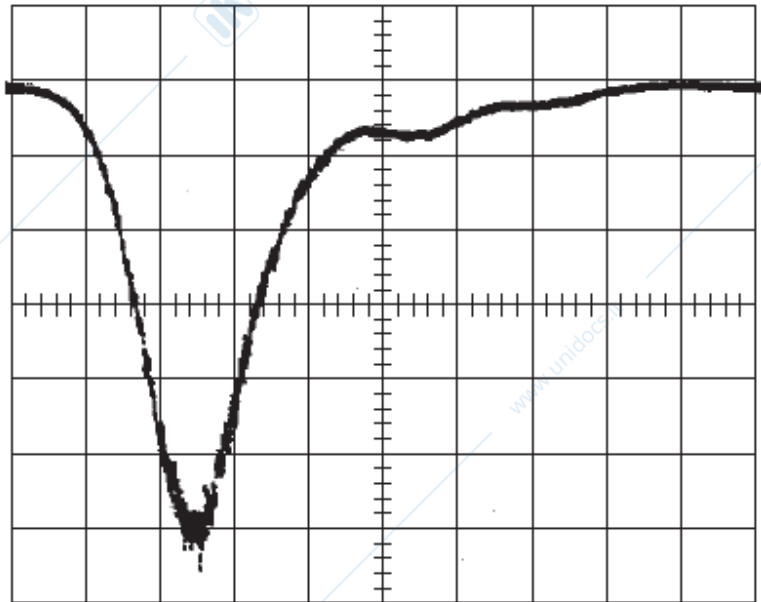


Fig 6.24 Alimentazione di tensione con generatore positivo o negativo



Anode current pulse response of a fast-response photomultiplier:  
vertical scale 20 mA/div., horizontal scale 2 ns/div

### Fig25 - Segnale da un fotomoltiplicatore rapido

Naturalmente occorre che la corrente nel serie di resistenze di cui è costituito il partitore sia grande rispetto a quella media che in parallelo passa tra i dinodi per effetto dei segnali generati. È evidente che questa corrente è via via più grande sugli ultimi dinodi perciò il partitore va realizzato in modo che questi ultimi non varino la loro tensione durante il passaggio degli elettroni generati dagli impulsi di scintillazione. Come già detto per fare ciò si utilizzano condensatori sugli ultimi stadi. Inoltre per evitare formazioni di cariche spaziali spesso si usa dare tensione crescente verso gli ultimi stadi. Poiché oltre la linearità spesso è importante la informazione temporale occorre che sia ridotto al minimo il tempo di salita dell'impulso e le su

fluttuazioni(jitter) Anche questo va curato lavorando attentamente sulle tensioni tra catodo e primo dinodo e sul sistema anodico di raccolta del segnale. In figura 6.26 sono mostrati partitori diversi.

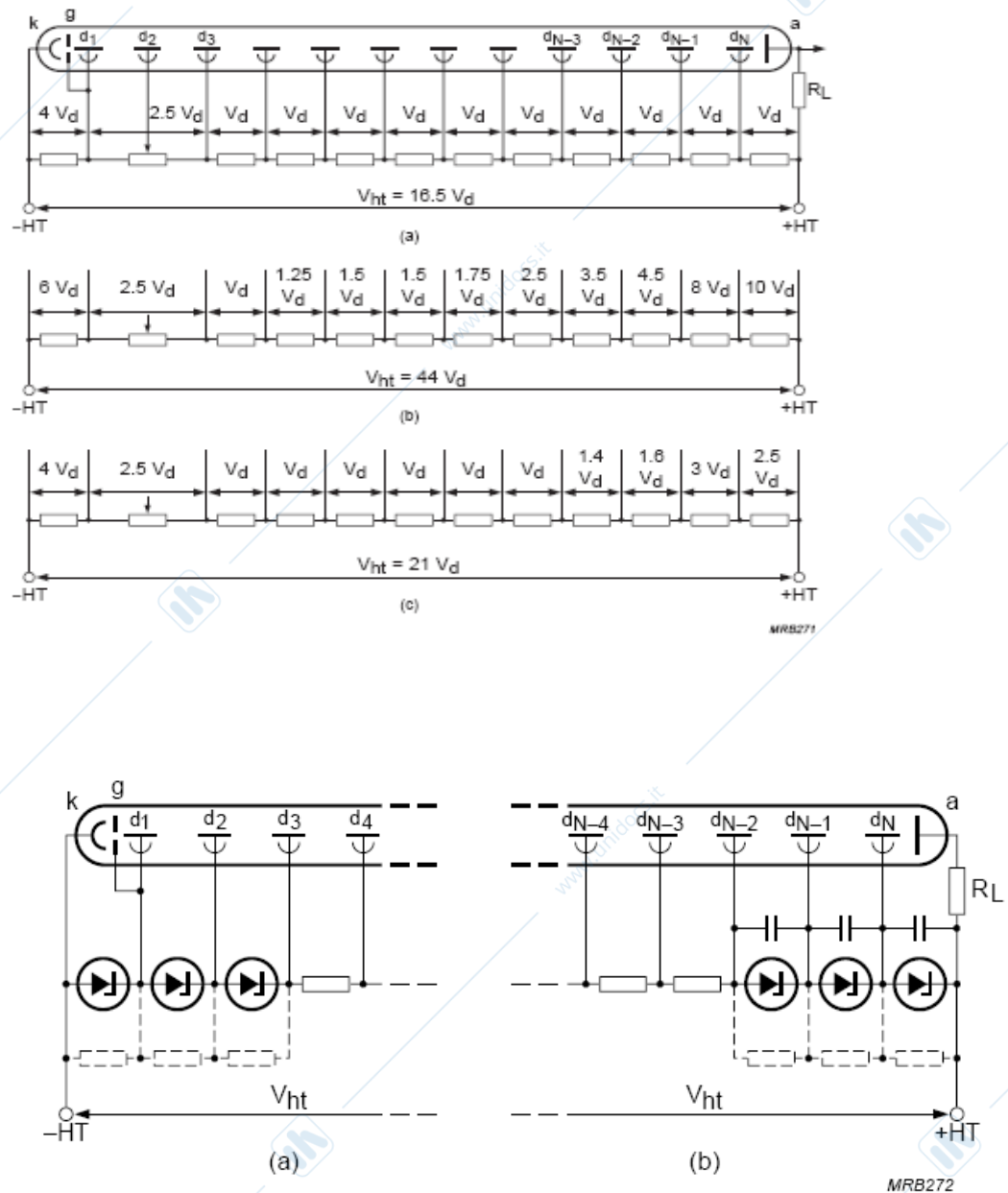


FIG 6.26 Esempi di partitori di tensione a)lineare b) progressivo c)intermedio d)con diodi zener

Un fotomoltiplicatore bene equipaggiato a 14 stadi puo' raggiungere guadagni di  $10^8$ , mantenendo la linearita' sul singolo impulso, e correnti medie fini a 200mA.

Va infine ricordato che il fotomoltiplicatore non lavora in campo magnetico perche' gli elettroni di bassa energia al suo interno vengono deviati e non seguono piu' le traiettorie di progetto.

In generale un fotomoltiplicatore deve essere schermato anche dal campo magnetico terrestre cosa che si fa con uno schermo di mumetal materiale ad alta permeabilita' magnetica che consente di ridurre il campo magnetico all'interno del fototubo a valori inferiori a 0.1 mT richiesti per il buon funzionamento. In figura 6.27 e' rappresentato un tipico montaggio di uno schermo magnetico.

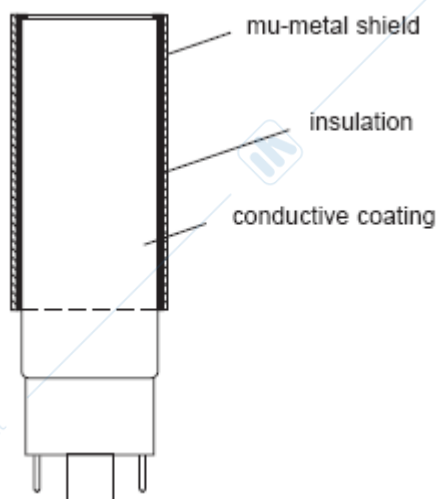


Fig 6.27 Schermatura di un fotomoltiplicatore dal campo magnetico

## b) Segnali da Contatori a scintillazione

Si puo' valutare la quantita' di carica generata dai fotoni emessi da uno scintillatore esaminando per esempio il caso di un contatore costruito con uno scintillatore NaI(Tl) in cui sia rilasciato 1MeV di energia; sono generati  $4 \cdot 10^4$  fotoni, il 18% dei quali attraverso guide

di luce raggiungeranno la superficie del fotomoltiplicatore. Assumendo una efficienza del 100% di trasmissione della luce ed un'efficienza quantica dello 0.25 si avrà in totale che il numero di fotoelettroni prodotti sarà :

$$n_e = 4 \cdot 10^4 \cdot 0.18 \cdot 0.25 = 18 \cdot 10^2 \text{ fotoelettroni} \quad 6.15$$

Per un fattore di moltiplicazione  $M = 10^6$  questo corrisponderà ad una carica raccolta all'anodo di

$$q = 18 \cdot 10^2 \cdot 10^6 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \text{C} = 2.9 \cdot 10^{-12} \text{C} \quad 6.16$$

Questo valore rappresenta per MeV un valore tipico anche se va ricordato che per scintillatori plastici il numero di fotoni emessi per MeV è circa un quarto di quelli emessi dal NaI(Tl).

La forma temporale dell'impulso può essere calcolata assumendo che l'emissione di luce dallo scintillatore avvenga esponenzialmente con un tempo caratteristico  $\tau$  secondo la:

$$L(t) = \frac{\bar{n}_{p,s}}{\tau} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \quad 6.17$$

con  $\bar{n}_{p,s}$  numero medio di fotoni emessi dallo scintillatore.

Se questa forma non viene distorta dal fotomoltiplicatore si avrà sull'anodo una corrente

$$I_a(t) = \frac{\bar{q}_{a,s}}{\tau} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \quad 6.18$$

con  $\bar{q}_{a,s}$  carica prodotta all'anodo dalla scintillatore

La carica anodica circola in un circuito  $R_L C$  dove  $R_L$  è la resistenza di carico mentre  $C$  è in generale la capacità anodica (Fig 6.28)

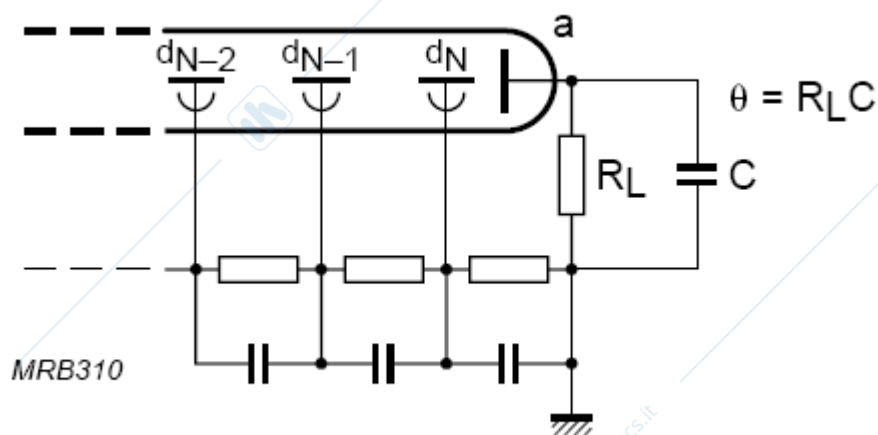


Fig 6.28 Circuito anodico di un fotomoltiplicatore

La corrente circolerà secondo la

$$\begin{aligned}
 I_a(t) &= \frac{\bar{q}_{a,s}}{\tau} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \\
 &= i_C + i_R = C \frac{dV(t)}{dt} + V(t)/R_L
 \end{aligned}
 \tag{6.19}$$

generando un impulso di tensione dato da

$$V_a(t) = \frac{\bar{q}_{a,s}}{C} \frac{\theta}{\tau - \theta} \left\{ \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) - \exp\left(-\frac{t}{\theta}\right) \right\}
 \tag{6.20}$$

in cui  $\theta = R_L C$ . la forma e' mostrata in figura 6.29

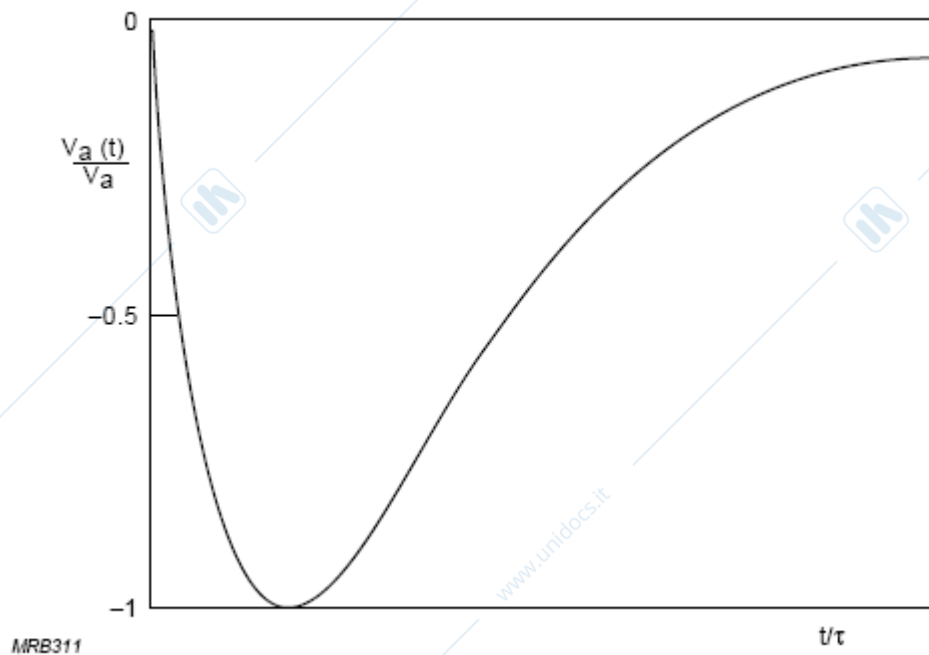


Fig 6.28 Forma dell'impulso di tensione ai capi del circuito RC

Il massimo valore di  $V_a$  assume la forma

$$V_a = \frac{\bar{q}_{a,s}}{C} \left( \frac{\theta}{\tau} \right)^{\frac{1}{1 - \frac{\theta}{\tau}}}$$

6.21

ed e' direttamente proporzionale a  $q_{a,s}$  ed inversamente proporzionale a  $C$ .

Il valore di  $V_a$  dipende dal rapporto  $\theta/\tau$  come appare in figura 6.30

Solo quando questo valore e infinito tutta la carica viene raccolta, altrimenti il segnale e' derivato. Dipende dalla richiesta dello sperimentatore se lavorare con la carica completamente raccolta

(spettroscopia) o con forme derivate( segnali rapidi con frequenza elevata)

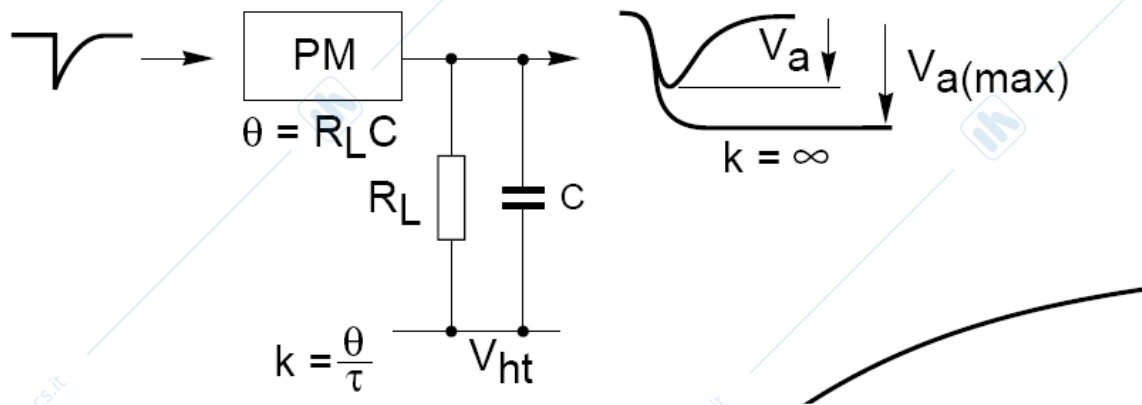


Fig 6.30 Forme di segnali a diversi valori di  $\theta/\tau$

Si possono segnalare alcuni casi principali

$$\theta \ll \tau$$

L'ampiezza massima e'

$$V_a = q_{a,s}/C \quad \theta/\tau \quad 6.22$$

Raggiunta al tempo

$$t = \tau \ln \tau/\theta \quad 6.23$$

Da notare la proporzionalita' con  $\theta/\tau$

$$\theta = \tau$$

$$V_a = 1/e \quad q_{a,s}/C \quad 6.24$$

Raggiunto al tempo

$$t = \tau \quad 6.25$$

$$\theta \gg \tau$$

$$V_a = q_{a,s}/C \quad 6.26$$

Raggiunto al tempo

$$t = \tau \ln \theta/\tau \quad 6.27$$

Questo tempo tende all'infinito come  $\theta/\tau$ .

Numericamente occorre ricordare che si lavora con cavi da  $50\Omega$  e che un valore tipico di  $C$  e'  $20$  pf per cui

$$\theta = RC = 1\text{ns} \quad 6.28$$

Mentre i valori di  $\tau$  sono:

$\tau \sim 2 \cdot 10^{-9}\text{s}$  per scintillatori plastici e liquidi

$\tau \sim 2 \cdot 10^{-7}$  per scintillatori organici

Il carico di  $50\Omega$  e' percio' adatto all'uso con scintillatori rapidi in cui si voglia sfruttare le informazioni temporali.

Se si vuole lavorare in spettroscopia con questi ultimi occorre percio' usare resistenze di carico dell'ordine di  $100\text{k}\Omega$  e poi adattare l'uscita all'impedenza del cavo.

Applicazioni degli scintillatori.

Come gia' detto gli scintillatori hanno un uso molto intenso nella sperimentazione di fisica nucleare e delle particelle; vediamo qui' di seguito alcune particolarita'

c) Applicazioni degli Scintillatori inorganici

Sono particolarmente adatti alla spettrometria  $\gamma$ ; contengono infatti atomi ad alta  $Z$  (vedi tabella 6.1) per cui il libero cammino medio dei  $\gamma$  e' corto: per fotoni di bassa energia e' favorito l'effetto fotoelettrico ( $\sigma \sim Z^4-5$ ) in cui tutta l'energia e' ceduta all'elettrone.

La spettrometria  $\gamma$  alle basse energie e' uno degli usi piu' diffusi di questi scintillatori. In figura 6.30 e' disegnata la catena elettronica che tipicamente si usa mentre nella 6.31

309

e 6.31 bis sono presentati gli spettri per una sorgente di  $^{137}\text{Cs}$  e di  $^{60}\text{Co}$ .

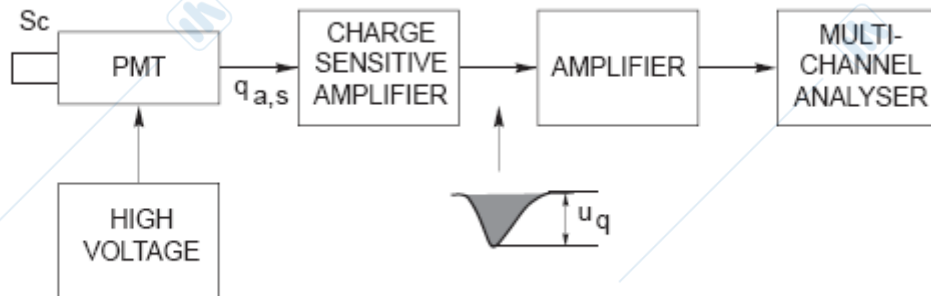


Fig 6.30 Catena elettronica per la spettroscopia

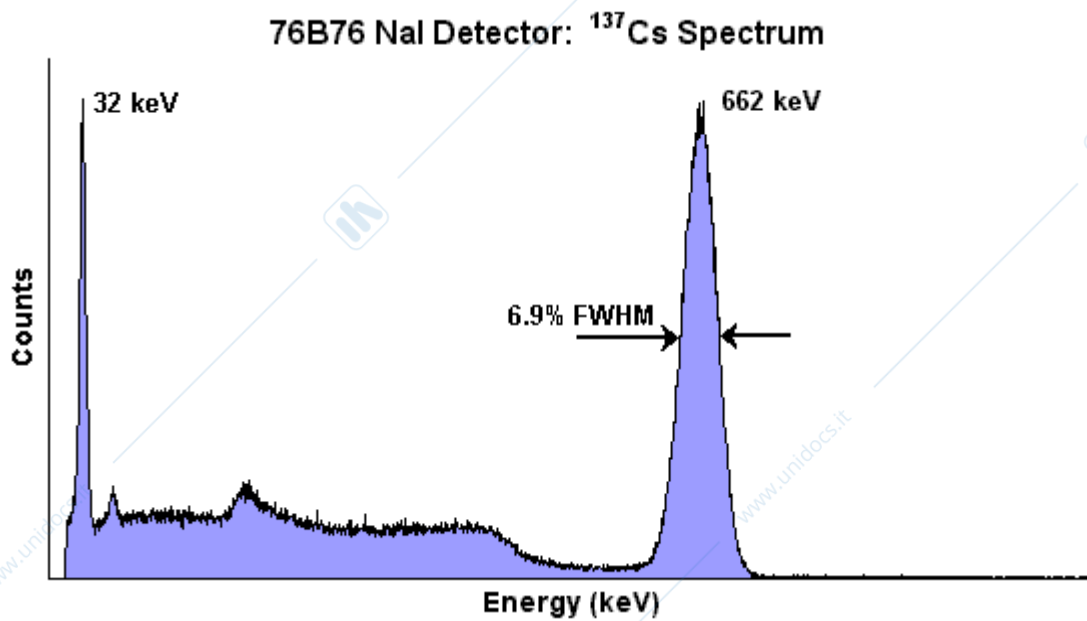


Fig 6.31 Risposta di uno scintillatore NaI(Tl) ad una sorgente di  $^{137}\text{Cs}$

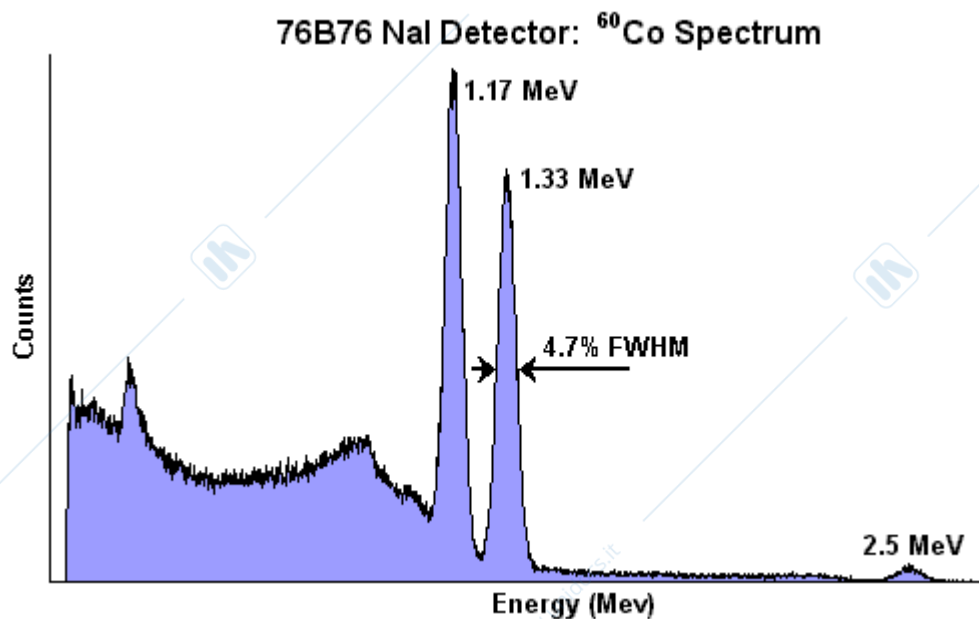


Fig 31bis Risposta di uno scintillatore di Na(Tl) ad una sorgente di  $^{60}\text{Co}$

Gli spettri sono facilmente interpretabili ricordando che i segnali generati sono conseguenza dell'effetto Compton e dell'effetto fotoelettrico. Il picco dovuto a quest'ultimo si spiega ricordando che in questo caso tutta l'energia dei raggi  $\gamma$  è ceduta ad elettroni che generano fotoni allo scintillatore. La risoluzione dell'ordine del 5% è tipica di questi scintillatori e può facilmente essere stimata con i seguenti argomenti:

La risposta di un contatore a scintillazione al rilascio di energia  $E$  nello scintillatore è data dalla carica  $Q$  liberata all'anodo;

$$Q = K E M = K' n_f M = K'' n_e M \quad 6.29$$

Con

$K$  = Costante che tiene conto della conversione in fotoni dell'energia liberata nello scintillatore: del trasporto di questi

fotoni al fotomoltiplicatore e della loro conversione in fotoelettroni

$K'$  e  $K''$  sono costanti che dipendono da  $K$  e dalle efficienze di conversione dell'energia liberata in  $n_f$  fotoni ed in  $n_e$  fotoelettroni .

Assumendo che  $K''$  non fluttui e trascurando le fluttuazioni di  $n_f$  rispetto a quelli di  $n_e$  (poiche  $n_f \gg n_e$ ) si puo' scrivere:

$$\left(\frac{\sigma_Q}{Q}\right)^2 = \left(\frac{\sigma_{n_e}}{n_e}\right)^2 + \frac{1}{n_e} \left(\frac{\sigma_M}{M}\right)^2 \quad 6.30$$

per quanto riguarda  $M$  si puo' dimostrare che nel caso si abbia  $M = \delta^N$  con  $\delta$  guadagno comune sugli  $N$  dinodi vale la:

$$\left(\frac{\sigma_M}{M}\right)^2 = \frac{1}{\delta} + \frac{1}{\delta^2} + \frac{1}{\delta^3} + \dots \cong \frac{1}{\delta-1} \quad 6.31$$

che applicata nella 6.30 da

$$\left(\frac{\sigma_Q}{Q}\right)^2 = \frac{1}{n_e} + \frac{1}{n_e} \frac{1}{\delta-1} \quad 6.32$$

dalla quale appare che se si lavora con  $\delta > 4$  (specie sul primo dinodo) la risoluzione e' dominata da  $n_e$ . Applicando i numeri dell'esempio 6.15 si ha:

$$n_e = 180 \quad 1/n_e = 0.005 \quad \sqrt{1/n_e} = 0.07$$

che corrisponde all'ordine di grandezza delle figure 6.31.

E' da notare che la dipendenza della risoluzione da  $n_e$  e quindi da  $n_f$  porta alla sua dipendenza dal fattore di conversione dell'energia dispersa nello scintillatore in fotoni che vale circa 1 fotone per 20 eV.

Questo spiega come la risoluzione per raggi  $\gamma$  sia molto migliore nei rivelatori al Ge in cui sono sufficienti 2 eV per creare una coppia elettrone buco.

Nonostante cio' i cristalli inorganici restano di grande uso nella rivelazione di raggi  $\gamma$  di bassa energia per la loro alta  $Z$  e densita' e perche' non devono essere raffreddati cosa

che rende complicato l'uso dei rivelatori al Ge. data la loro alta densità e Z gli scintillatori organici raggiungono buone efficienze di rivelazione dei  $\gamma$  date da

$$\varepsilon = 1 - \exp(-\Sigma x) \quad 6.33$$

con  $\Sigma$  sezione d'urto macroscopica ed  $x$  spessore dello scintillatore. Naturalmente  $\Sigma$  è fortemente dipendente dalla energia  $E$  del raggio  $\gamma$  da rivelare. In figura 6.32 è mostrato il calcolo per un cristallo NaI(Tl) di spessore 30 mm. Dalla figura si vede chiaramente l'importanza dell'effetto fotoelettrico alle basse energie che è alla base dell'uso di questi rivelatori in spettroscopi  $\gamma$

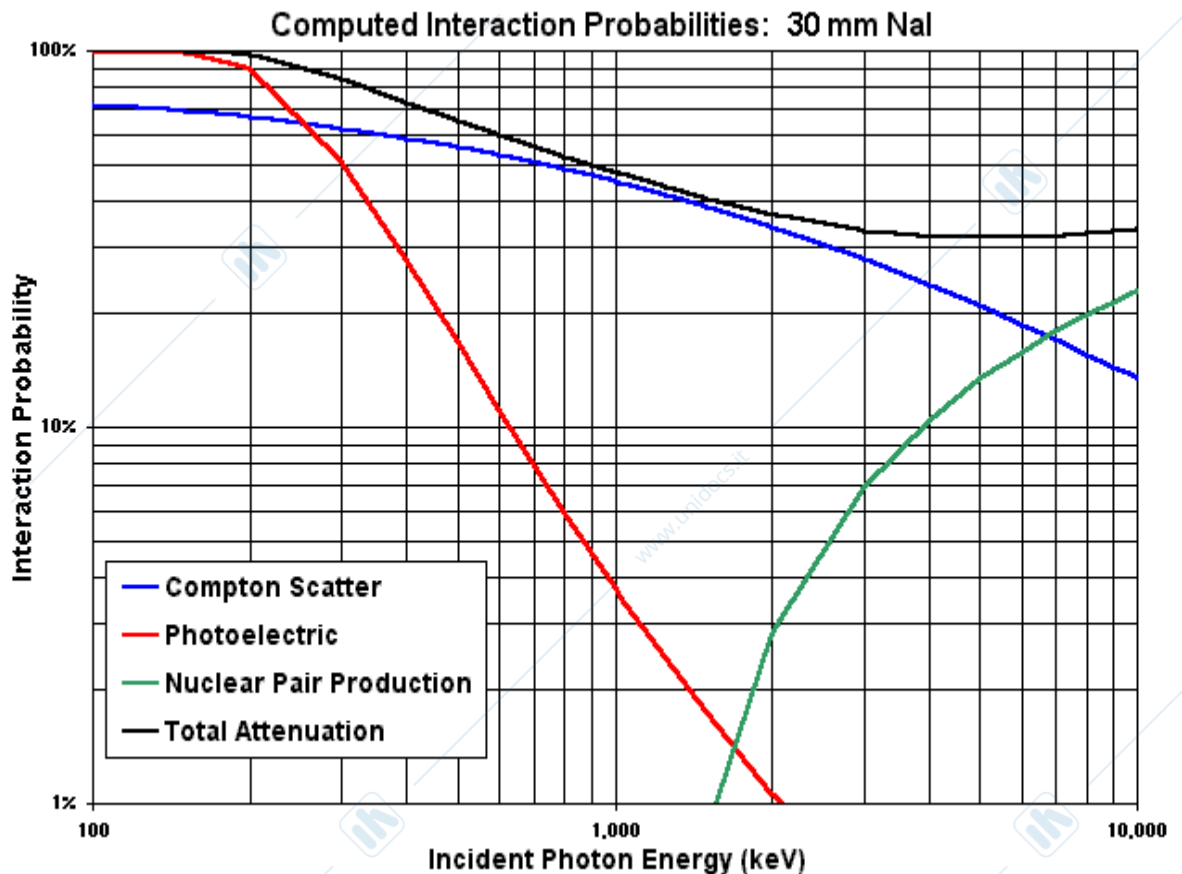
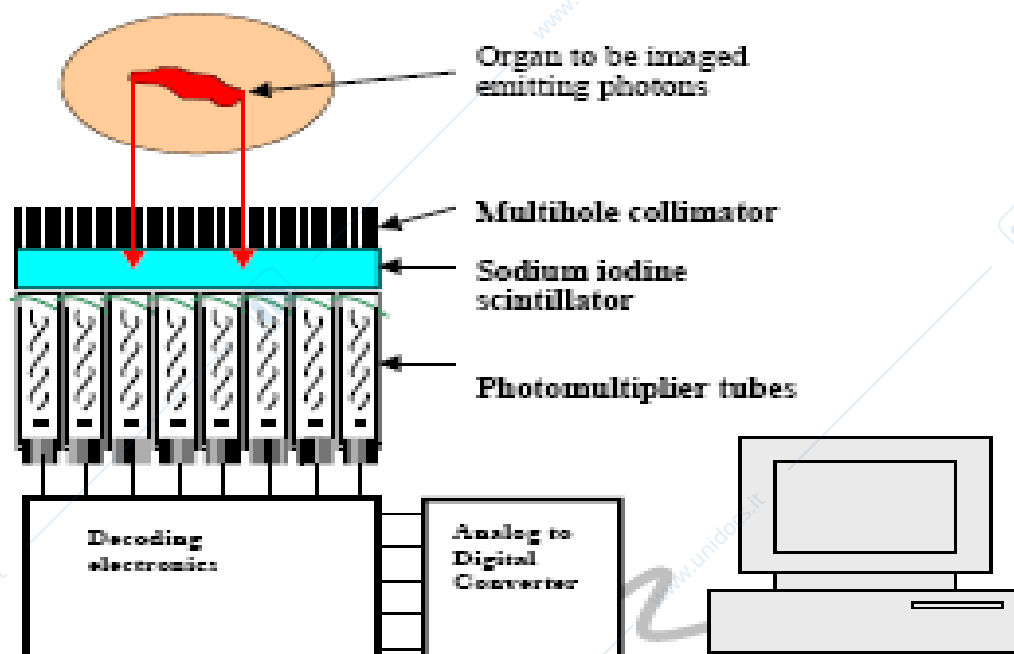


Fig 6.32 probabilità di interazione di raggi  $\gamma$  per un NaI(Tl) di spessore 30mm.

L'uso dei cristalli NaI(Tl) è molto diffuso in medicina per la diagnostica. In figura 6.33 è mostrato il principio della

Gamma Camera in cui il punto di emissione di  $\gamma$  viene ricostruito attraverso la loro rivelazione in un cristallo dopo il passaggio in complessi collimatori. In generale in questo strumento un grande cristallo e' visto da un insieme di fotomoltiplicatori che determinano la posizione del raggio  $\gamma$  incidente attraverso la combinazione lineare della luce vista da ciascuno di essi. I  $\gamma$  vengono immessi nell'organo da studiare usando sorgenti radioattive di spettro noto.



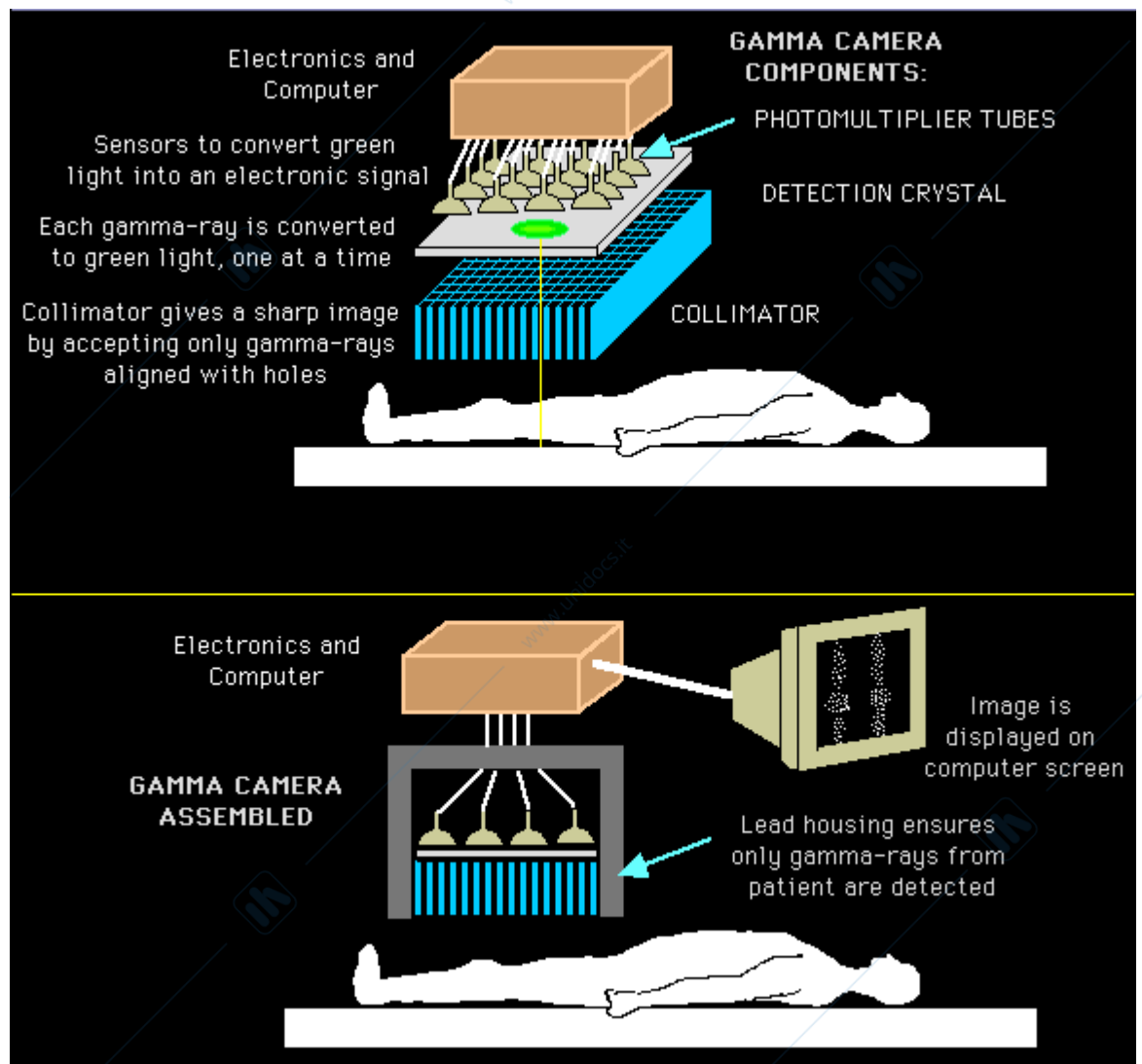


Fig 6.33 Principio di funzionamento di una Gamma camera.

Un secondo uso di rivelatori organici in medicina e' nella PET(Positron Electron Tomography) i cui si riconosce la struttura di una sorgente di positroni rivelando i due raggi  $\gamma$  da 0.5 MeV del loro decadimento. Lo strumento e' molto piu' sofisticato ed e' basato su di un anello di cristalli NaI(TL) che viene fatto scorrere lungo il corpo del paziente (fig 34)

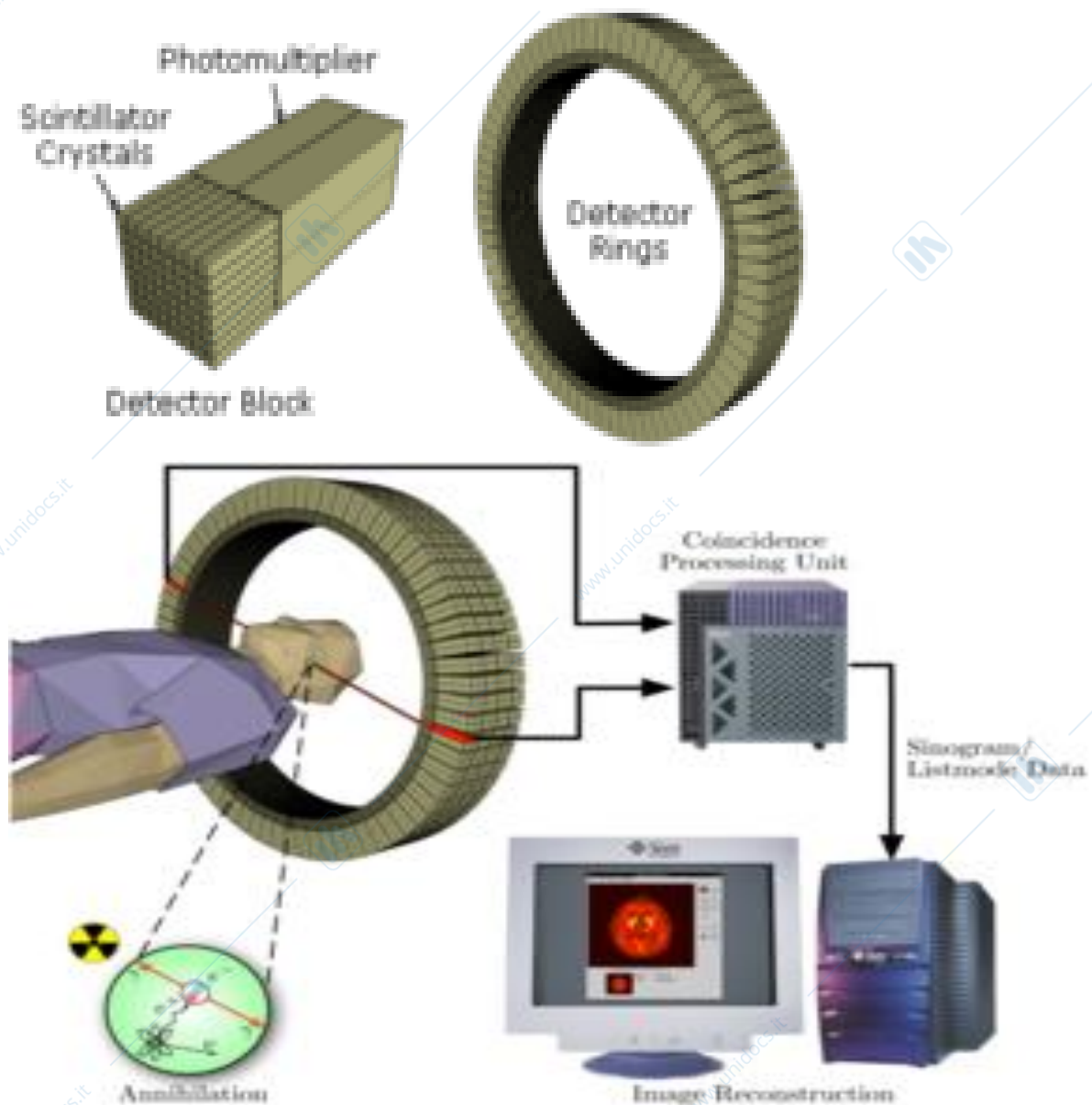
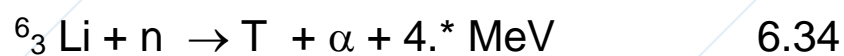


Fig 6.34 Principio di funzionamento della PET

Sempre nelle basse energie va ricordato l'impiego degli scintillatori inorganici quali rivelatori di neutroni lenti attraverso l'uso di reazioni esotermiche. Un esempio sono i cristalli di  $\text{LiI}(\text{Eu})$  in cui si approfitta della reazione



che ha una sezione d'urto di 940 barns per neutroni termici. Il segnale viene generato dal T e dalla  $\alpha$  che disperdono la loro energia nello scintillatore.

Finalmente va ricordato l'uso degli scintillatori inorganici alle alte energie in cui fotoni ed elettroni generano sciame che si arrestano nei cristalli dopo alcuni cammini di radiazione. Nella tabella seguente sono mostrate le caratteristiche dei cristalli inorganici usati .

Tabella 6.4  
Caratteristica di scintillatori inorganici di uso nella alte energie

	N	B	C	C	C	B	P
	3		4	4	6	7	8
	2	2	1	1	1	1	0
	4	3	3	3	2	2	2
	2	0	1	2	3	3	1
	4	2	5	3	3	4	4
	1	1	1	1	1	2	2
	1	1	8	7	5	1	0

#### d) Applicazioni degli Scintillatori organici

Le proprietà di questi scintillatori sono presentate in tabella 6.2

Tre sono le principali caratteristiche

Hanno risposta di tempo molto rapida (ns)

Contengono solo atomi leggeri H,C,O

Possono esistere sotto forma di plastico e di liquido

La rapidità di risposta degli scintillatori organici li rende particolarmente adatti alla determinazione del tempo in cui in essi viene generato il segnale.

Il potere risolutivo di un contatore a scintillazione può infatti essere scritto come:

$$\sigma_t^{*2} = \frac{\tau^2 + \sigma_t^2}{\bar{n}_{k,s}} \quad 6.35$$

con  $\tau$  tempo di decadimento dello scintillatore,  $\sigma_t$  tempo risolutivo del fotomoltiplicatore,  $\bar{n}_{k,s}$  numero di fotoelettroni medio nell'evento.

In figura 6.34 è riportata la misura di  $\sigma_t$  per un fotomoltiplicatore veloce che risulta dell'ordine di 150 ps : è perciò importante lavorare con scintillatori i più veloci possibili per arrivare a tale risoluzione.

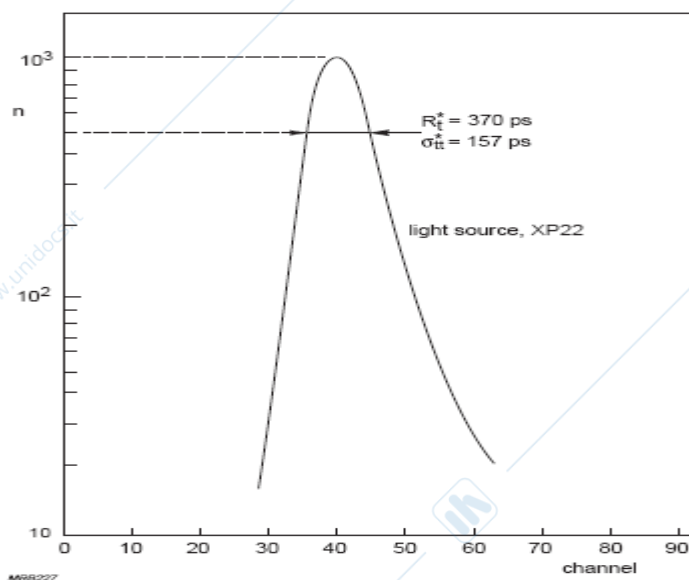


Fig 6.34 Risposta temporale di un fotomoltiplicatore ad impulsi di singolo elettrone . (1 canale 40ns)

In fig 6.35 ,6.36 sono riportati un possibile apparato sperimentale e la misura della risoluzione temporale di uno

scintillatore organico usando la coincidenza di 2 raggi  $\gamma$  emessi da una sorgente di  $^{60}\text{Co}$

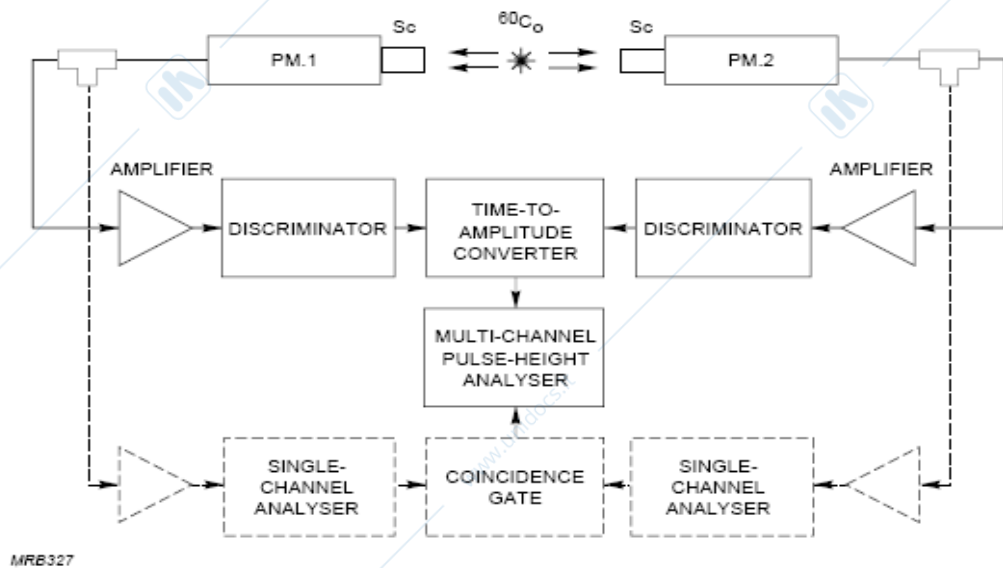


Fig 6.35 Apparato di misura di coincidenza di raggi  $\gamma$

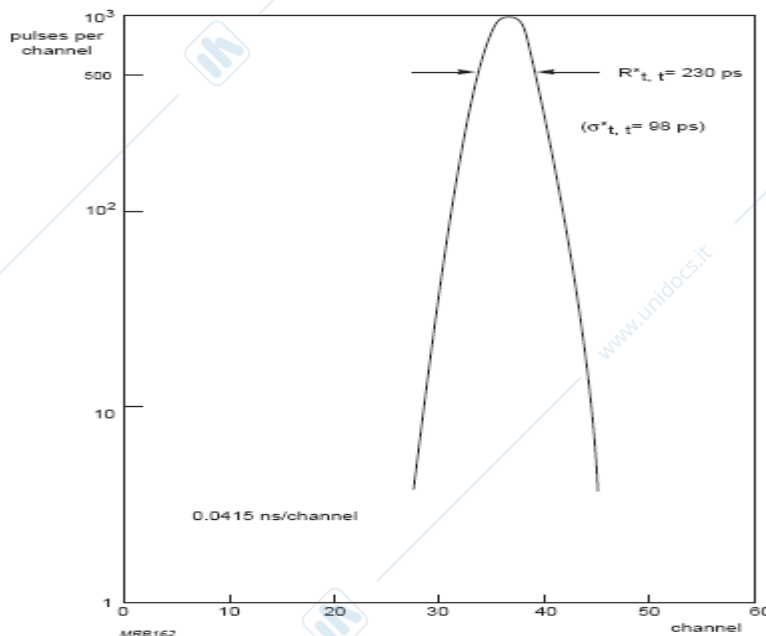


Fig 6.36 potere risolutivo temporale di un contatore a scintillazione organico

Gli scintillatori plastici vengono spesso usati in esperimenti di coincidenza o di determinazione di tempo di volo (TOF). Si misura in questo caso il tempo impiegato da una particella a percorrere la distanza  $L$  tra due scintillatori.

Il TOF e' usata per identificare due particelle di massa diversa ed uguale quantita' di moto. In questo caso le particella avranno velocita'  $v_1$  e  $v_2$  diverse e si avra' una differenza di tempo nel percorso che permette di distinguere le particelle (Fig 37)

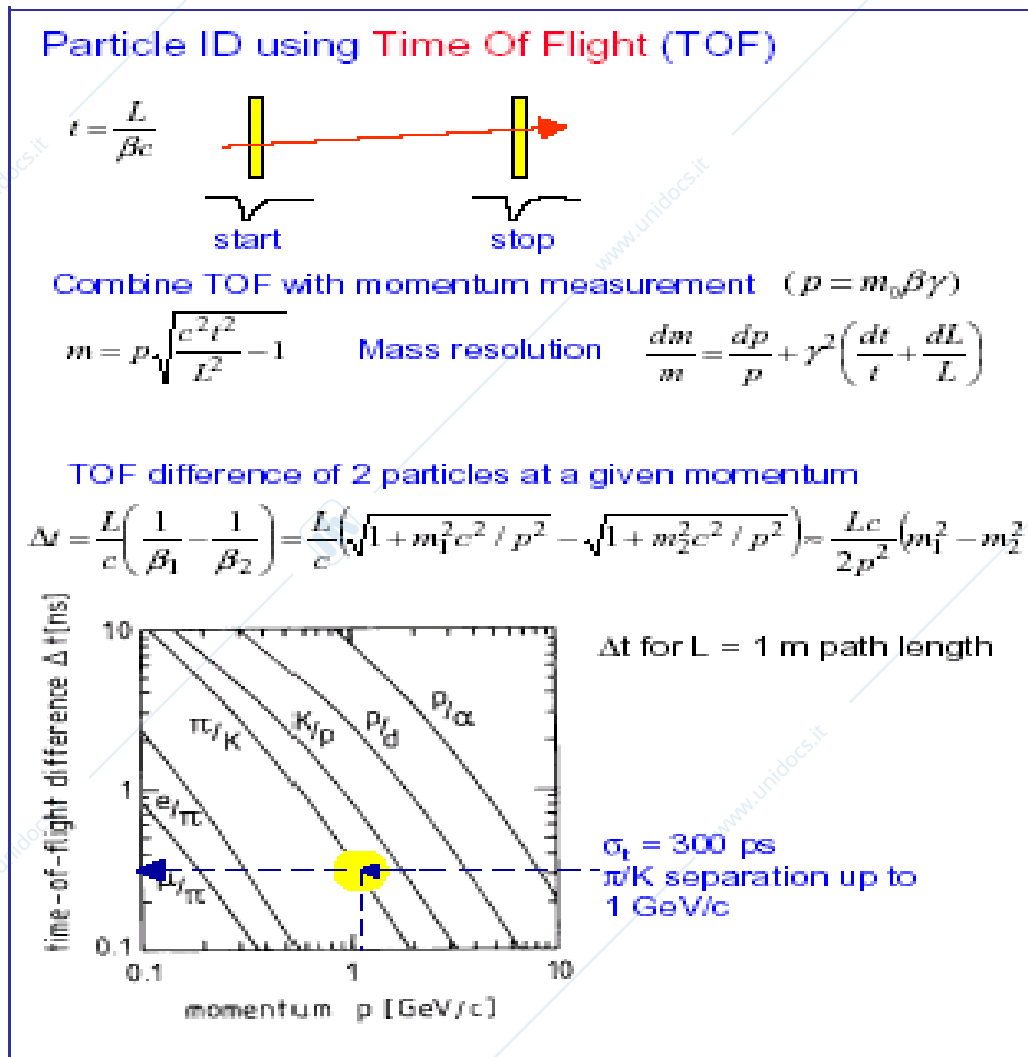


Fig 6.37 Principio di identificazione di particelle con Tempo di Volo.

Gli scintillatori organici sono presenti in tutti i grandi apparati per la facilita' con cui possono essere formati e per le loro eccellenti doti di risposta temporale.

Scintillatori liquidi di volumi molto grandi sono in uso per esperimenti di misura di neutrini. Un esempio e' mostrato in 320

figura 6.38 con l'apparato Borexino in uso presso i laboratori del Gran Sasso

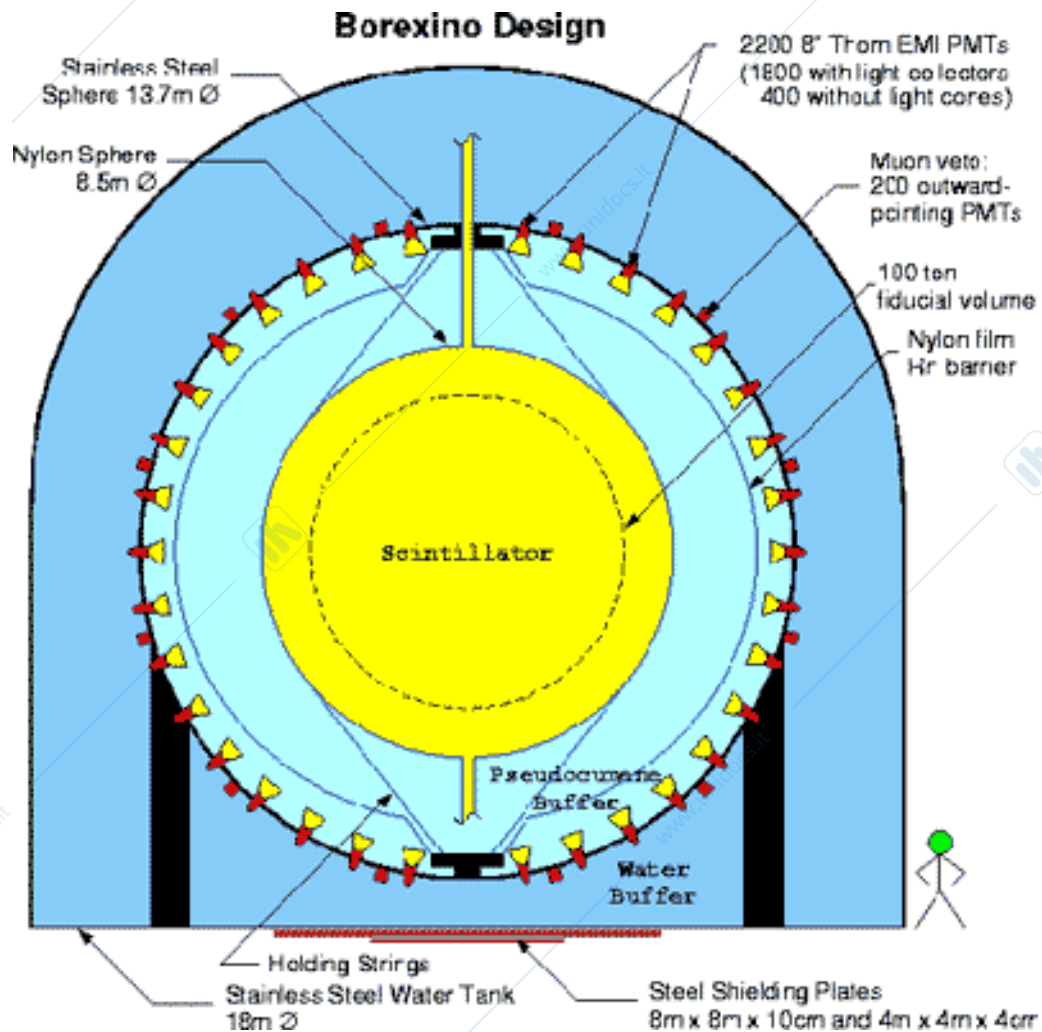


Fig 6.38 L'apparato Borexino al Gran Sasso con una massa di scintillatore liquido maggiore di 100 ton.

Alla basse energie gli scintillatori organici sono utilizzati come rivelatori di neutroni misurando il protone di rinculo della reazione di diffusione



in cui il protone dello scintillatore acquista parte dell'energia del neutrone non relativistico incidente secondo la

$$E_p = E_n \sin^2 \theta \quad 6.37$$

Essendo  $\theta$  l'angolo che il neutrone fa dopo l'urto. Facendo uso della diversita' di tempo di risposta dello scintillatore organico (vedi fig 6.10) si puo' riconoscere il tipo di particella incidente. In figura 6.39 e' mostrato il riconoscimento di raggi  $\gamma$  da neutroni alla basse energie.

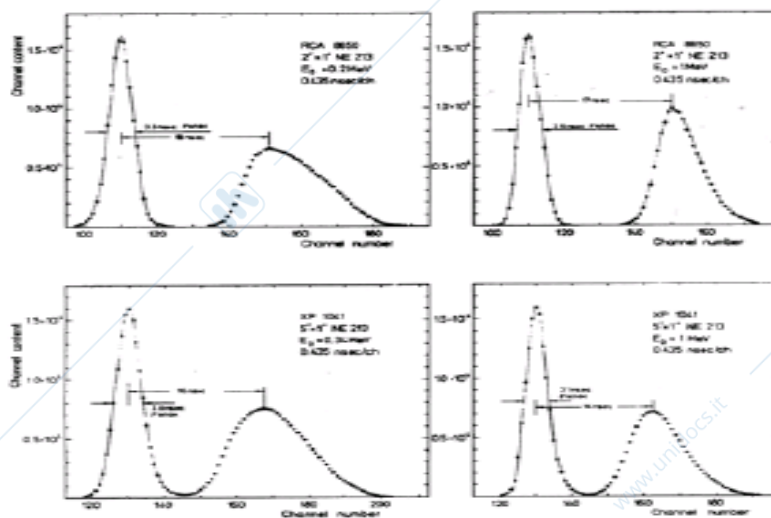


Figure 4.13: PSD with liquid Scintillator. The abscissa is basically the time difference between when the leading and trailing edges of the PH crosses a chosen amplitude. The scintillator is actually NE-213, now available as Bircon-501A.

Fig 6.39 discriminazione n- $\gamma$  all basse energie.

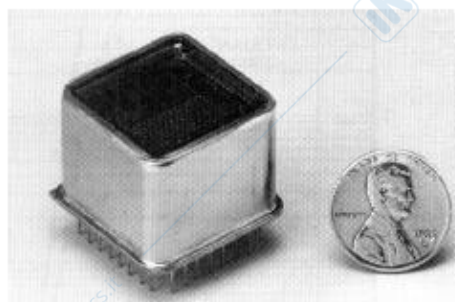
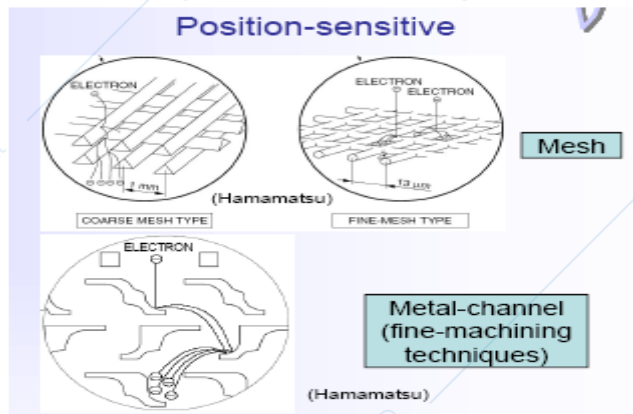
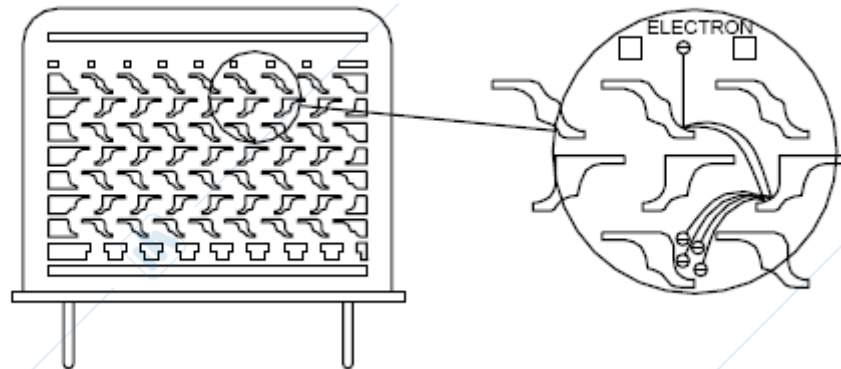
e) Fotorivelatori vari

Pur essendo il fotomoltiplicatore fin qui' descritto il piu' usato dei fotorivelatori e' utile ricordare qui' brevemente alcuni fotorivelatori che stanno entrando in uso

### *Fotomoltiplicatore sensibile alla posizione*

Si tratta di fotomoltiplicatori in cui il fotocatodo è seguito da una catena di dinodi in parallelo che portano gli elettroni ad anodi a loro volta segmentati. Si può quindi riconoscere il punto del fotocatodo dove arriva il fotone. Questi fotomoltiplicatori sono in generale molto compatti e realizzati con dinodi a griglia.

In figura 6.40 è rappresentato lo schema e la struttura di questi fotorivelatori.



Up to 8x8 channels.

Size: 28x28 mm<sup>2</sup>.

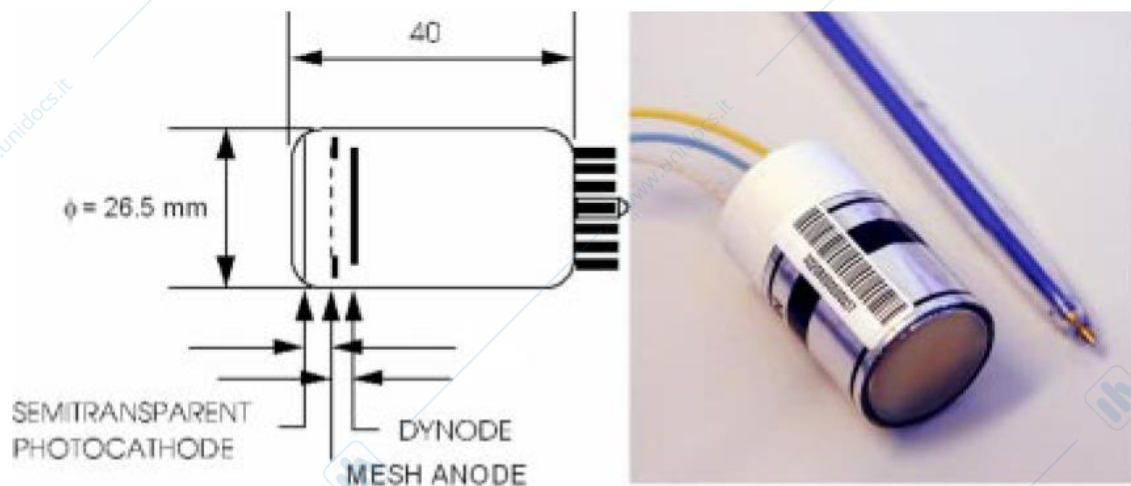
Active area 18x18 mm<sup>2</sup> (41%).

Bialkali PC: Q.E. = 20% at  $\lambda_{\max} = 400$  nm. Gain  $\approx 10^6$ .

## Fig 6.40 Schema e struttura di un fotomoltiplicatore sensibile alla posizione (multianodo)

### Fototriodo

Per uso in alti campi magnetici e guadagni dell'ordine di 10 sono stati sviluppati i fototriodi a vuoto rappresentati in figura 6.41



### Fig 6.41 Fototriodi a vuoto in uso nell'esperimento CMS

Sono sostanzialmente dei fotomoltiplicatori con un unico diodo ad alto guadagno ed un anodo a griglia. I fotoni urtano nel catodo semitrasparente; i fotoelettroni emessi sono accelerati con una tensione di 1000V verso l'anodo: circa il 50% degli elettroni attraversa l'anodo e raggiunge il dinodo ( $V_D = 800V$ ) dove ha luogo un'emissione secondaria con coefficiente circa 20. Gli elettroni emessi dal dinodo vengono tutti raccolti dall'anodo con un guadagno effettivo di 10.

Il fototriodo è in grado di lavorare in alti campi magnetici (4T) come è mostrato in figura 6.42.

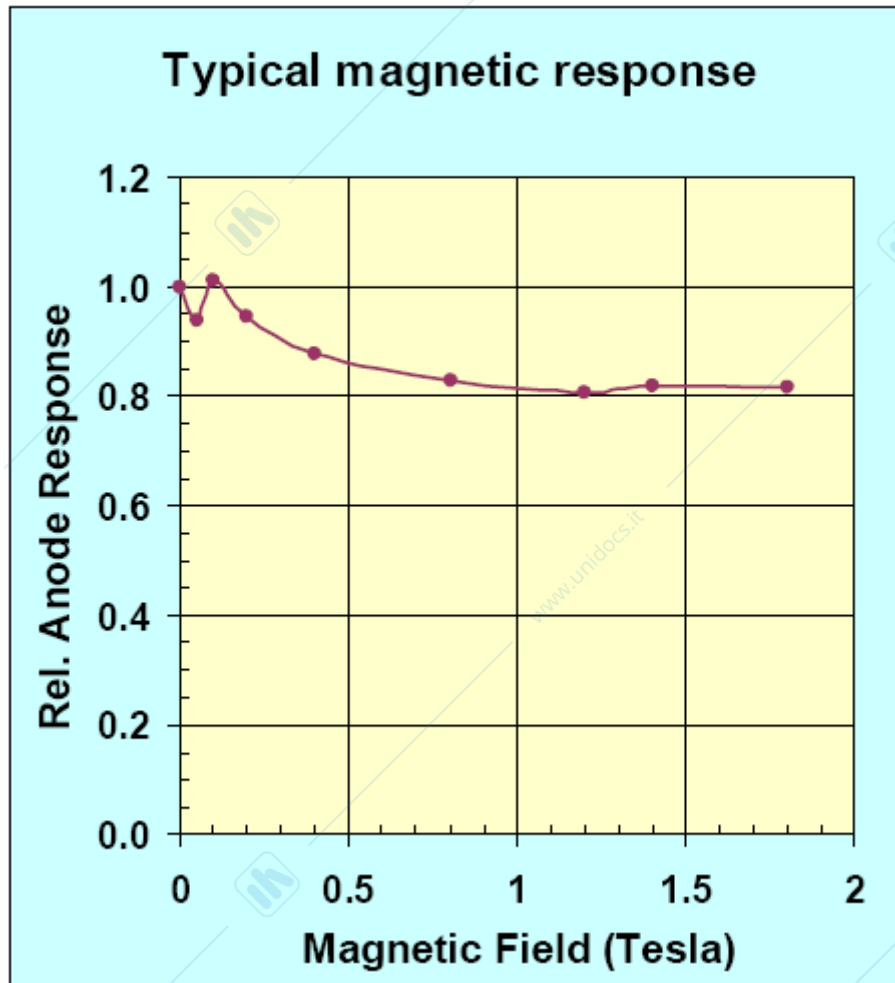


Fig 6.42 Risposta di un fototriodo a vuoto in campi magnetici.

### MCP PMT(microchannel plate photomultiplier)

Sono fotomoltiplicatori con incorporati dei 'microchannel plate' (MCP) che consistono in un insieme di un gran numero di capillari di vetro accostati a formare un disco o una superficie piana. I capillari hanno diametro  $\phi \sim 10\mu$  e lunghezza  $L \sim 50 \phi$  (vedi fig 6.42). Ogni microcanale e' ricoperto da sostanze capaci di emettere elettroni e quando su di esso e' applicata una tensione al suo interno avviene

un fenomeno di moltiplicazione con guadagno  $M > 10^6$ .  $M$  e' determinato dal materiale ,dal campo e dal rapporto  $\alpha = L/\phi$ . Si puo' scrivere

$$M = \exp(G\alpha)$$

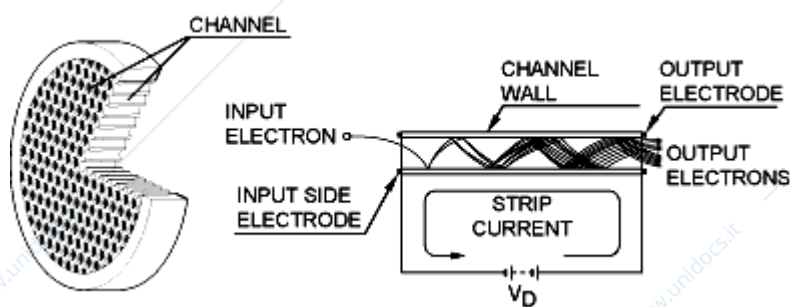


Fig 6.43 Schema di un sistema a microcanali e principio di moltiplicazione

Un MCP puo' essere incorporato in un fototubo per creare un MCP PMT che consiste (fig 6.44) in un fotocatodo , un MCP ed un anodo: i fotoelettroni vengono moltiplicati nei microcanali e poi raccolti all'anodo. Il MCP e' posto a non piu di 2mm dal fotocatodo formando una struttura molto compatta con tempo di transito dell'ordine del ns

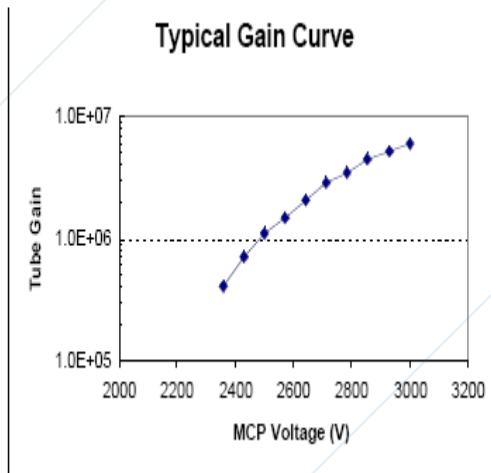
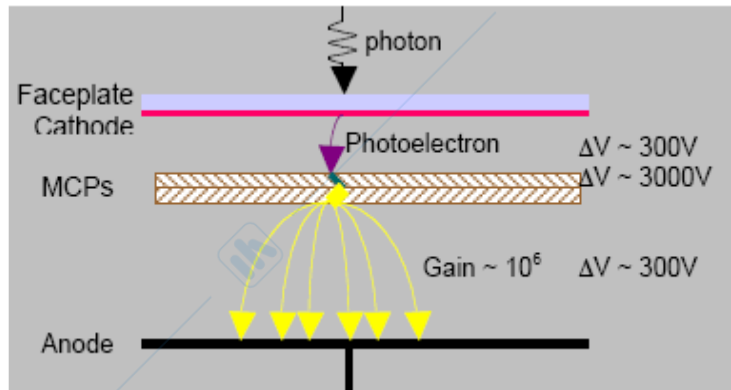
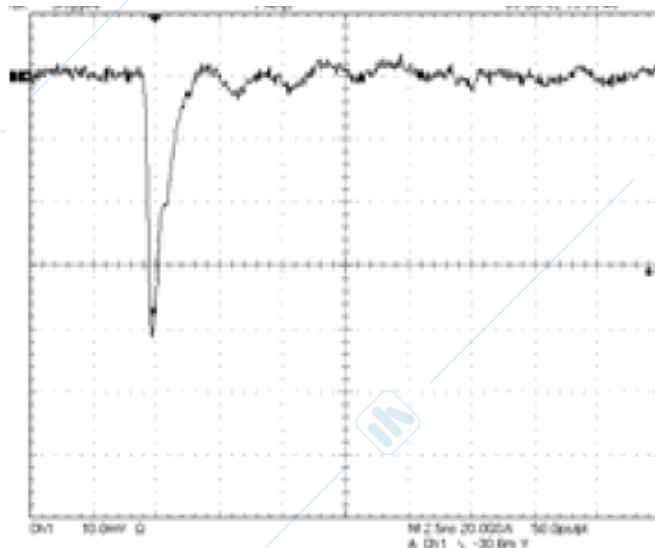


Fig 6.44 Schema e guadagno di un MCP PMT

La risposta temporale di questi strumenti e' molto buona (fig 6.45) e trovano perciò impiego nei problemi di timing: il fotocatodo ha dimensioni dell'ordine di 10mm di diametro.



*Rise Time* = 150.6ps  
*Fall Time* = 951.9ps  
*FWHM* = 1.128ns.

Fig 6.45 Caratteristiche temporali del segnale in un MCP PMT.

## f) Rivelatori ibridi

In questi contatori gli elettroni emessi da un fotocatodo vengono accelerati da un potenziale elettrico dell'ordine di 20 kV e poi rivelati da rivelatori al Si in cui penetrano. Sono costruiti con geometrie diverse (vedi fig 6.46,6.47), ma hanno tutti il rivelatore al Si in pixel e permettono perciò una buona ricostruzione del punto di impatto del fotone. Il loro guadagno è dell'ordine di  $5 \cdot 10^3$  ed hanno diametri dell'ordine di 80 mm. Sono particolarmente adatti alla rivelazione del singolo fotone come mostra lo spettro di fig 6.48

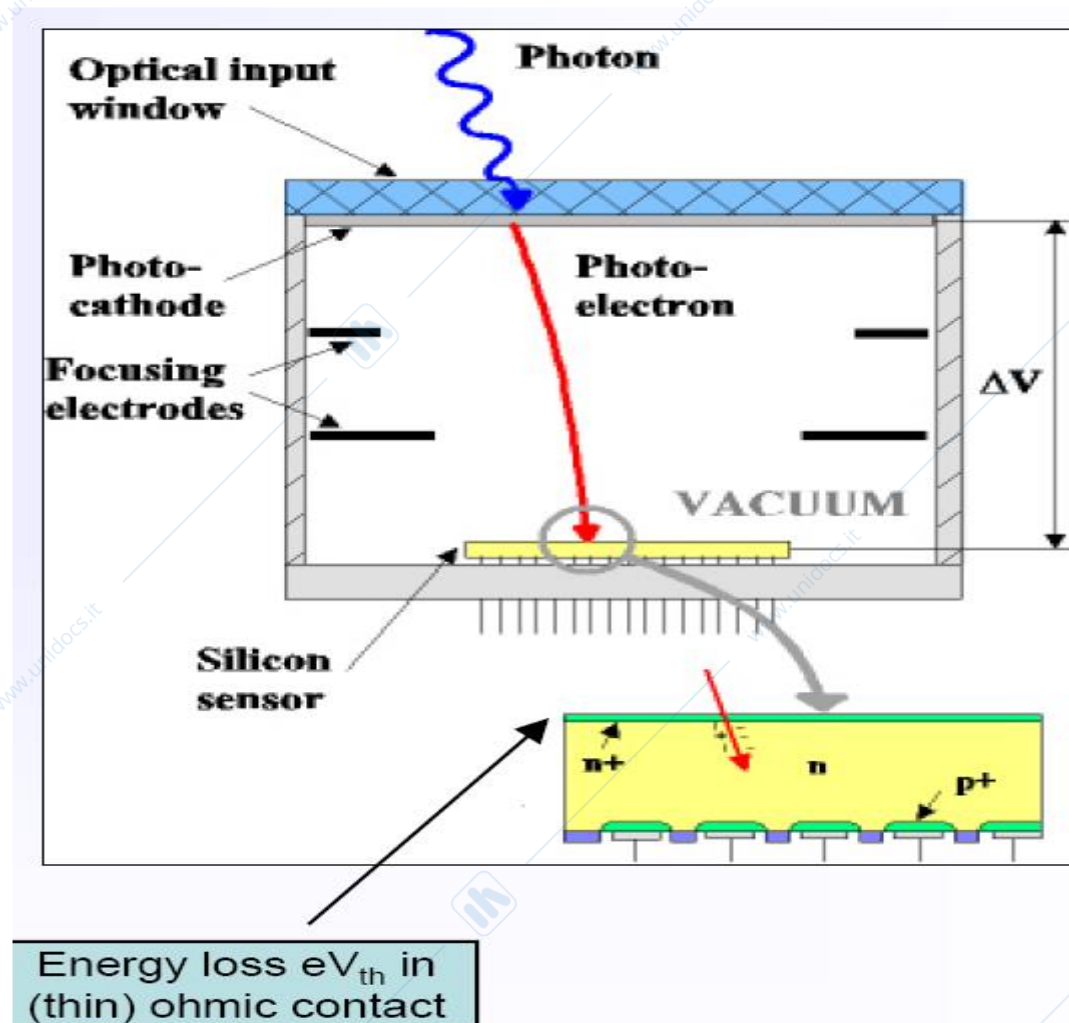


Fig 6.46 Schema di un rivelatore ibrido con Pixel di Si.  
 $\Delta V \sim 20 \text{ kV}$

Il loro guadagno  $G$  e' dato da

$$G = e\Delta V/W = 20 \text{ keV}/3.6 \text{ eV} \sim 510^3$$

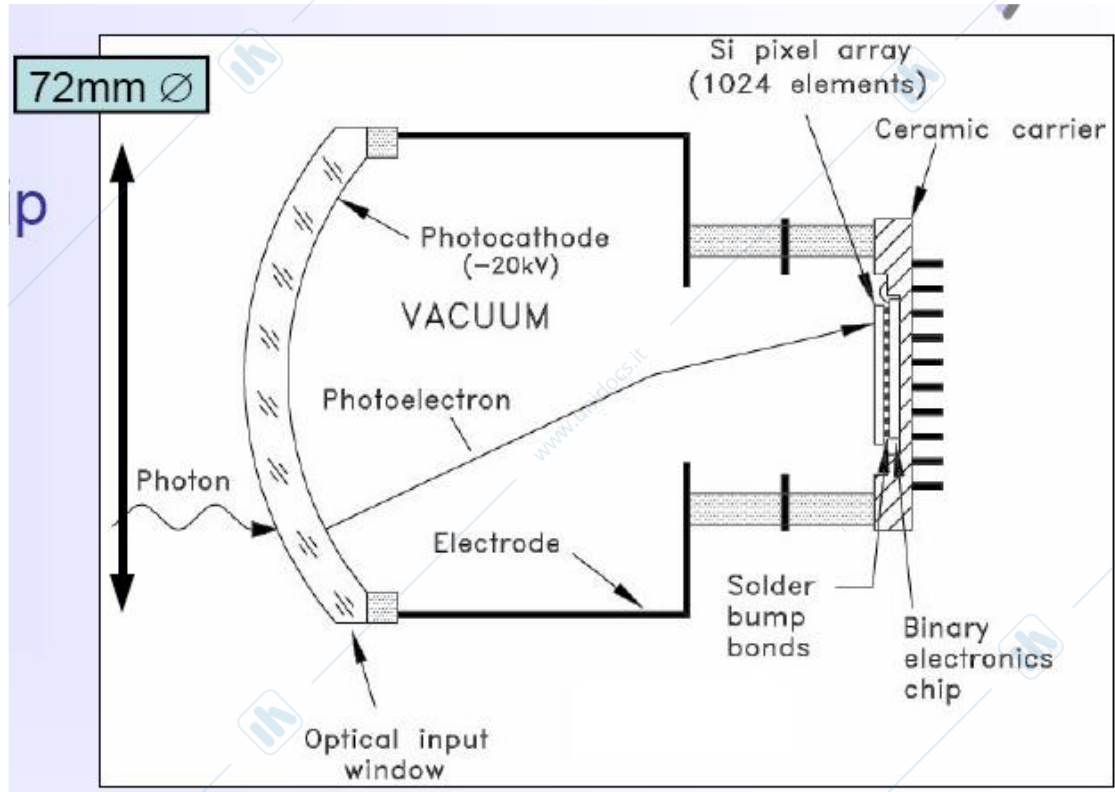


Fig 6.47 Schema di un contatore ibrido con geometria cross focused

Single photon detection  
with high resolution

Poisson statistics  
with  $\bar{n} = 5000$  !

Background from  
electron backscattering  
from silicon surface

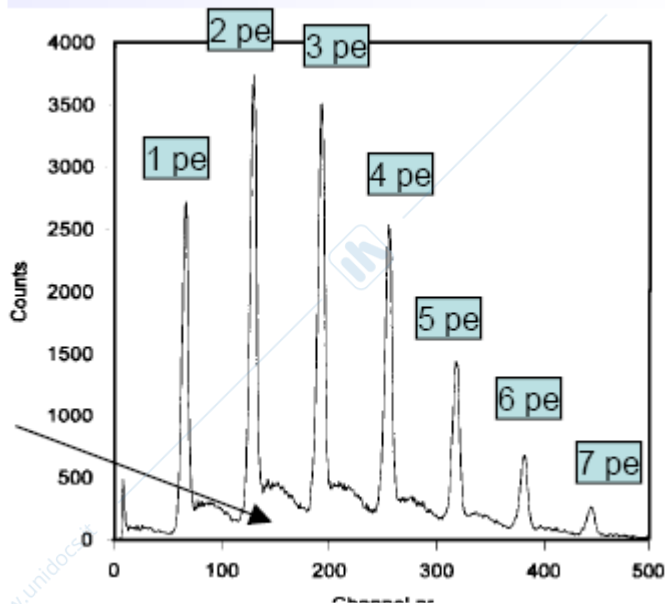
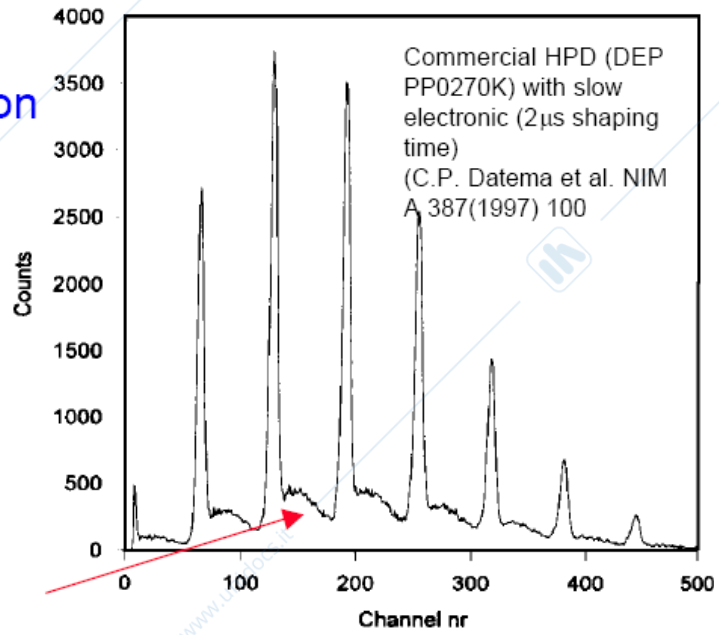


Fig 6.48 Risposta di un contatore ibrido

## 7 Contatori Cherenkov

### 7.1 Caratteristiche

Come si è visto nella prima parte il processo di emissione di luce per effetto Cherenkov in un mezzo di indice di rifrazione  $n$  ha le seguenti importanti caratteristiche

Il processo ha una soglia

$$\beta \geq 1/n \quad \gamma_t = (1 - 1/n^2)^{-1/2} \quad 7.1$$

la radiazione è emessa ad un angolo fisso rispetto alla direzione di moto della particella

$$\cos\theta = 1/\beta n \quad \sin\theta = (1 - 1/\beta^2 n^2)^{1/2} \quad 7.2$$

per il numero di fotoni emessi per unità di percorso vale la

$$dN/dL \propto d\lambda/\lambda^2 \quad 7.3$$

l'intensità di luce emessa in un tratto di lunghezza  $L$  è proporzionale a  $\sin^2\theta$ . Nel visibile vale

$$N_{\text{vis}} = 490Z^2 \sin^2\theta L \quad 7.4$$

Trascurando la dipendenza di  $n$  da  $\lambda$  la radiazione Cherenkov è isocrona

l'energia ceduta dalla particella per emissione Cherenkov è dell'ordine di KeV/cm

Si possono utilizzare queste proprietà per riconoscere le particelle in un fascio o quelle emesse in una interazione.

## 7.2 Contatori a soglia

Posto in un fascio un contatore Cherenkov a soglia rivelerà tutte le particelle con  $\gamma \geq \gamma_t$ . Poiché in un fascio tutte le particelle hanno la stessa quantità di moto scegliendo opportunamente  $n$  si potranno rivelare solo le particelle con massa minore di un valore fissato.

Nei fasci vengono spesso utilizzati contatori a gas come quello descritto in figura 7.1

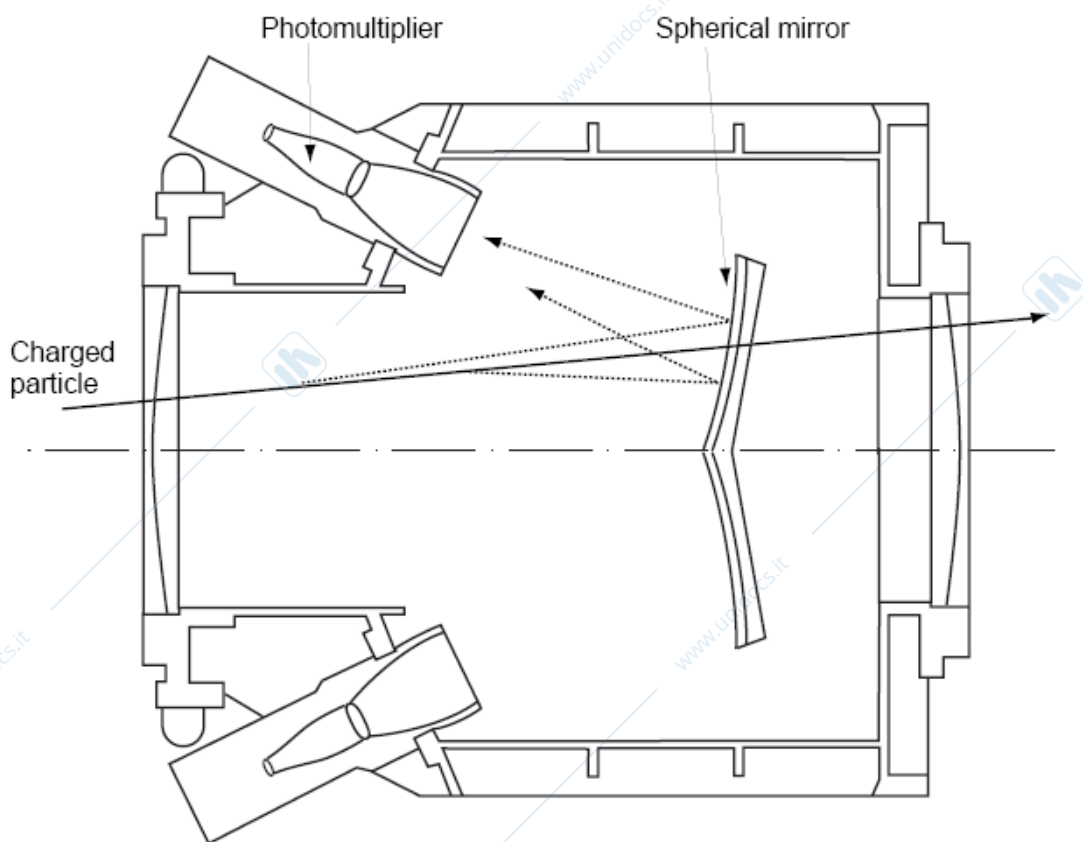


Fig 7.1 Schema di un contatore Cherenkov a soglia

La luce Cherenkov prodotta dalla particella carica viene riflessa da specchi sottili sui fotomoltiplicatori che la rivelano. I fotoelettroni prodotti hanno una distribuzione di Poisson e l'efficienza del contatore vale:

$$\varepsilon = 1 - e^{-n} \quad 7.5$$

con  $n$  numero medio di fotoelettroni. Per avere efficienze superiori al 99% occorreranno perciò almeno 5 fotoelettroni. Il numero di fotoelettroni raccolti sui fotomoltiplicatori dipenderà sia dal numero  $N_{vis}$  emessi per luce Cherenkov sia dalla efficienza con cui i fotoni vengono convogliati sui fotomoltiplicatori e convertiti in fotoelettroni.

Con contatori a gas si può coprire un intervallo di  $\gamma_t$  variando la pressione e con questa l'indice di rifrazione del gas.

Vale infatti la legge di Lorentz-Lorenz :

$$n-1 = D\rho \quad \text{con } D = 3R/2M \quad 7.6$$

essendo  $\rho$  la densità del gas,  $M$  il suo peso molecolare,  $R$  la costante dei gas. A pressione e temperatura standard  $D\rho$  varia come ordine di grandezza da  $10^{-3}$  a  $10^{-4}$  permettendo di coprire anche con contatori a pressione valori di  $\gamma_t$  maggiori di 10. Per valori minori occorre utilizzare materiali liquidi, solidi od aerogel. In tabella sono riportati alcuni valori dei gas e di materiali adatti alla produzione di contatori Cherenkov.

Tabella 7.1

Caratteristiche di materiali per contatori Cherenkov

Radiatore	$n-1$	Soglia
H <sub>2</sub> (STP)	$1.4 \cdot 10^{-4}$	60
N <sub>2</sub> (STP)	$2.97 \cdot 10^{-4}$	41
CO <sub>2</sub> (STP)	$4.5 \cdot 10^{-4}$	34
SF <sub>6</sub> (STP)	$7.85 \cdot 10^{-4}$	38
He (STP)	$3.3 \cdot 10^{-5}$	123
Aerogel	$2-5 \cdot 10^{-2}$	2-5
N <sub>2</sub> liquido	$2.0 \cdot 10^{-1}$	1.81
H <sub>2</sub> O	$3.3 \cdot 10^{-1}$	1.50
Plexiglass	$4.3 \cdot 10^{-1}$	1.43

Dalla tabella appare evidente che per avere la possibilità di raggiungere soglie diverse occorre usare materiali diversi. Va tenuto conto che in base alla 7.6 con i gas si possono realizzare contatori con indice di rifrazione variabile con la pressione, ma non è semplice arrivare a pressioni maggiori di 100 atmosfere e comunque il limite è nell'avvicinare pressioni e temperature critiche vicino alle quali il gas tende a condensare formando zone disomogenee. Anche con gli aerogel si può variare l'indice di rifrazione sia pure in intervalli limitati. La figura 7.2 mostra la luce prodotta mesoni K di diversa quantità di moto

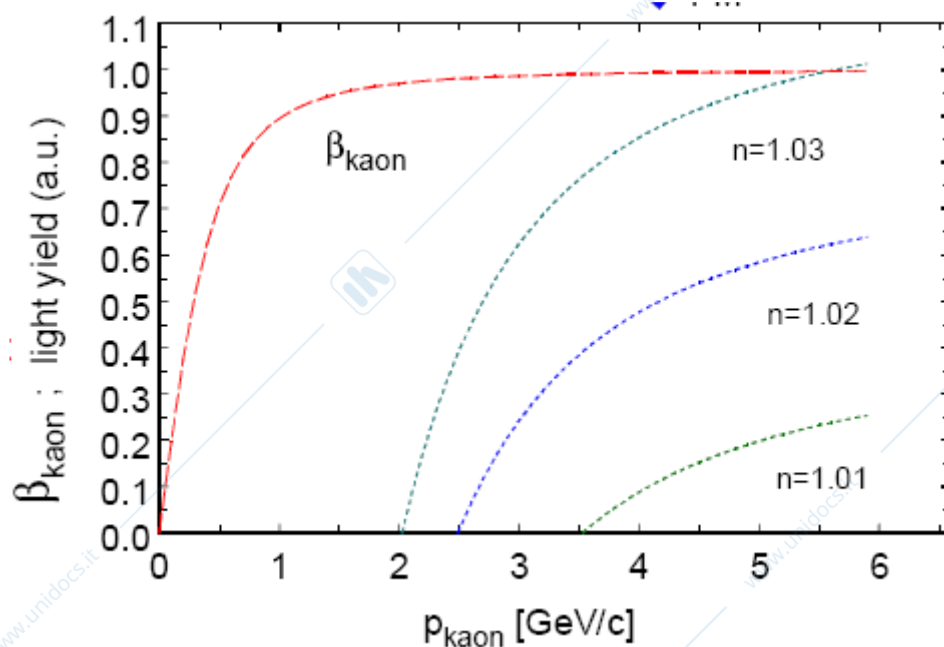


Fig 7.2 Luce Cherenkov prodotta in diversi aerogel da mesoni k di diversa quantità di moto.

### 7.3 Contatori differenziali

Questi contatori sono costruiti con lo scopo di misurare l'angolo  $\theta$  in cui la luce è emessa .

L'angolo vale:

$$\theta_C = \arccos\left(\frac{1}{n\beta}\right) = \arccos\left(\frac{1}{n} \cdot \frac{E}{p}\right) = \arccos\left(\frac{1}{n} \cdot \frac{\sqrt{p^2 + m^2}}{p}\right)$$

7.7

e noti  $n$  e  $p$  da direttamente  $\beta$ . In fig 7.3 sono riportati gli angoli di emissione di luce Cherenkov per due radiatori per particelle di diversa quantita' di moto.

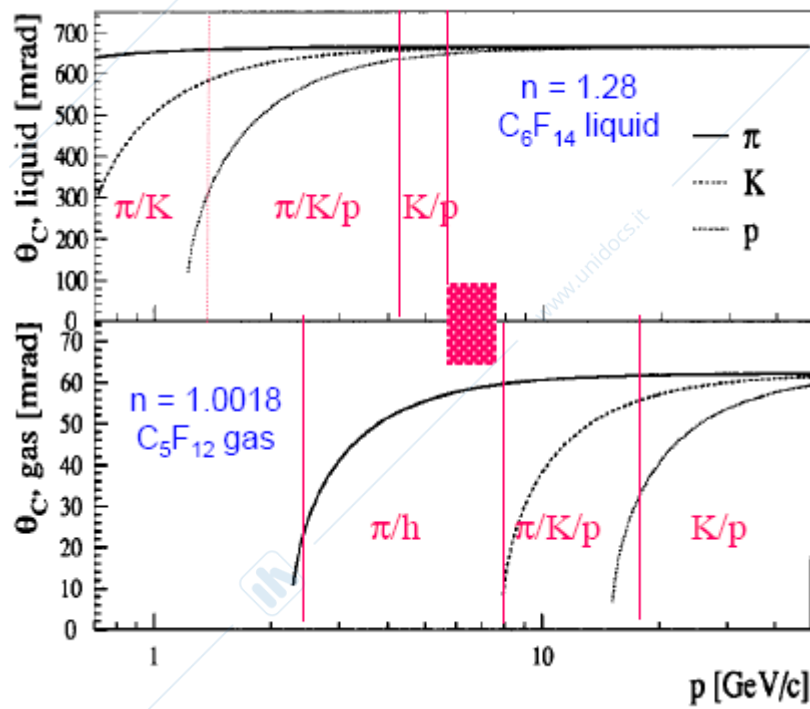


Fig 7.3 Angolo di emissione di luce Cerenkov per due radiatori

e per particelle di massa diversa in funzione della quantita' di moto

La precisione con cui si determina  $m$  e':

$$\left(\frac{dm}{m}\right)^2 = \left(\gamma^2 \frac{d\beta}{\beta}\right)^2 + \left(\frac{dp}{p}\right)^2$$

7.8

che nel caso  $p$  sia bene misurato da:

$$\frac{\Delta\beta}{\beta} \simeq \frac{m_1^2 - m_2^2}{2p^2}.$$

7.9

D'altra parte l'incertezza su  $\beta$  e' legata all'incertezza con cui si misura l'angolo dalla:

$$\frac{\sigma_\beta}{\beta} = \tan \theta \cdot \sigma_\theta$$

7.10

$\sigma_\theta$  dipende dalla risoluzione angolare e dal numero di fotoelettroni rivelati.

$$\sigma_\theta \approx \frac{\sigma_\theta^{p.e.}}{\sqrt{N_{p.e.}}}$$

7.11

Occorrera' trovare un compromesso tra la risoluzione angolare (piu' piccola possibile) ed il numero di fotoelettroni (maggiore possibile)

In figura 7.4 e' rappresentato un contatore Cherenkov differenziale a gas da usarsi in fasci di particelle. La determinazione di  $\theta$  e' fatta rivelando solo fotoni che passano attraverso un diaframma ad anello e la incertezza in  $\theta$  e' contenuta attraverso un ottica che corregge per il cromatismo della luce. Con questo rivelatore (DISC) si e' ottenuto un valore di  $\sigma_\beta/\beta = 10^{-7}$

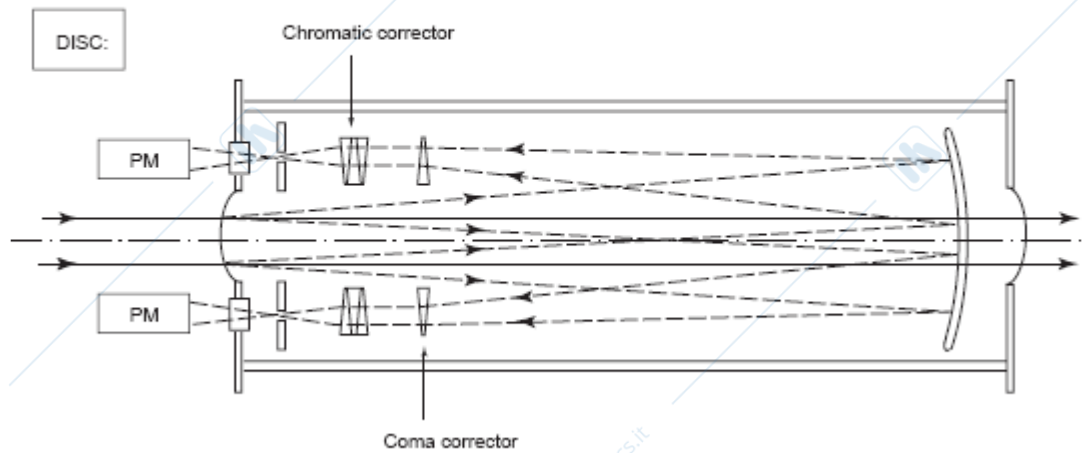


Fig 7.4 Contatore differenziale Cherenkov a gas

#### 7.4 Contatore RICH (Ring Imaging Cherenkov)

Il contatore DISC copre un intervallo angolare assai limitato: per ovviare a ciò sono stati costruiti i contatori RICH che permettono la determinazione della  $\beta$  di più di una particella simultaneamente. Questi rivelatori sono basati sulla rivelazione della posizione dei singoli fotoni generati dalla particella in un radiatore. Si ricostruisce con i fotoni rivelati il cerchio che il cono di luce Cherenkov originata in un radiatore genera in un piano perpendicolare alla direzione della particella.

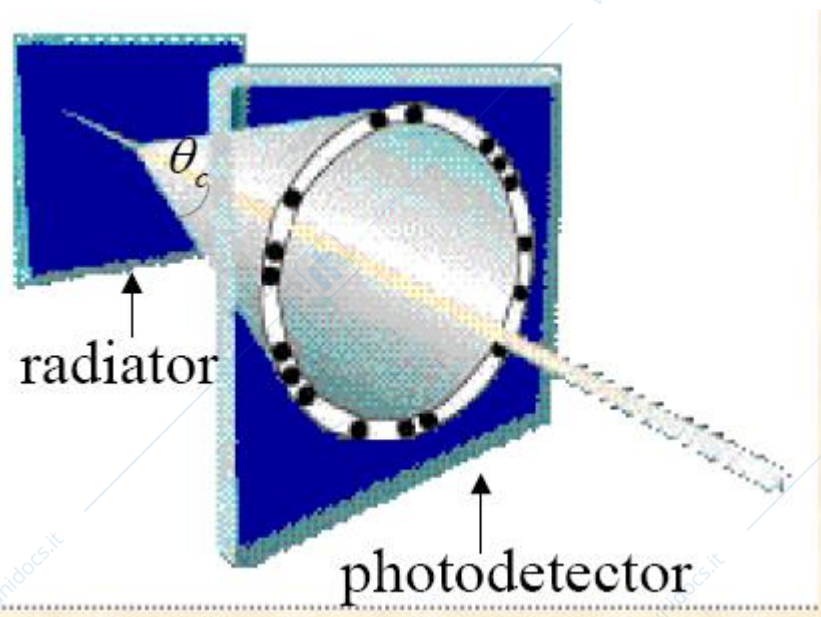


Fig 7.5 Schema di principio di un RICH

Ci sono essenzialmente due geometrie possibili dette 'focusing' e 'proximity focusing' e sono descritte nelle figure 7.6 e 7.7

Nella prima (fig 7.6) i fotoni Cherenkov generati in un radiatore a gas vengono riflessi da uno specchio parabolico di focale  $f$  e rivelati sul piano focale dove formano un cerchio di raggio indipendentemente dal punto di emissione lungo la traccia. Il cerchio è centrato nel punto di passaggio della particella che usualmente è visto dal rivelatore ed ha raggio:

$$R = f \tan \theta \quad 7.12$$

Con  $\theta$  angolo di emissione della luce Cherenkov

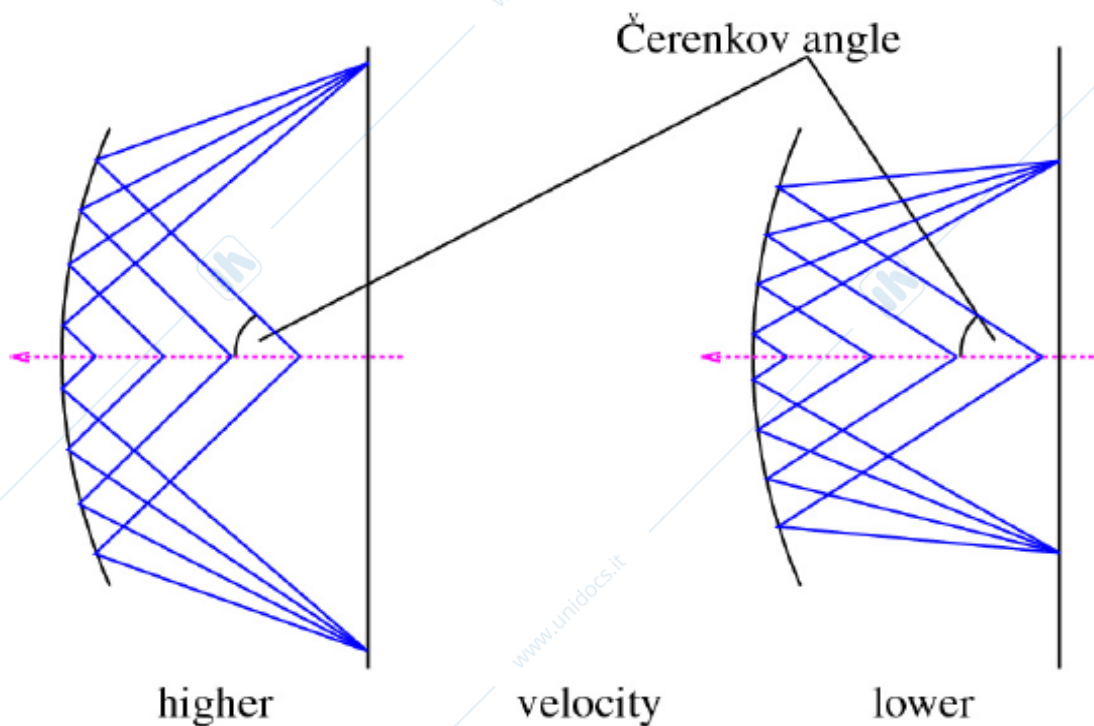
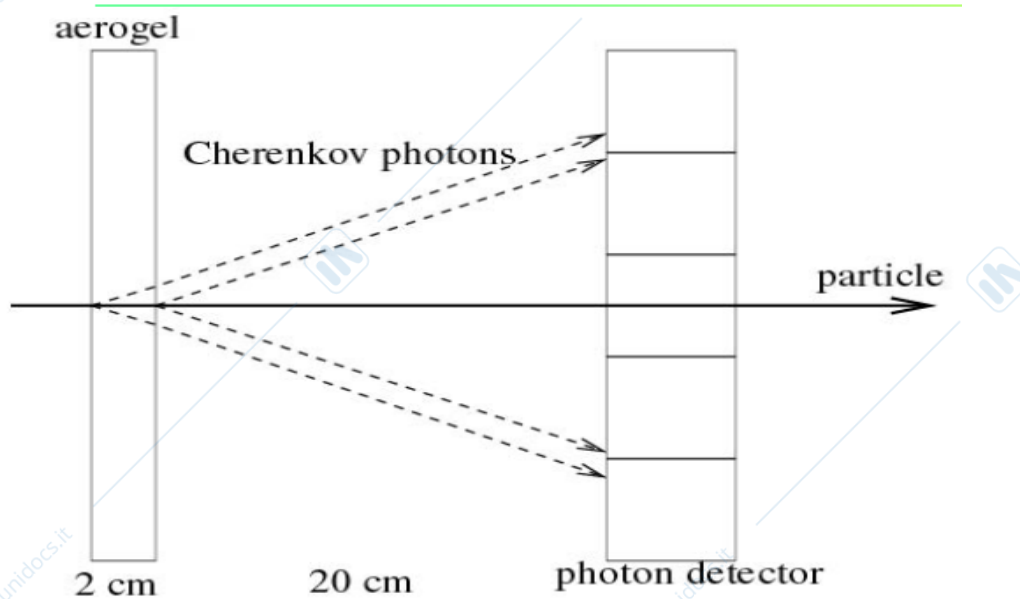


Fig 7.6 Schema di principio di un contatore Focusing RICH. Particelle con velocità diversa producono cerchi di raggio diverso

Nel caso del rivelatore proximity focusing (fig 7.7) un radiatore viene posto a sufficiente distanza dal rivelatore per dare un'immagine con un cerchio di dimensioni sufficienti ad essere bene misurato



## Proximity focusing RICH

Fig 7.7 Schema di principio di un contatore 'Proximity focusing'

Il radiatore puo' essere liquido.

In figura 7.8 sono rappresentati alcuni cerchi prodotti da luce Cherenkov.

Nel loro centro e' visibile il punto di passaggio delle particelle.

Si deve notare che per una corretta determinazione dell'angolo Cherenov occorre avere un rivelatore in grado di riconoscere i singoli fotoni e determinarne la posizione.

un numero sufficiente di fotoni emessi dal radiatore  
avere un rivelatore con un basso rumore di fondo

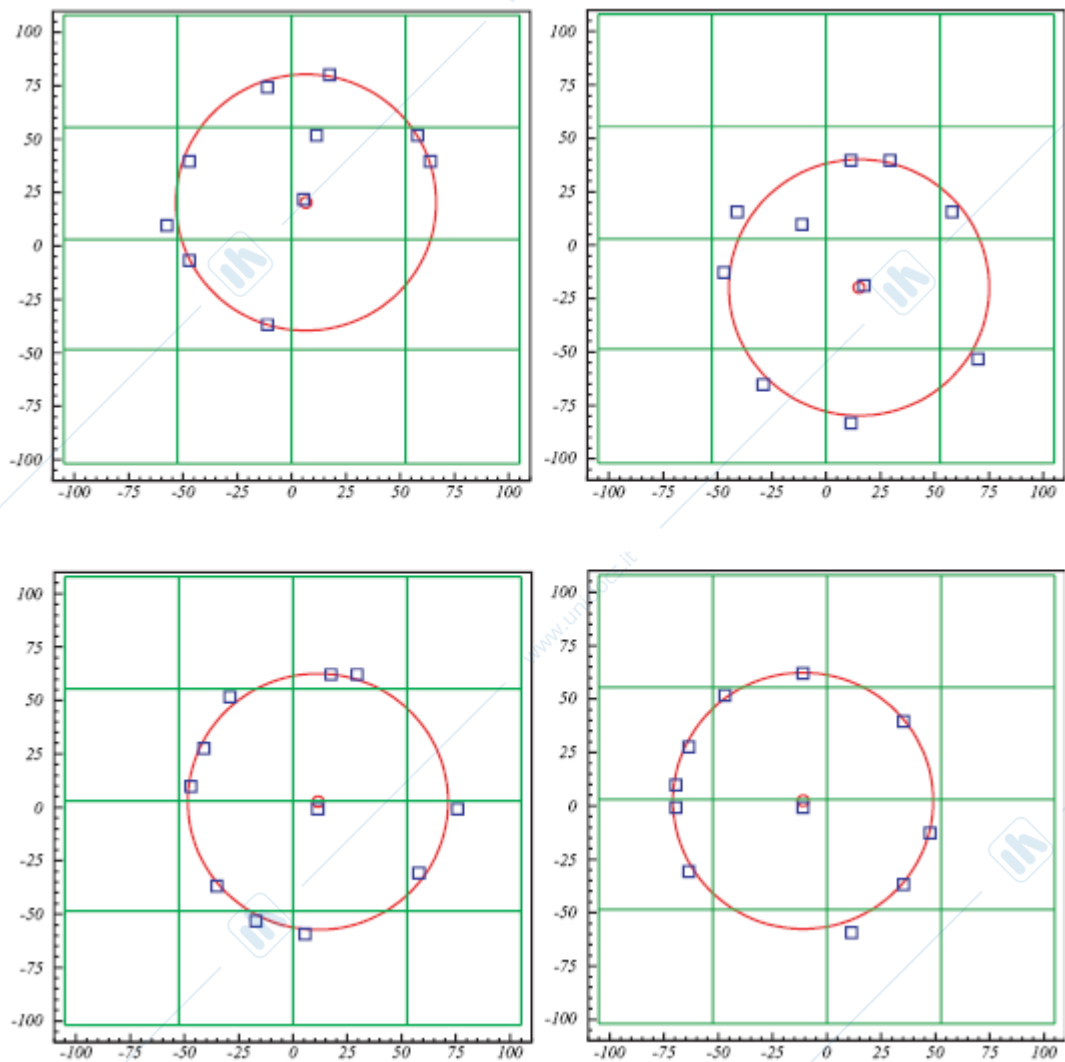


Fig 7.8 Cerchi di luce Cherenkov individuati dalla rivelazione di singoli fotoni

La rivelazione e localizzazione di singoli fotoni puo' essere fatta usando fotomoltiplicatori o rivelatori ibridi descritti nel paragrafo 6. Sono inoltre stati messi a punto sistemi con rivelatori a gas in cui la lettura viene fatta su pad dei catodi dopo che i fotoni vengono convertiti in fotoelettroni immettendo nel gas un materiale fotosensibile oppure depositando sul catodo uno strato sottile di CsI.

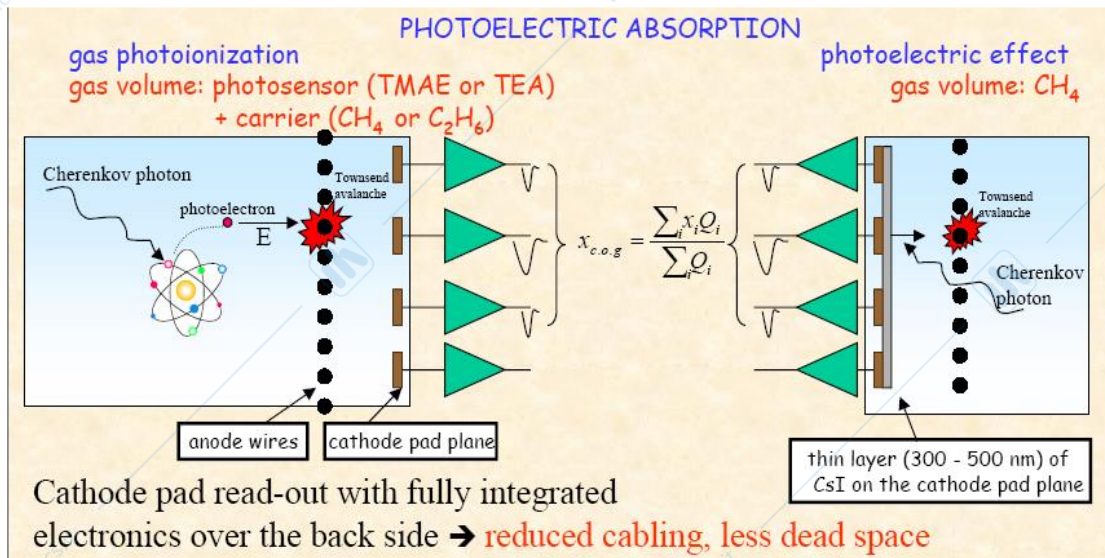
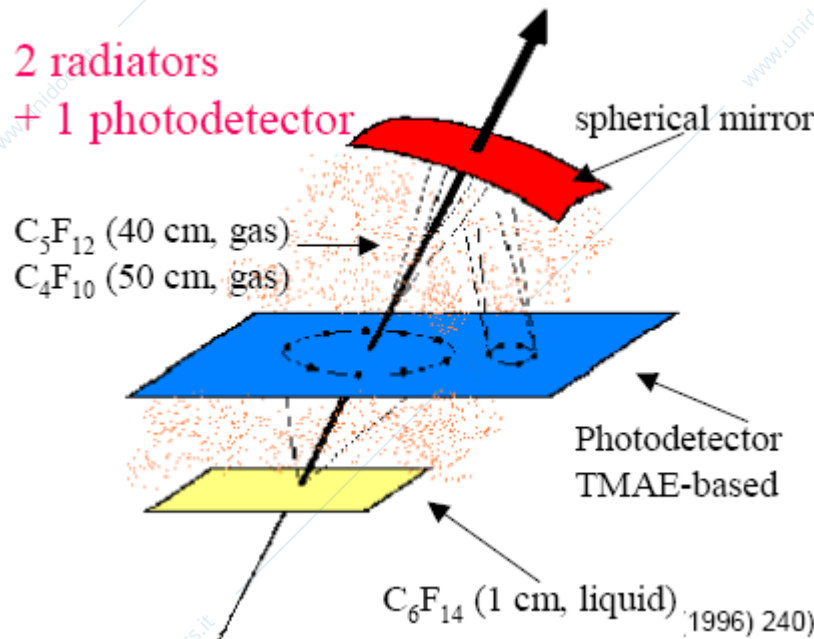


Fig 7.9 rivelatori di singoli fotoni per RICH

Sono stati realizzati diversi contatori RICH. In figura 7.10 e' rappresentato un rivelatore duale composto da un Focusing e da un Proximity focusing per riuscire ad analizzare particelle in un largo intervallo di quantita' di moto.



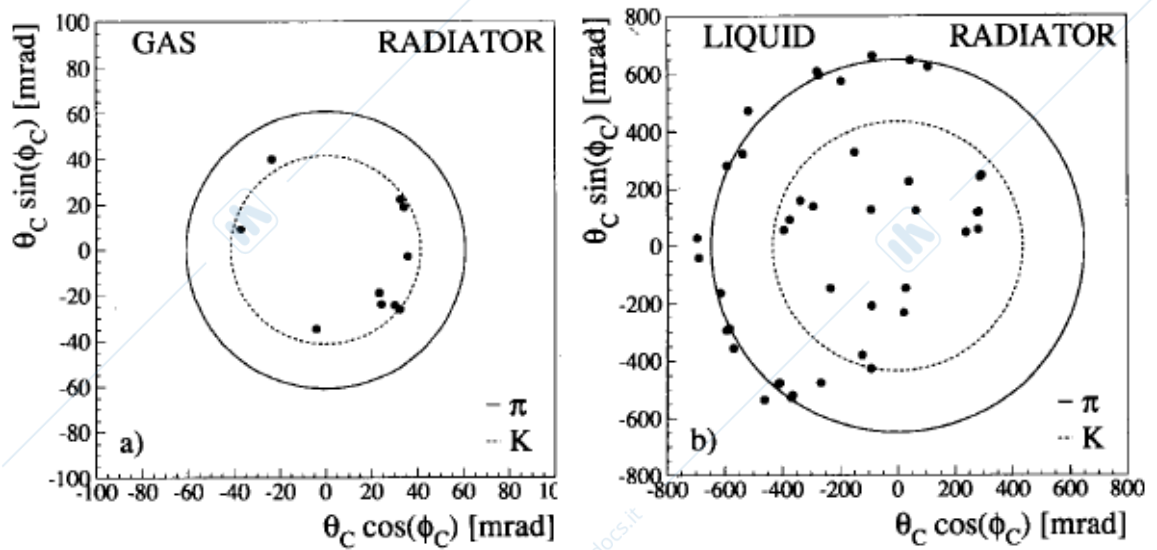
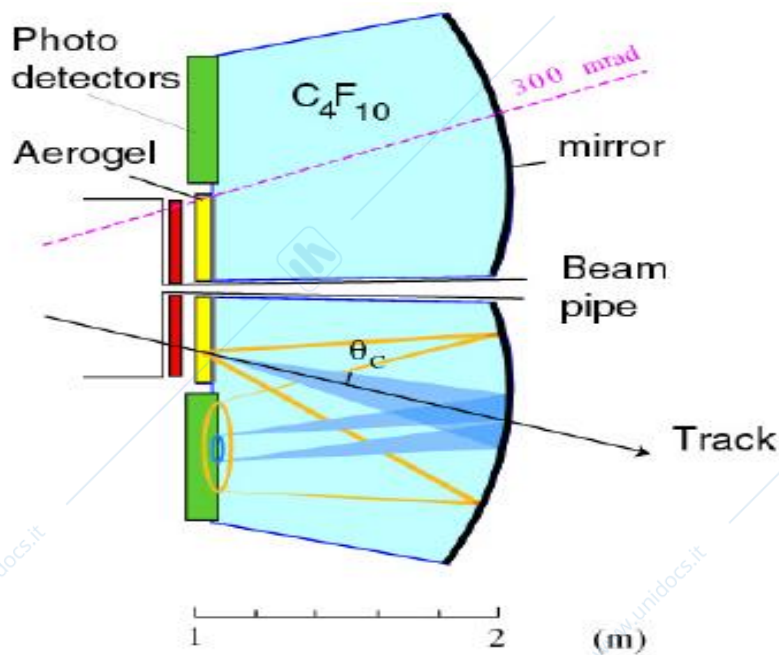


Fig 7.10 rivelatore RICH duale e sua risposta. Il rivelatore e' in grado di riconoscere  $\pi$  da K in un intervallo di quantita' di moto variabile da 0.7 a 45 GeV/c

In fig 7.11 e' descritto il contatore duale per l'esperimento LHCb al LHC del CERN che fara' uso di rivelatori ibridi per i fotoni. Il rivelatore e' in grado di identificare particelle in un intervallo di quantita' di moto da 1 a 60 GeV/c



### RICH 1

Fig 7.11 Rivelatore RICH per l'esperimento LHCb del LHC

Un notevole rivelatore al quarzo DIRC e' stato sviluppato per l'esperimento Babar a SLAC per riconoscere  $\pi$  da K nell'intervallo di quantita' di moto da 1.7 a 4.2 GeV/c. Il radiatore e' una sbarra di quarzo ( $n=1.47$ ) lavorata otticamente in cui la luce Cherenkov e' internamente riflessa fino alla fine della sbarra da cui esce in un contenitore di acqua nel quale sono collocati dei fotomoltiplicatori. La barra ha dimensioni di  $490 \times 1.7 \times 3.5 \text{ cm}^3$  ed al suo interno la luce puo' fare 200 riflessioni. Il contatore completo e' realizzato in un 'barrel' poligonale di 12 facce all'interno di ciascuna di queste sono 12 barre per un totale di 144. Il contatore da' un'immagine tridimensionale poiche' misura le coordinate  $x$  ed  $y$  ed il tempo di volo dei fotoni Cherenkov variabile tra 10 e 60 ns. Il principio del contatore e' mostrato in fig 7.12. In totale il rivelatore ha 10752 fotomoltiplicatori.

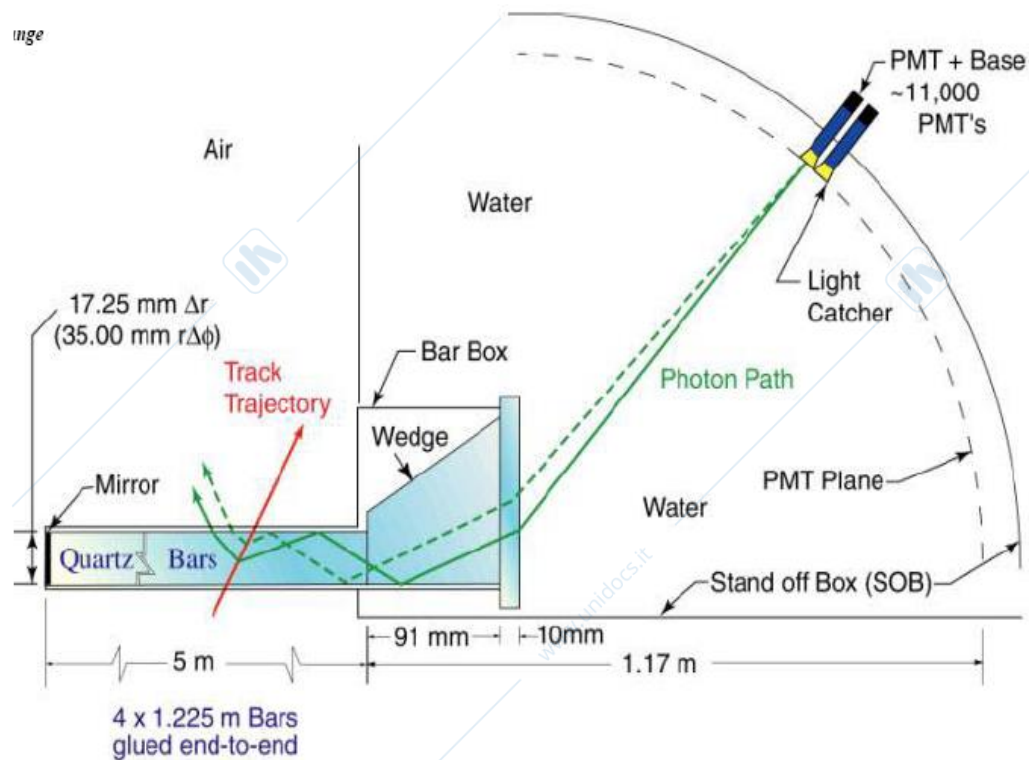
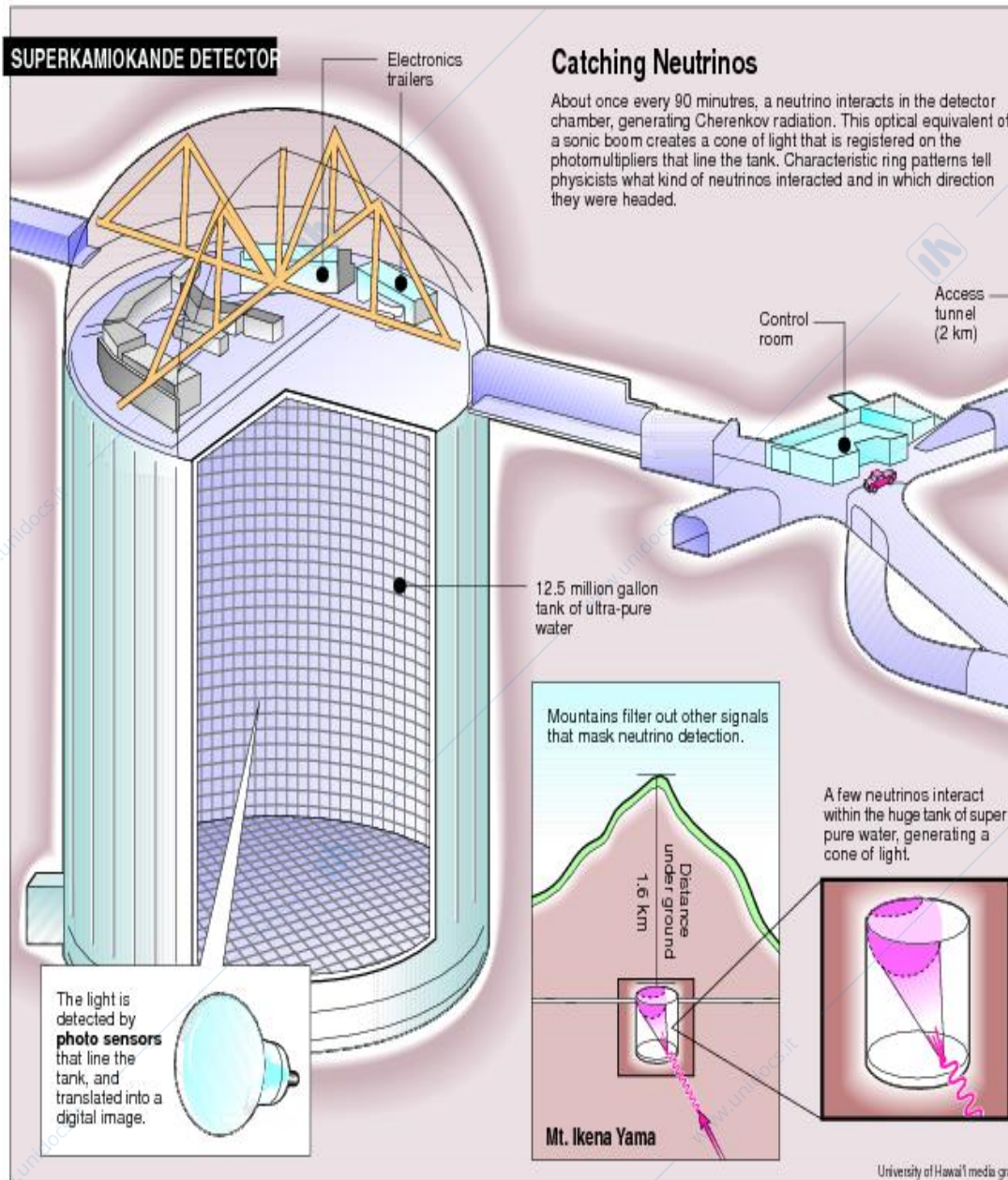
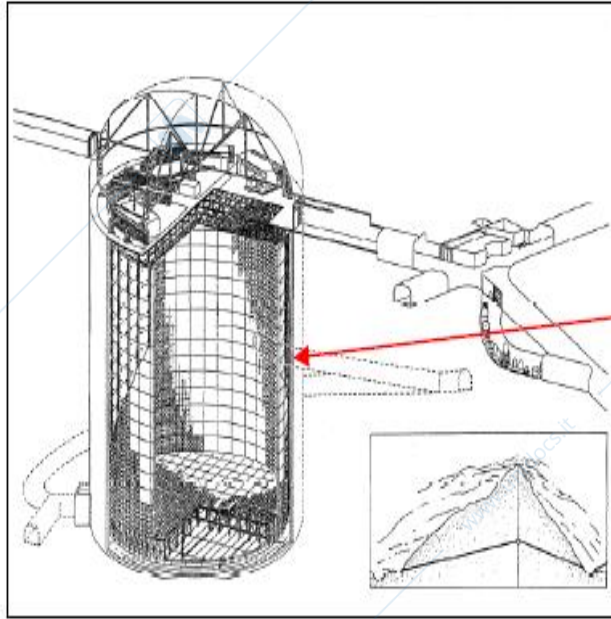


Fig 7.12 Schema di principio del contatore DIRC

Sono stati costruiti giganteschi rivelatori Cherenkov per la rivelazione di  $\nu$ . Il più noto è il giapponese SuperKaioKande che ha provato l'oscillazione dei  $\nu$ . Il rivelatore è rappresentato in fig 7.13. Il rivelatore lavora sottoterra alla profondità di 1000m ed è schermato dal fondo residuo da un 'anticounter'



## Underground Neutrino Experiment : e.g. Super-Kamiokande



50,000 tons of pure water  
~10,000+ 50 cm diameter PMTs

*Requirements : big (huge target mass), low background (∴ underground site)*

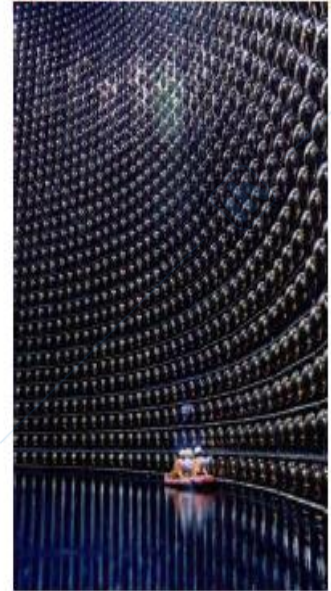
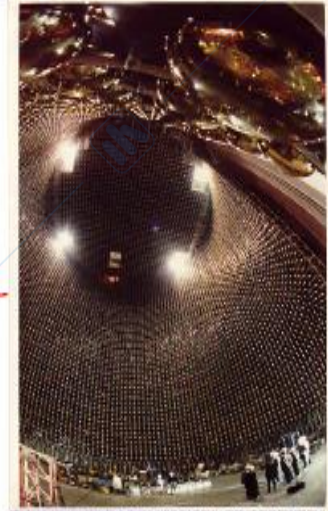


Fig 7.13 Schema del rivelatore SuperKamiokande  
Costituito da 50000 tonnellate d'acqua  
in cui si trovano 11146 fotomoltiplicatori  
da 20 pollici.

## 8 RIVELATORI di TRANSIZIONE

La radiazione di transizione e' emessa quando una particella carica passa attraverso la separazione di due mezzi con indice di rifrazione diversa (vedi rivelatori di particelle 1.7)

Ricordiamo le principali caratteristiche della radiazione di transizione.

L'energia emessa e' proporzionale al  $\gamma$  della particella

$$W = \frac{1}{3} c \hbar \omega_p \gamma \quad \boxed{W \propto \gamma} \quad -$$

8.1

$$\omega_p = \sqrt{\frac{N_e e^2}{\epsilon_0 m_e}} \quad \left( \begin{array}{l} \text{plasma} \\ \text{frequency} \end{array} \right) \quad \hbar \omega_p \approx 20 \text{eV}$$

per radiatori plastici

Per  $\gamma \sim 1000$  i fotoni hanno energie del KeV (raggi X)

La quantita' di fotoni emessa nel passaggio tra due mezzi e' piccola

$$N_{ph} \approx \frac{W}{\hbar \omega} \propto \alpha^2 \approx \frac{1}{137}$$

8.2

In fig.8.1 e' mostrata la produzione di fotoni per un radiatore plastico.

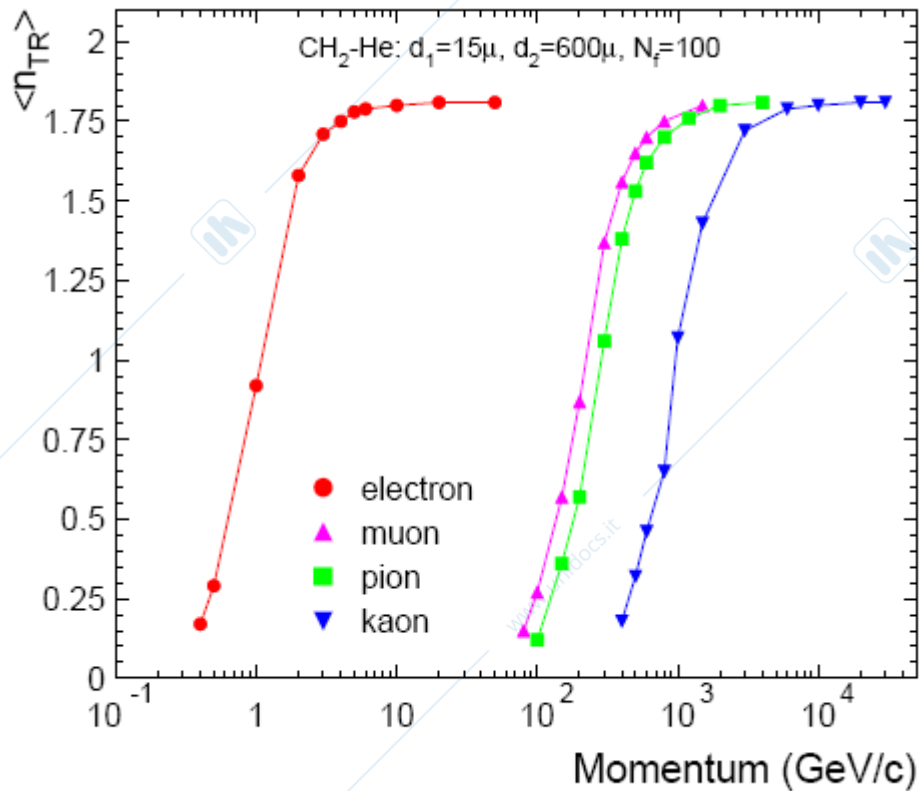


Fig 8.1 Produzione di fotoni da radiazione di transizione da diverse particelle in funzione della loro quantita' di moto

L'angolo di emissione e' fortemente in avanti

$$\theta \propto 1/\gamma$$

8.3

La energia di emissione vale:

$$\hbar\omega \approx \frac{1}{4}\hbar\omega_p\gamma$$

8.4

con uno spettro riportato nella seguente figura 8.2

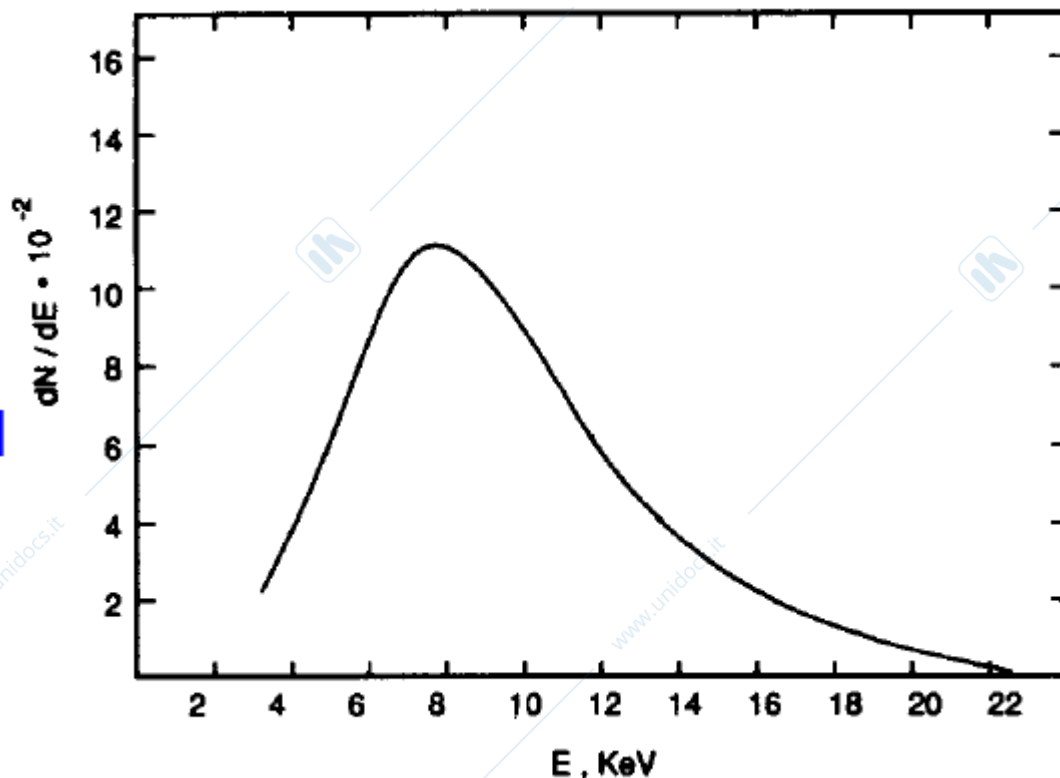


Fig 8.2 Spettro di emissione di radiazione di transizione in  $\text{CH}_2$

Per queste ragioni un rivelatore di transizione e' adatto al riconoscimento di  $e^-$  (le sole particelle con  $\gamma \sim 1000$ ). Lo schema del rivelatore di transizione (TRD) dell'esperimento ALICE e' mostrato in in fig 8.3.

Il radiatore e' costituito da un insieme di fogli sottili con basso  $Z$  per evitare il riassorbimento per effetto fotoelettrico ( $\sigma \propto Z^5$ ): i raggi X sono rivelati da un contatore a gas di alto  $Z$  (es Xenon) in cui si convertono in elettroni per effetto fotoelettrico. Gli elettroni cosi' generati sono rivelati da contatori a fili al termine di uno spazio di deriva.

Come appare dalla figura i fotoni sono emessi nei fogli del radiatore di transizione lungo la traiettoria della particella da rivelare ( $\theta \sim 1/\gamma$ ). La particella produce nel gas anche coppie di ione elettrone per perdita di energia di ionizzazione. Il rivelatore registra cosi' la sovrapposizione dei segnali dovuti ai raggi X di transizione con quelli prodotti dalla ionizzazione.

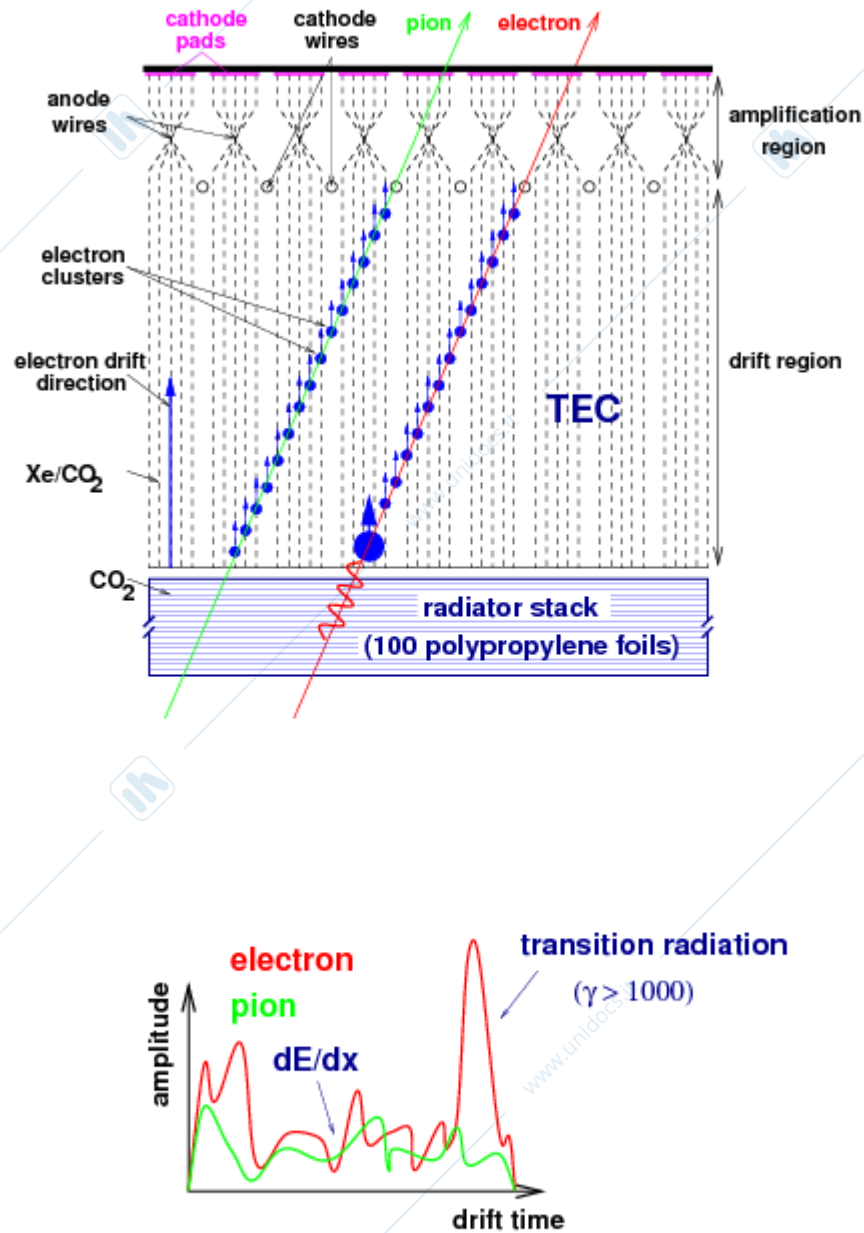


Fig 8.3 Schema e segnale del rivelatore di transizionee per l'esperimento ALICE

Tenendo conto del fatto che il libero cammino medio dei raggi X in gas Xe e' di pochi mm si avra' un picco del

segnale al tempo di raccolta corrispondente agli elettroni generati ai bordi della regione di deriva dalla radiazione di transizione sovrapposto ad un continuo dovuto alla ionizzazione..

La misura dell'ampiezza del segnale in funzione del tempo e' perciò di importanza fondamentale nel funzionamento del rivelatore come mostrato in figura 8.4

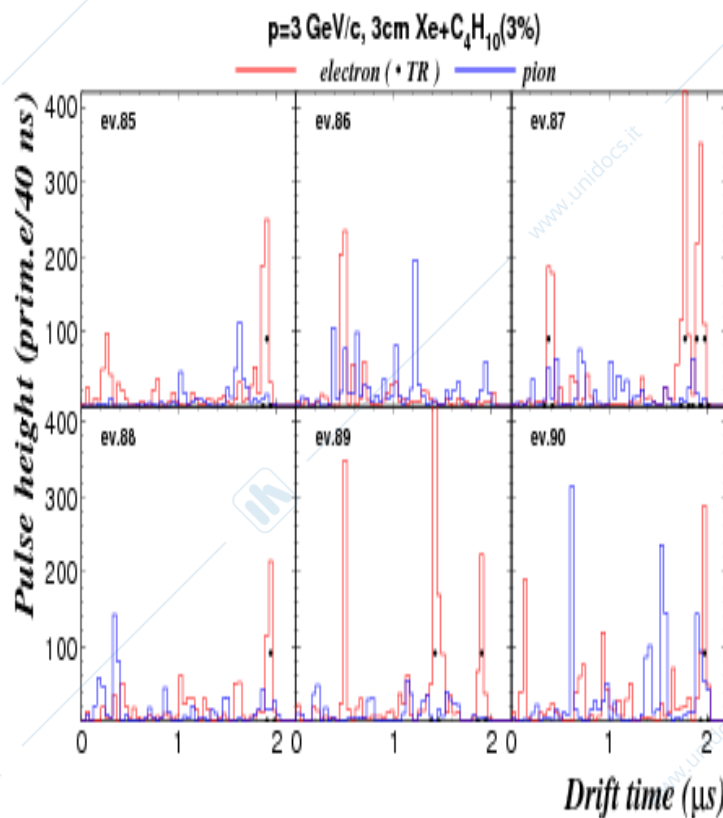


Figure 5: A sample of signals produced by electrons and pions passing one TRD layer.

Fig 8.4 Risposta temporale della camera a deriva del rivelatore di transizione a segnali dovuti ad e ed a  $\pi$ .

In generale vi sarà una risposta tanto più efficace quanto più lo spessore del rivelatore è grande.

Il rivelatore riconosce bene e da  $\pi$  in quanto questi ultimi non danno praticamente mai segnali prodotti all'inizio dello spazio di deriva. In Fig 8.5 è mostrato l'efficienza per  $\pi$  per 352

rivelatori di transizione con efficienza del 90% per elettroni in funzione del loro spessore

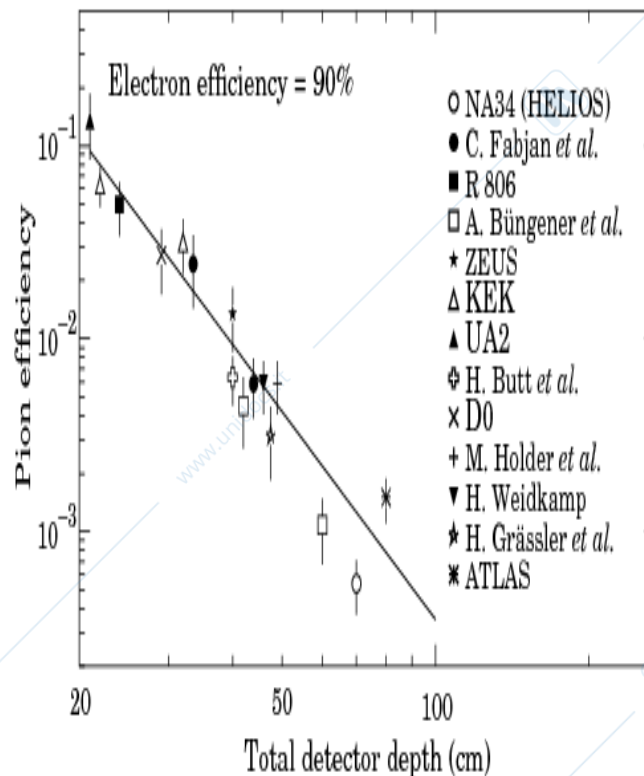


Fig 8.5 Efficienza per  $\pi$  di rivelatori di transizione di diverso spessore.

## 9 Misura di Energia e quantita' di moto

Molto spesso e' necessario misurare l'energia cinetica di una particella o determinarne la sua quantita' di moto. Due sono i modi di procedere schematizzati in figura 9.1

### 9.1 Caratteristiche generali

#### *Calorimetria*

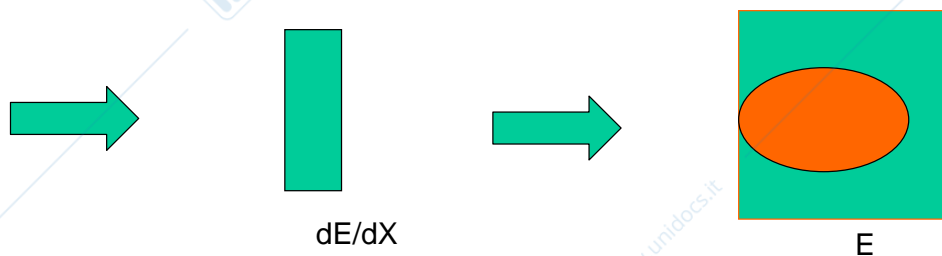
Si arresta la particella in un rivelatore con dimensioni longitudinali e trasversali tali da contenere lo sciame generato e se ne misura l'energia.

Il calorimetro puo' essere o meno preceduto da un rivelatore di energia per unita' di lunghezza per consentire il riconoscimento della massa della particella. Il calorimetro rivela anche particelle neutre purché producano sciami. Il calorimetro puo' essere adronico o elettromagnetico a seconda del tipo di particelle che si vuole rivelare

### Spettrometria

Si misura la quantita' di moto di una particella carica osservando la sua traiettoria in campo magnetico. Nella figura e' schematizzata la situazione di misura della traiettoria prima e dopo il campo magnetico, ma i rivelatori di posizione possono anche essere inseriti all'interno del campo

Misura di energia con calorimetro



Misura di quantita' di moto con spettrometro magnetico

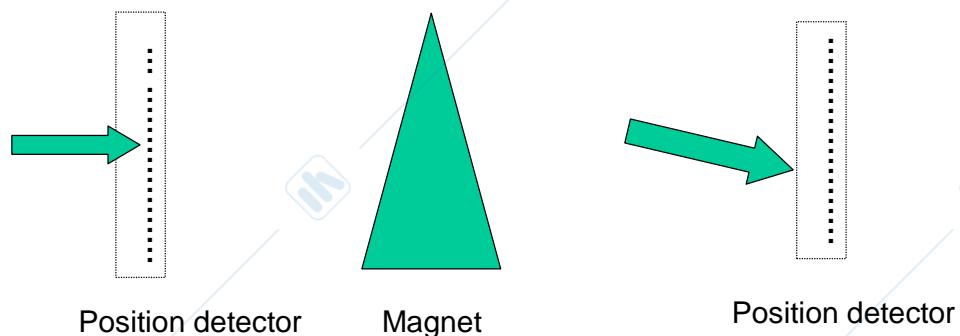


Fig 9.1 Schema di principio della misura di energia cinetica di una particella con calorimetro e di misura della quantita' di moto di particella carica con uno spettrometro magnetico

## 9.2 Spettrometria con magneti

In figura 9.2 e' mostrata la traiettoria di una particella carica in un campo magnetico normale al piano. La particella per effetto della forza di Lorentz descrive un'elica con raggio di curvatura definito dal valore del campo B e dalla componente della quantita' di moto  $p_T$  trasversale allo stesso. In figura sono date le relazioni tra campo, quantita' di moto trasversa, raggio di curvatura e sagitta. In genere e' quest'ultima che viene misurata ponendo N rivelatori di posizione nella traiettoria della particella; l'incertezza sul suo valore determina assieme alla conoscenza del campo B la risoluzione dello spettrometro. In figura 9.3 sono dati gli argomenti per determinare l'errore

### Misura della quantita' di moto in un campo magnetico omogeneo

$p_T$  componente della quantita' di moto  
perpendicolare al campo magnetico  
Unita' di misura m,T,GeV/c

Radius of curvature  $r = \frac{p_T}{0.3B}$

If  $r \gg L$  then  $\sin \frac{\theta}{2} = \frac{L}{2r} \Rightarrow \frac{\theta}{2} \approx \frac{L}{2r} \Rightarrow \theta \approx \frac{0.3BL}{p_T}$

Sagitta  $s = r - r \cos(\theta/2)$   
 $\approx r \left[ 1 - \left( 1 - \frac{1}{2} \frac{\theta^2}{4} \right) \right]$   
 $= \frac{r\theta^2}{8} \approx \frac{0.3BL^2}{8p_T}$

e.g.  $s \approx 3.75$  cm  
for  $p_T = 1$  GeV/c,  $L = 1$  m and  $B = 1$  T

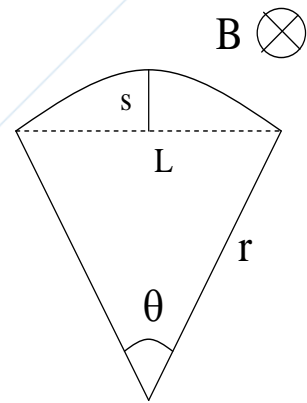


Fig 9.2 Schema di uno spettrometro magnetico a campo B costante

### Errore sulla misura della quantità di moto in un campo magnetico omogeneo

Poiche'

$$\frac{ds}{s} = \frac{dp_t}{p_t}$$

Se una misura N punti uniformemente distribuiti lungo la traiettoria con incertezza  $\sigma_x$  si ottiene

$$\frac{dp_t}{p_t} = \frac{1}{0.3BL^2} \sigma_x p_t \sqrt{720/N + 4} = c p_t$$

$dp_t/p_t$  decresce linearmente con B e quadraticamente con L e cresce linearmente con  $p_t$

Ex:  $B=2T$ ;  $L=1m$   $N=10$ ;  $\sigma_x=50 \mu m$   
 $c = 6 \cdot 10^{-4}$   $p_t$  in  $GeV/c$

---

Fig 9.3 Determinazione dell'errore specifico in uno spettrometro magnetico.

Va osservato che in molti casi diventa importante il contributo della diffusione multipla che introduce un errore sulla determinazione del raggio di curvatura di

$$\sigma_{ms} = \sqrt{1.4\xi / L} \quad 9.1$$

con  $\xi$  uguale allo scarto quadratico medio per unità di lunghezza dell'angolo dovuto allo scattering multiplo. Il contributo alla risoluzione vale:

$$dp_{t/p_t} = p_{t/.3B} \sigma_{ms} \quad 9.2$$

Da quanto detto emerge chiaramente che per migliorare la risoluzione occorre soprattutto aumentare la lunghezza  $L$  della traccia misurata che significa grandi dimensioni del campo magnetico.

Ovviamente è necessario avere grandi campi (per questo si usano sempre più spettrometri superconduttori) ed alti poteri risolutivi (es rivelatori al Si).

Non sempre gli spettrometri sono fatti in modo tale che la particella venga seguita all'interno del campo magnetico, ma spesso si opera nella geometria mostrata in figura 9.4 misurando l'angolo di deviazione della particella dovuto al suo passaggio in campo magnetico un campo magnetico  $B$  di lunghezza  $l$ .

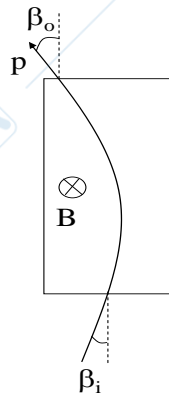


Fig 9.4 Misura della quantità di moto di una particella carica che attraversa un campo magnetico  $B$  normale alla traiettoria.

In questo caso gli angoli di entrata ed uscita dal magnete sono legati dalla relazione:

$$\sin \beta_i + \sin \beta_0 = \frac{\int B dl}{3.33 p} \quad 9.3$$

con le grandezze misurate in unita' m,T,Gev/c

La traiettoria e' in generale (ma non sempre) misurata con rivelatori di posizione messi fuori dal magnete che determinano gli angoli di entrata ed uscita.

In questo caso per la risoluzione si potra' scrivere :

$$\frac{dp}{p} \approx \frac{d\alpha}{\alpha} \quad \alpha = \beta_i + \beta_0 \quad 9.4$$

Anche in questo caso dalla 9.3 appare che per migliorare la risoluzione si deve aumentare campo, lunghezza del magnete e risoluzione angolare

### 9.3 Calorimetri

Nel capitolo riguardante l'interazione delle particelle con la materia sono state studiate le caratteristiche degli sciame che vengono prodotti quando una particella entra in un materiale.

Le caratteristiche degli sciame dipendono dal tipo di interazione della particella si riconoscono cosi' gli:

**Sciame elettromagnetici** caratterizzate dalla lunghezza di radiazione  $X_0$  del materiale in cui si svolge lo sciame

**Sciame adronici** caratterizzati dalla lunghezza di interazione del materiale in cui si sviluppa lo sciame.

I calorimetri sono strumenti di massa e dimensioni tali da potere contenere lo sciame capaci di dare un segnale proporzionale all'energia in esso depositata. Il principio e' rappresentato in figura 9.5

# Calorimetri

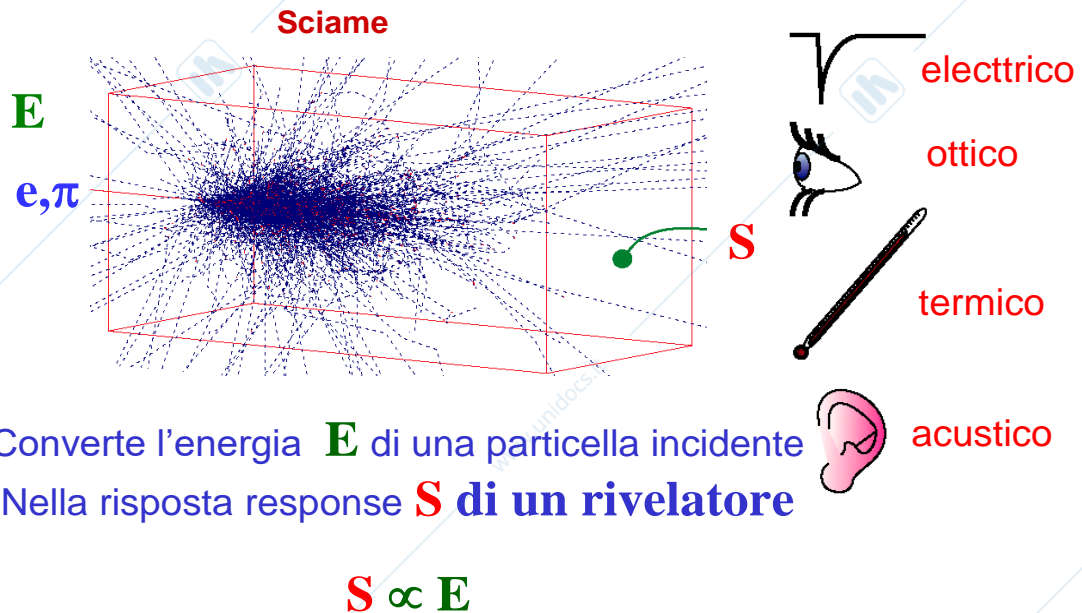


Fig 9.5 Principio di funzionamento di un calorimetro

In generale i calorimetri in fisica delle particelle danno segnali elettrici conseguenza di fenomeni di ionizzazione o Cherenkov in opportuni materiali.

Ricordando il rapporto tra lunghezza di interazione  $\lambda$  e lunghezza di radiazione  $X_0$  (vedi tabella pag33) ci si convince facilmente che le dimensioni degli sciame elettromagnetici sono in materiali pesanti assai minori di quelle degli sciame adronici.

Ex	Fe	$\lambda=131.9 \text{ g/cm}^2$	$X_0 = 13.9 \text{ g/cm}^2$
	Pb	$\lambda=194 \text{ g/cm}^2$	$X_0 = 6.37 \text{ g/cm}^2$

Perciò i calorimetri adronici sono di dimensioni e complessità maggiori di quelli elettromagnetici.

Due sono le possibilità che si hanno nella costruzione di un calorimetro.

### Calorimetri omogenei

Sono basati sulla possibilità di avere un rivelatore con materiale abbastanza denso da potere contenere tutto lo sciame.

Si usano solamente per sciame elettromagnetici poiché è praticamente impossibile costruire un rivelatore omogeneo di lunghezza di circa  $10 \lambda$

### Calorimetri a campionamento

Il principio è mostrato in figura 9.6. Si alternano strati di materiale pesante non sensibile a strati di rivelatore in cui il segnale è generato dalle particelle cariche dello sciame che si sviluppa negli strati di materiale pesante.

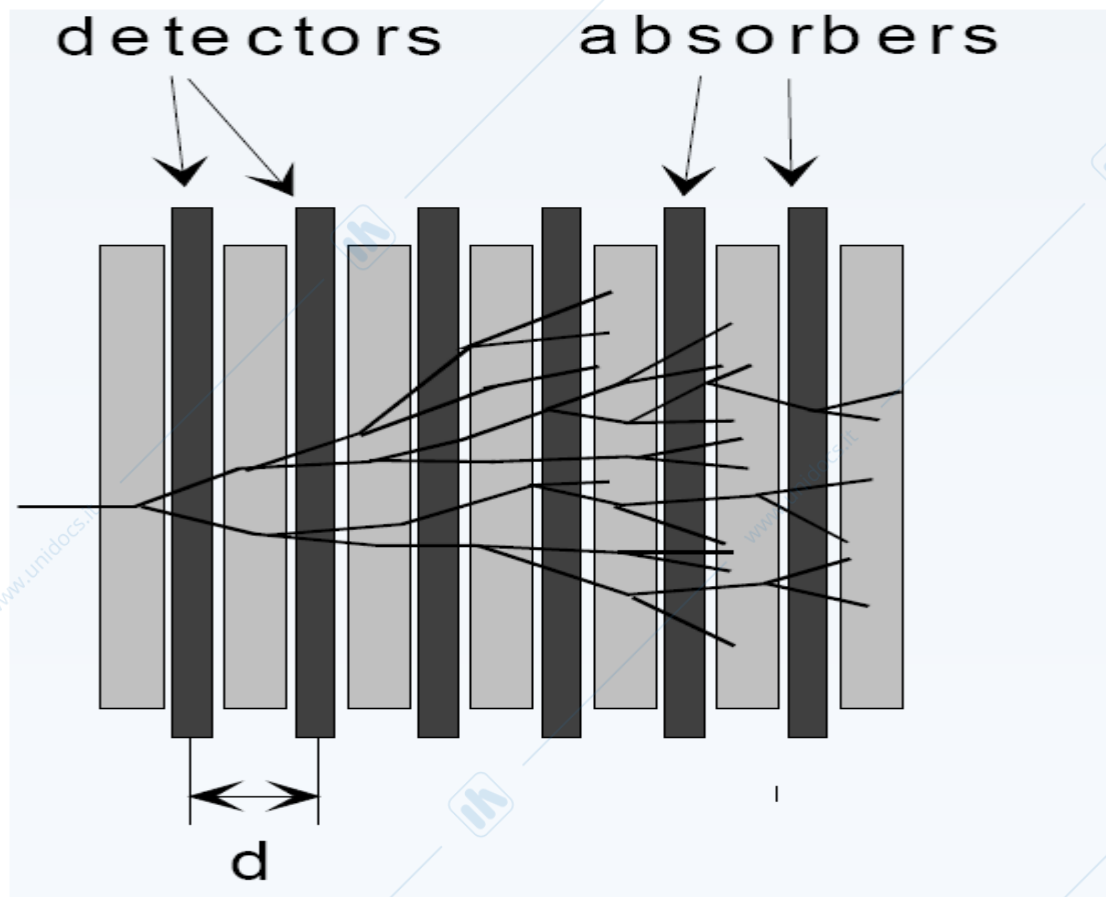


Fig 9.6 Schema di un calorimetro a campionamento

#### 9.4 Calorimetri Elettromagnetici omogenei

Misurano  $e^-$ ,  $e^+$ ,  $\gamma$ . Si possono costruire con cristalli scintillanti o con radiatori Cherenkov solidi o liquidi. Devono avere lunghezza longitudinale di circa  $10 X_0$  e larghezza pari ad alcuni raggi di Moliere.

Il segnale  $e'$  è proporzionale alla lunghezza delle tracce di elettroni e positroni.

Il numero  $N_{tot}$  di questi  $e'$  è proporzionale alla energia  $E_0$  della particella incidente;

$$N_{tot} \propto E_0/E_c \quad 9.5$$

Con  $E_c$  uguale alla energia critica del mezzo  
La lunghezza di tracce rivelabili vale

$$S = N_{tot} X_0 = E_0/E_c X_0 \quad 9.6$$

Di queste tracce solo quelle che superino una certa soglia  $E_t$  danno un segnale rivelabile.

Detta  $f_s$  questa frazione si può scrivere che la lunghezza di traccia rivelabile vale:

$$S_r = f_s S \quad 9.7$$

Questo segnale avrà delle fluttuazioni dovute alle fluttuazioni della lunghezza  $S_r$ . Ricordando che la distribuzione delle tracce segue la statistica di Poisson, si può scrivere :

$$\sigma(E)/E \propto \sigma(S_r)/S_r \propto 1/S_r \propto 1/\sqrt{E_0} \quad 9.8$$

Da questa relazione segue che:

$$\sigma(E)/E \propto 1/\sqrt{f_s} (E_c/X_0)^{1/2} \propto 1/\sqrt{f_s} (Z/A)^{1/2} \quad 9.9$$

ricordando la dipendenza dell'energia critica e della lunghezza di radiazione da A ed Z.

La 9.9 indica la scelta del materiale per ottimizzare la risoluzione occorre massimizzare  $f_s$  e cio' si fa privilegiando un materiale scintillante rispetto ad un rivelatore Cherenkov

$$E_t \sim eV \text{ per scintillatori} \quad E_t \sim \text{MeV per Cherenkov}$$

Il limite raggiungibile e':

$$\sigma/E \sim 1\% / (E(\text{GeV}))^{1/2} \quad \text{per scintillatori}$$

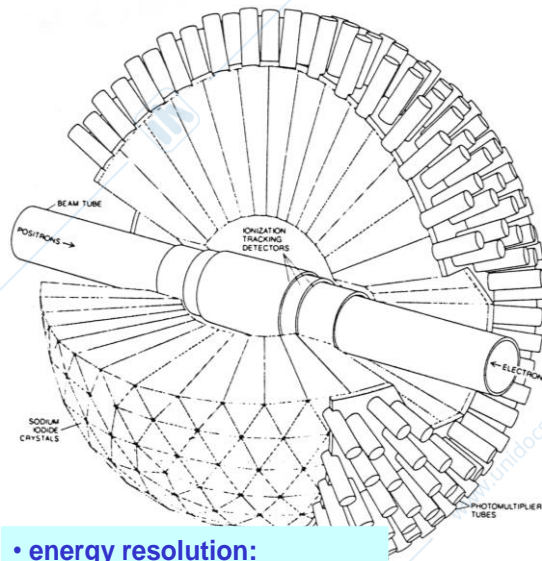
$$\sigma/E \sim 10\% / (E(\text{GeV}))^{1/2} \quad \text{per radiatori Cherenkov}$$

Il materiale va scelto con il minimo valore di Z/A: ossia con atomi pesanti

I calorimetri Elettromagnetici formati da cristalli scintillatori sono in genere un insieme di questi che coprono il maggiore angolo solido possibile. Le dimensioni longitudinali e trasversali sono determinate dalla necessita' di contenere lo sciame e dalla possibilita' di riconoscere il punto di arrivo della particella sul rivelatore.

In figura 9.6 e' riportato lo schema del calorimetro Cristall Ball il primo ad essere utilizzato in un collider.

## Crystal Ball @ SPEARStanford



- energy resolution:  
3.5% @ 300 MeV  
2.6% @ 1 GeV
- solid angle: 93% over  $4\pi$

- 672 + 60 NaI crystals
- PM read out
- $E_\gamma$  range 0.1 → 1 GeV

The first crystal calorimeter pioneering most of the features of modern barrel calorimeters

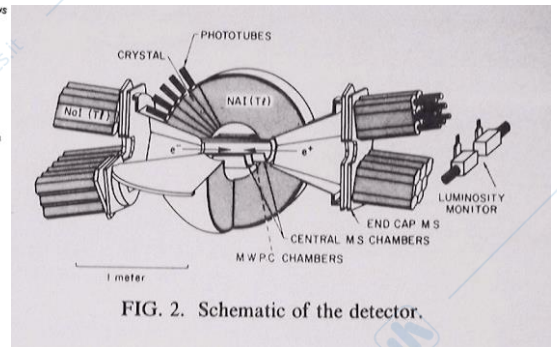


FIG. 2. Schematic of the detector.

Fig 9.7 Schema del Calorimetro elettromagnetico Cristall Ball

In tabella 9.1 sono riportati i dati per gli scintillatori piu' usati in calorimetria

TABELLA 9.1

Proprieta' di alcuni scintillatori usati in calorimetria elettromagnetica

	NaI(Tl)	mCsI(Tl)	CsI	BaF <sub>2</sub>	BGO	PbWO <sub>4</sub>
Densita (gcm <sup>-3</sup> )	3.7	4.5	4.5	4.9	7.1	8.3
X <sub>0</sub> (cm)	2.6	1.9	1.9	2.1	1.1	0.9
R <sub>M</sub> (cm)	4.8	3.5	3.5	3.4	2.3	2.2
$\tau$ (ns)	230	1000	35	600/1000	300	10
Luce	1	.45	.5	.2/.01	.13	.01

Un calorimetro elettromagnetico molto complesso e' quello di CMS al LHC costituito con cristalli di  $\text{PbWO}_4$  a forma piramidale di spessore 24cm e dimensioni trasversali iniziali di 22x22 mm.

Il calorimetro copre gran parte dell'angolo solido e le sue caratteristiche sono mostrate nelle figure 9.8 e 9.9.

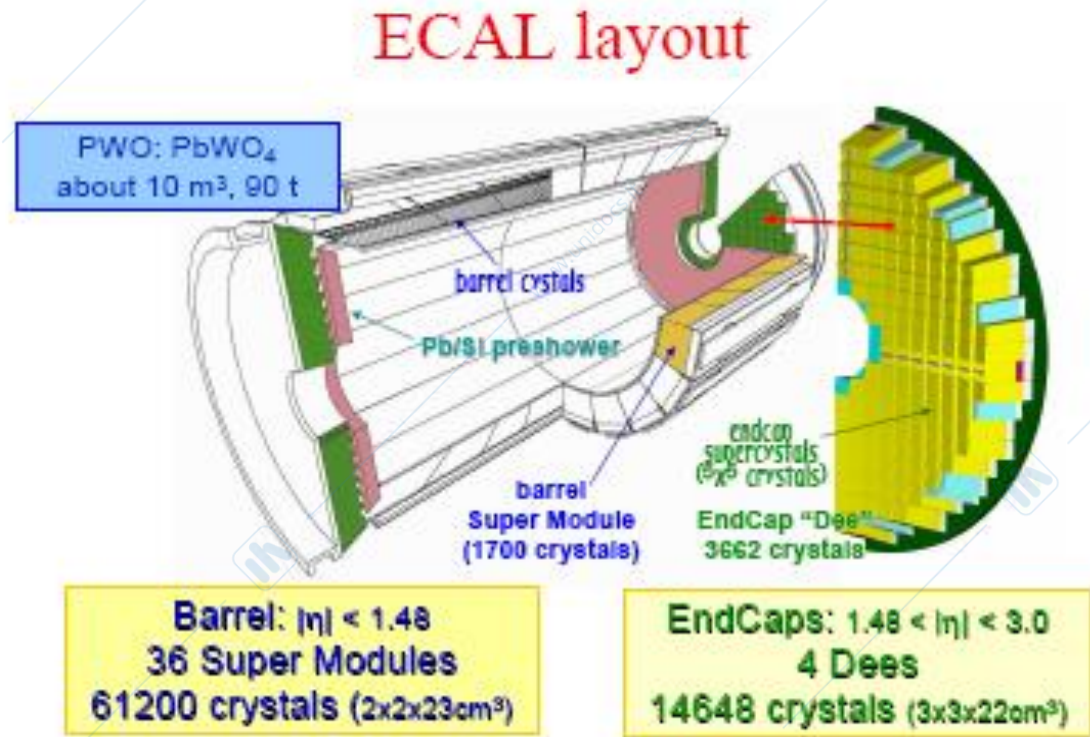
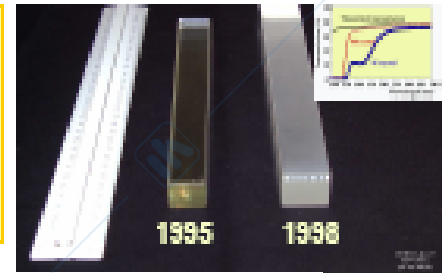


Fig 9.8 Schema del calorimetro elettromagnetico di CMS

## Richieste CMS per ECAL - cristalli PWO

Target CMS ECAL resolution : 0.5% at high energy  
(+ suitable  $2\gamma$  angle resolution)

⇒ 120 GeV Higgs boson discovered at  $5\sigma$   
with  $\leq 10 \text{ fb}^{-1}$  or 100 days @ low luminosity  
( $10^{33} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ )

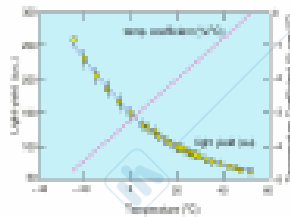


To comply with LHC and CMS conditions ECAL must be:

- fast
- compact
- highly segmented
- radiation resistant

Parameter		Value
Radiation length	cm	0.89
Moliere radius	cm	2.2
Hardness	Moh	4
Refractive index		2.3
Peak emission	nm	420
% of light in 25 ns		80%
Light yield (23 cm)	$\gamma/\text{MeV}$	100

T dependent:  $-2\%/^{\circ}\text{C}$



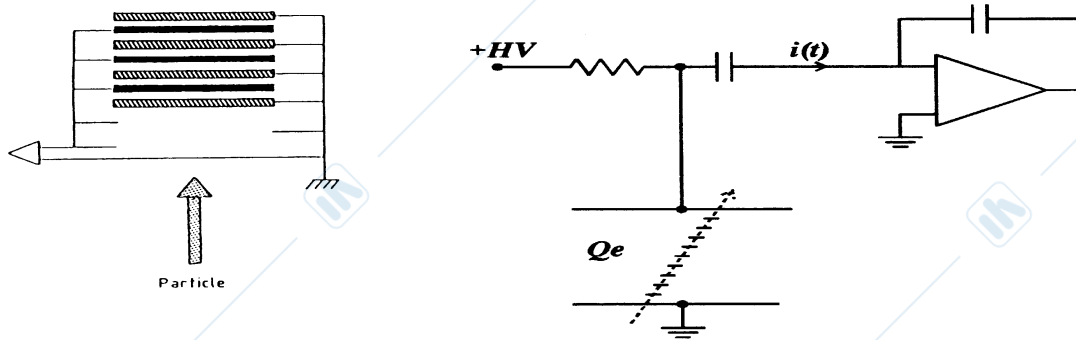
Very low light output

Very effective in high energy  $\gamma$  containment

Fig 9.9 Richieste e caratteristiche dei cristalli del Calorimetro elettromagnetico di CMS

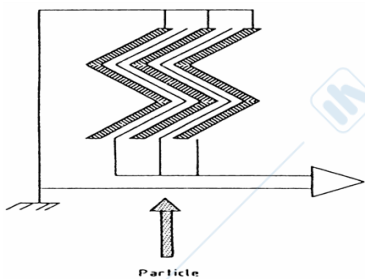
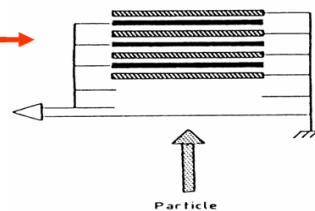
### 9.5 Calorimetri elettromagnetici a campionamento

Non sempre e' possibile arrestare lo sciame in un mezzo attivo : in questi casi si ricorre ai calorimetri a campionamento tipo quello schematizzato in figura 9.5. In genere per ragioni di dimensioni questo viene fatto per i calorimetri adronici: esistono tuttavia calorimetri elettromagnetici a campionamento: un esempio e' il calorimetro ad Argon liquido dell'esperimento ATLAS mostrato in figura 9.10



**Traditional design:**

Electrodes perpendicular to particles.  
Long leads to gang together successive layers introduce **dead space**.



**Accordion geometry** : Electrodes parallel to the particles  
Signal read out at calo front/backfaces → no additional connections no dead space.  
Lateral and longitudinal segmentation obtained by etching electrodes .

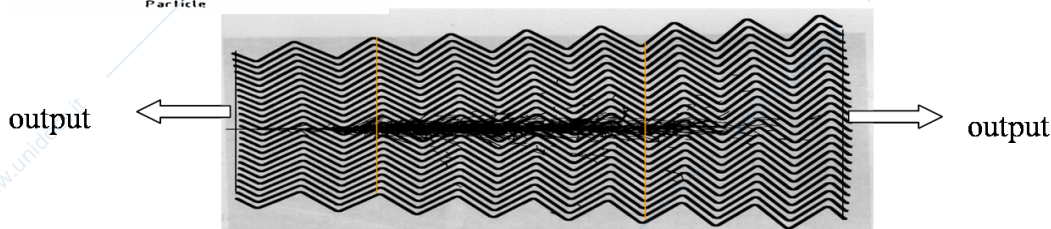


Fig 9.10 Schema del calorimetro elettromagnetico ad Argon Liquido di ATLAS .

In questo calorimetro il segnale e' generato nella camera a ionizzazione di Ar liquido dagli e<sup>-</sup> ed e<sup>+</sup> liberati dallo sciame nel assorbitore denso di Pb. La forma a fisarmonica degli elettrodi consente di avere gli stessi qausi paralleli alle

particelle riducendo gli spazi morti. Il calorimetro ha una risoluzione migliore dell'1% per elettroni di energia maggiore di 100GeV

In generale alle alte energie i calorimetri per rivelare le particelle in tutto l'angolo solido sono costituiti da più moduli. La risoluzione di sistemi così complessi può in genere essere parametrizzata dalla:

$$\left(\frac{\sigma(E)}{E}\right) = \frac{a}{\sqrt{E}} \oplus \frac{b}{E} \oplus c$$

9.10

Dove il segno  $\oplus$  significa somma in quadratura

I tre termini che compaiono nella 9.10 hanno il seguente significato.

Termine stocastico

Tiene conto di tutte le fluttuazioni (in genere Poissoniane) nella generazione dello sciame.

È più piccolo nei calorimetri omogenei poiché nei calorimetri a campionamento alle fluttuazioni sul numero di particelle prodotte nello sciame si aggiungono quelle sul numero di particelle che attraversano la zona attiva.

La dipendenza del termine da  $1/\sqrt{E}$  è giustificata dalla 9.8

Per calorimetri a scintillazione questo termine si riduce di fatto a:

$$\frac{\sigma}{E} = \frac{1}{\sqrt{N_{fe}}} = \frac{1}{\sqrt{E(\text{GeV}) N_{fe} / \text{GeV}}} \quad 9.11$$

con  $N_{fe}$  = numero di fotoelettroni prodotti per GeV di energia disperso nello scintillatore. In genere si aggiungono

alcuni altri piccoli contributi dovuti al contenimento laterale ed a materiali in fronte al calorimetro.

Nel caso del calorimetro di CMS  $a = 0.04 \text{ GeV}^{1/2}$

Come detto questo termine cresce per calorimetri a campionamento. Nel calorimetro di ATLAS il valore diventa  $0.1 \text{ GeV}^{1/2}$

Termine di rumore

Principalmente dovuto al noise elettronico

Vale 0.133 in CMS Trascurabile in ATLAS

c) Termine costante

Nei grandi calorimetri fatti da piu' moduli e' dominato dalla stabilita' della calibrazione dei singoli rivelatori; contributi vengono dalla non uniformita' del segnale e dalla perdita di energia in materiali vari

Vale 0.0035 in CMS e 0.0045 per ATLAS

Alle alte energie  $E \geq 150$  e' il termine costante che pone un

limite alla risoluzione percentuale raggiungibile.

### 9.6 Calorimetri adronici a campionamento

Anche nel caso degli adroni e' possibile realizzare calorimetri in cui lo sciame adronico provoca particelle rivelabili nel materiale attivo. Ricordando le caratteristiche dello sciame adronico si devono rilevare alcune importanti caratteristiche che influenzano la risoluzione di un calorimetro adronico.

- La dimensione dello sciame adronico dipende dalla lunghezza di interazione  $\lambda$ . I calorimetri devono percio' essere lunghi  $\sim 10 \lambda$  e sono quindi molto piu' estesi dei calorimetri elettromagnetici. Per questa ragione sono in genere a campionamento.
- Lo sciame adronico ha una componente elettromagnetica determinata essenzialmente dalla produzione di  $\pi^0$ . Alle alte energie questa componente tende a uno
- alcune particelle prodotte in uno sciame adronico possono sfuggire dal rivelatore (muoni, neutrini, neutroni)

e di conseguenza la loro energia va persa. Questo fenomeno è certamente presente in tutti i calorimetri, ma in genere non influenza in maniera importante la loro risoluzione

- d) - effetti prodotti dalla perdita di energia di legame dei nuclei. Quando una particella dello sciame interagisce con un nucleo liberando nucleoni l'energia di legame  $B$  degli stessi che deve essere fornita dalla particella interagente. Queste perdite possono essere grandi. Vengono persi 300/400 MeV per GeV depositato in energia non elettromagnetica. Poiché le reazioni nucleari non rivestono un ruolo significativo nella componente elettromagnetica dello sciame, la risposta del calorimetro è più grande per questa componente che per quella adronica.  $e/h > 1$  dove  $e$  rappresenta l'energia elettromagnetica ed  $h$  l'energia adronica.

La somma delle energie descritte ai punti c e d viene detta *energia invisibile*.

Nella tabella 9.1 sono rappresentate le proprietà che determinano lo sviluppo di uno sciame adronico.

## Tabella 9.1 Proprietà di uno sciame adronico

Table 3.1: Properties of the phenomena which determine the development of hadronic showers.

Reaction	Properties	Influence on energy resolution	Charac. time (s)	Charac. length ( $g/cm^2$ )
Hadron production	Multiplicity $\cong A^{0.1} \ln s$ Inelasticity $\cong 1/2$	$\pi^0/\pi^+$ ratio Binding energy loss	$10^{-22}$	Abs. length $\lambda \cong 35A^{1/3}$
Nuclear deexcitation	Evaporation energy $\cong 10\%$ Binding energy $\cong 10\%$ Fast neutrons $\cong 40\%$  Fast protons $\cong 40\%$	Binding energy loss Poor or different response to n, charged particles, and $\gamma$ 's	$10^{-18} - 10^{-13}$	Fast neutrons $\lambda_n \cong 100$  Fast protons $\lambda_p \cong 20$
Pion and muon decays	Fractional energy of $\mu$ 's and $\nu$ 's $\cong 5\%$	Loss of $\nu$ 's	$10^{-8} - 10^{-6}$	$\gg \lambda$
Decay of c, b particles produced in multi-TeV cascades	Fractional energy of $\mu$ 's and $\nu$ 's at percent level	Loss of $\nu$ 's Tails in resolution function	$10^{-12} - 10^{-10}$	$\ll \lambda$

L'effetto dell'energia invisibile e delle fluttuazioni sul numero di  $\pi^0$  nello sciame rende la risoluzione dei calorimetri adronici molto peggiore di quella per calorimetri elettromagnetici. In generale la risoluzione percentuale dei calorimetri adronici raggiunge difficilmente il 10% .(vedi fig 9.11)

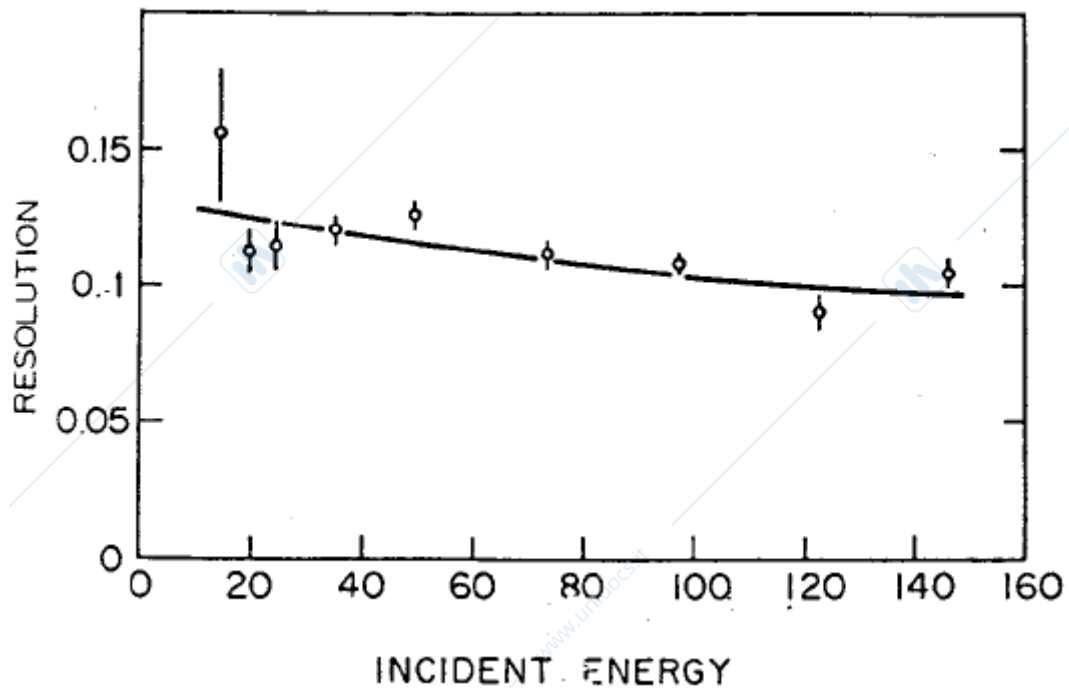


Fig 9.11 Risoluzione di un calorimetro adronico omogeneo da 60 Ton di liquido scintillante

Per evitare che la risposta alla componente elettromagnetica sia diversa da quella alla componente adronica si deve operare sulla struttura del calorimetro. (*compensazione*). Per fare cio' si puo' convertire la componente adronica invisibile in componente visibile e ridurre la risposta del calorimetro alla componente elettromagnetica.

Nella componente invisibile adronica giocano un ruolo importante i neutroni: si puo' ottenere un segnale da questi ultimi per mezzo della fissione nucleare o per mezzo dello scattering neutrone protone.

Nel primo caso occorre scegliere come materiale passivo  $^{238}\text{U}$  in cui si produce fissione. I prodotti di fissione danno segnali visibili. seguendo questo principio e' stato costruito il calorimetro compensato dell'esperimento ZEUS con U e scintillatori plastici in un rapporto di volumi 1 a 1.

Una seconda via (piu' praticata) e quella di convertire l'energia invisibile dei neutroni in energia visibile di protoni attraverso lo scattering n-p. Per fare questo occorre costruire

un calorimetro avente la parte attiva ricca di protoni utilizzando per esempio scintillatori plastici. In figura 9.12 e' mostrato l'andamento di  $e/h$  nel caso di un calorimetro composto da Pb e scintillatore in funzione del rapporto dei volumi. Si puo' osservare come la compensazione si ottenga per il valore 4 a1.

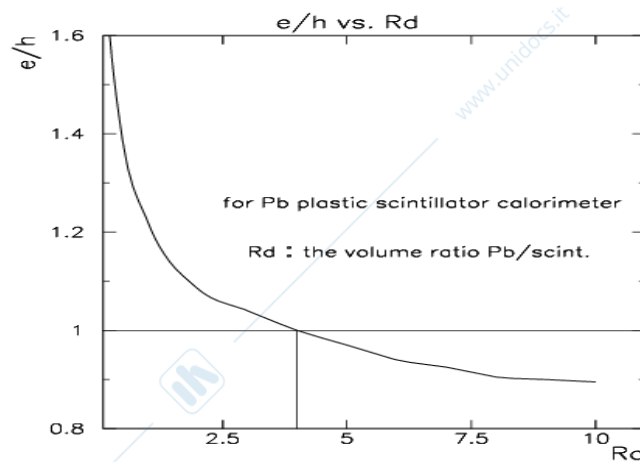


Figure 2.1: The e/h ratio vs. the volume ratio for Pb/plastic scintillator calorimeter.

37

Fig 9.12 Rapporto  $e/h$  in funzione dei volumi di Pb e scintillatore in un calorimetro adronico

Seguendo queste idee sono stati costruiti calorimetri adronici la cui risoluzione e' misurata dalla;

$$\sigma_h / E = \sigma_p \oplus \sigma_s \oplus \sigma_l / E = c / \sqrt{E}$$

9.12

372

con :

$\sigma_P$  incertezza dovuta alle fluttuazione dei fotoelettroni creati

$\sigma_S$  incertezza dovuta al campionamento

$\sigma_I$  fluttuazione dovuta a B (fluttuazione intrinseca) per la non perfetta compensazione.

In tabella 9.2 sono riportati i valori per calorimetri a piastre di U o Pb (ZEUS) e il calorimetro SPACAL dove lo scintillatore è costituito da fibre immerse in Pb.

Tabella 9.2

### Risoluzione di alcuni calorimetri adronici

	ZEUS $^{238}\text{U}$ [6]	ZEUS Pb [7]	SPACAL [8]
$\sigma_P$	$6\%/\sqrt{E}$	$10\%/\sqrt{E}$	$5\%/\sqrt{E}$
$\sigma_S$	$31\%/\sqrt{E}$	$42\%/\sqrt{E}$	$27\%/\sqrt{E}$
$\sigma_I$	$19\%/\sqrt{E}$	$11\%/\sqrt{E}$	$11\%/\sqrt{E}$
$\sigma_{\text{had}}$	$37\%/\sqrt{E}$	$44\%/\sqrt{E}$	$30\%/\sqrt{E}$

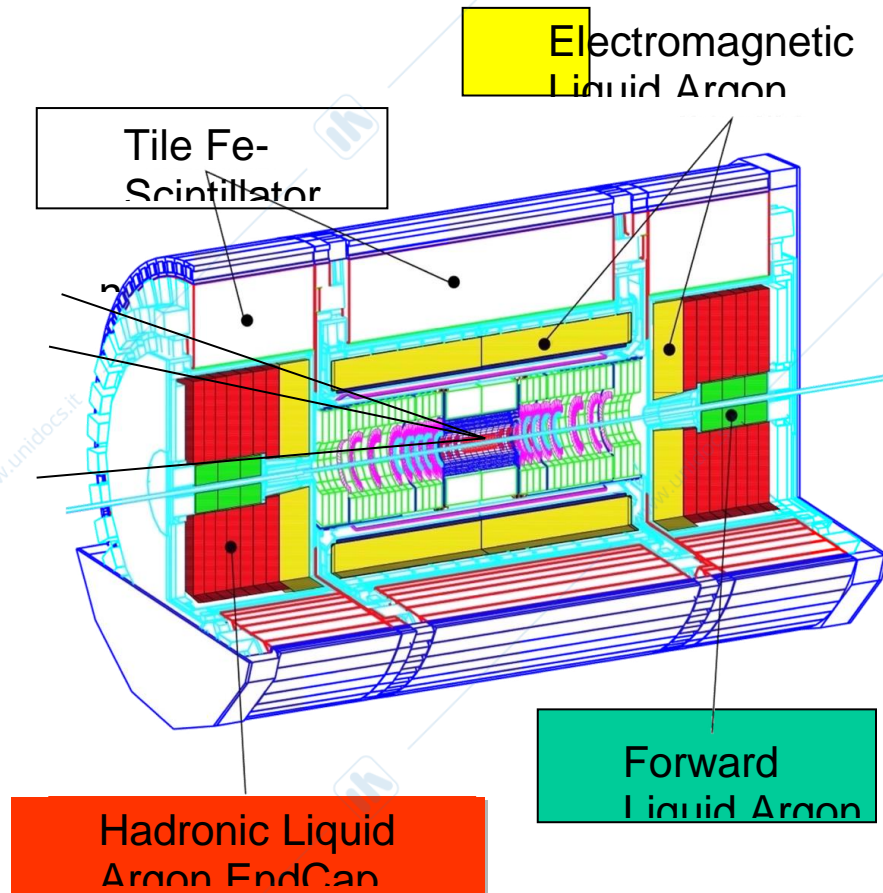
Tenendo conto di queste regole sono stati realizzati complessi calorimetri adronici.

Nel seguito nelle figure da 9.13 a 9.17 sono presentati i calorimetri adronici per l'esperimento ATLAS al LHC del Cern.

Gli apparati sono particolarmente complessi perché oltre ai problemi della calorimetria bisogna fare fronte ai problemi legati alla molteplicità delle particelle generate negli eventi che devono essere riconosciute definendone anche le coordinate spaziali.

Inoltre i calorimetri devono essere in grado di accettare la dose di radiazione che riceveranno in una sperimentazione decennale

## ATLAS Calorimeters



**ECAL**  
 Accordion Pb/LAr  
 $|\eta| < 3.2$  3 long samplings

**HCAL**  
**Barrel:**  
 Fe/Scintillator with WLS fibre readout  
 $|\eta| < 1.5$  3 long samplings

**Endcap:**  
 Plane geometry  
 Cu/LAr  
 $1.5 < |\eta| < 3.2$

**Forward:**  
 Cu-W/LAr  
 $3.1 < |\eta| < 4.9$

Fig 9.13 La calorimetria dell'esperimento ATLAS

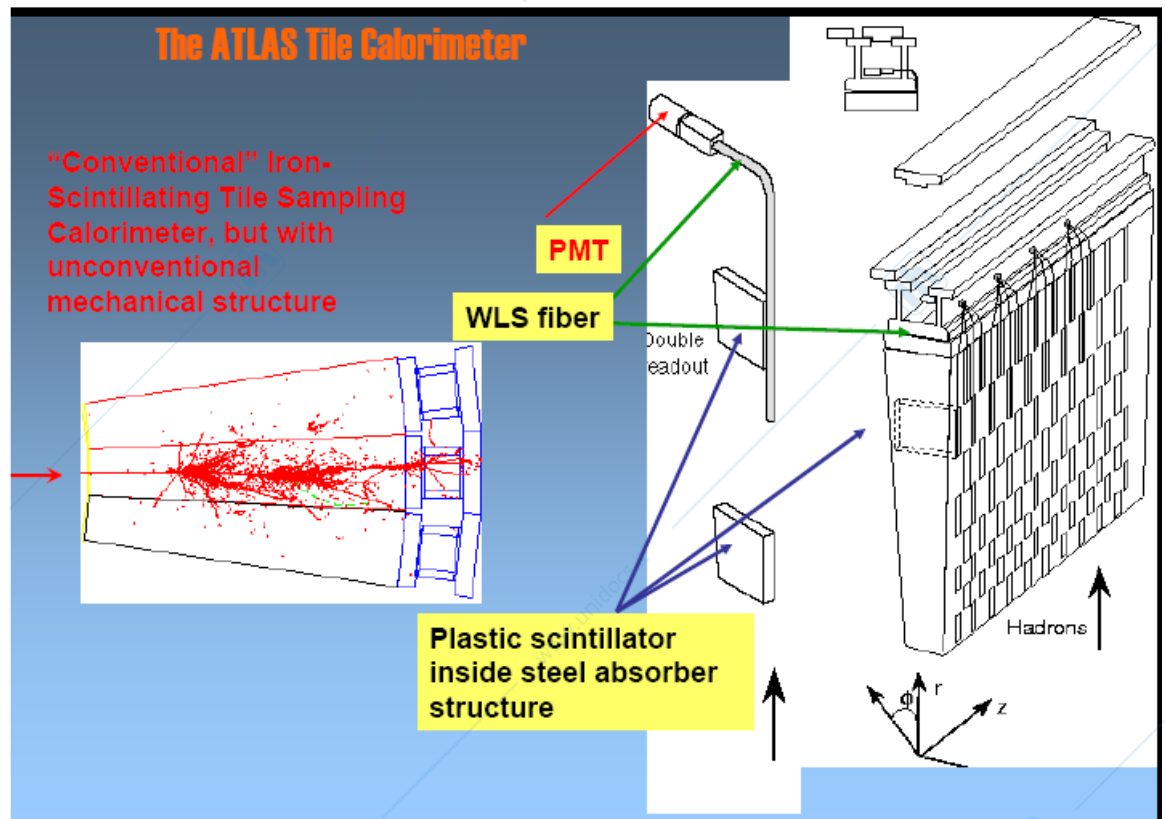


Fig 9.14 Il calorimetro adronico di ATLAS per la parte centrale

Il calorimetro e' composto da assorbitori in Fe e scintillatore. La loro distribuzione consente di ottenere una granuralita'  $\Delta\eta\Delta\phi=0.1\times 0.1$ . Il calorimetro consiste in una struttura cilindrica di raggio interno 2280 mm ed esterno di 4230mm. E' suddiviso in una parte centrale lunga 5640 mm ed in due piu' esterne lunghe 2650mm. Per i moduli di questo calorimetro e' stata misurata una risoluzione di

$$\frac{\sigma}{E} = \left( \frac{(55.0 \pm 6)\%}{\sqrt{E_{\text{beam}}}} + (4.3 \pm 0.4) \right) \oplus \frac{(3.1 \pm 0.2)}{E_{\text{beam}}}$$

### ATLAS Hadronic Endcap Calorimeter (HEC)

LAr-Cu sampling calorimeter covering  $1.5 < \eta < 3.2$

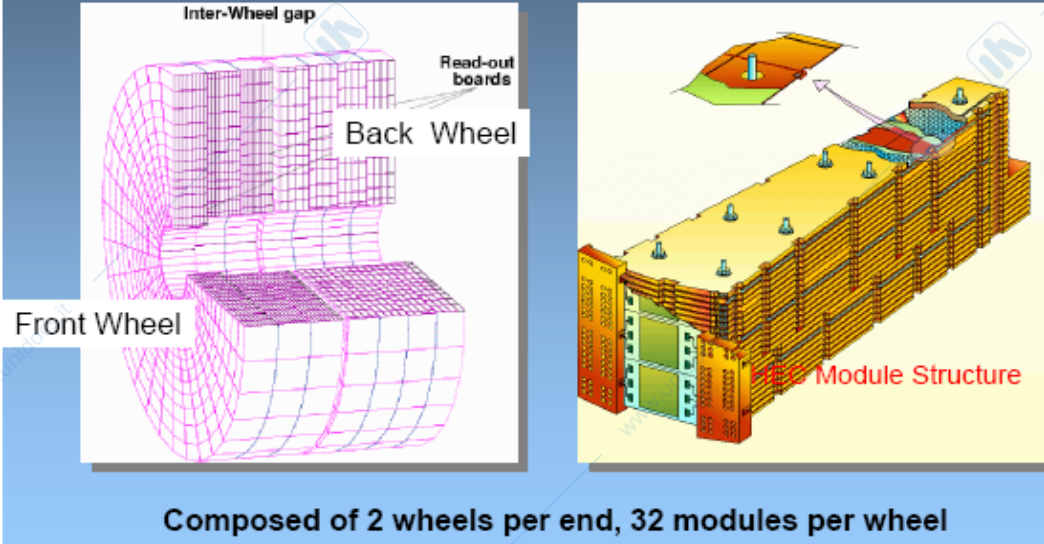


Fig 9.15 Calorimetro Endcap di Atlas . E' costruito in moduli di Cu ed Argon liquido per resistere alle radiazioni

### Forward Calorimeter Design Concept

Tubular electrode structure allows for very narrow LAr gaps:

- FCal1: 250  $\mu\text{m}$  ~ 12K electrodes
- FCal2: 375  $\mu\text{m}$  ~ 10K electrodes
- FCal3: 500  $\mu\text{m}$  ~ 8K electrodes

$$\sigma/E = a \oplus \frac{b}{\sqrt{E}} \oplus \frac{c}{E}$$

Absorber matrix containing the electrodes as well as by the electrode rods

- FCal1 matrix: 18 copper plates
- FCal2 matrix: tungsten slugs
- FCal3 matrix: tungsten slugs

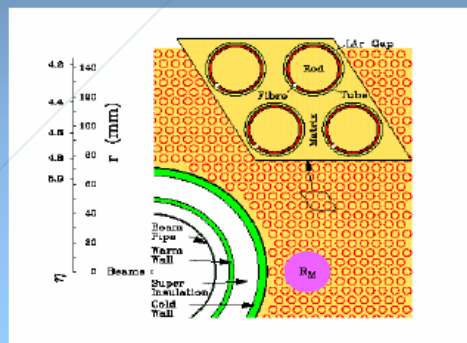
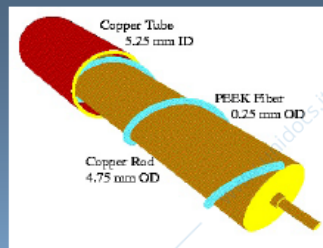


Fig 9.16 Calorimetro in avanti di ATLAS ha una struttura fatta di Cu e lettura di rivelatori ad Ar liquido.

## FCAL Testbeam Results: Electron Energy Resolution

$$a=(3.76\pm 0.06)\%, \quad b=(24.5\pm 0.84)\sqrt{\text{GeV}}\%, \quad c=(145.5\pm 1.6)\text{ GeV}\%$$

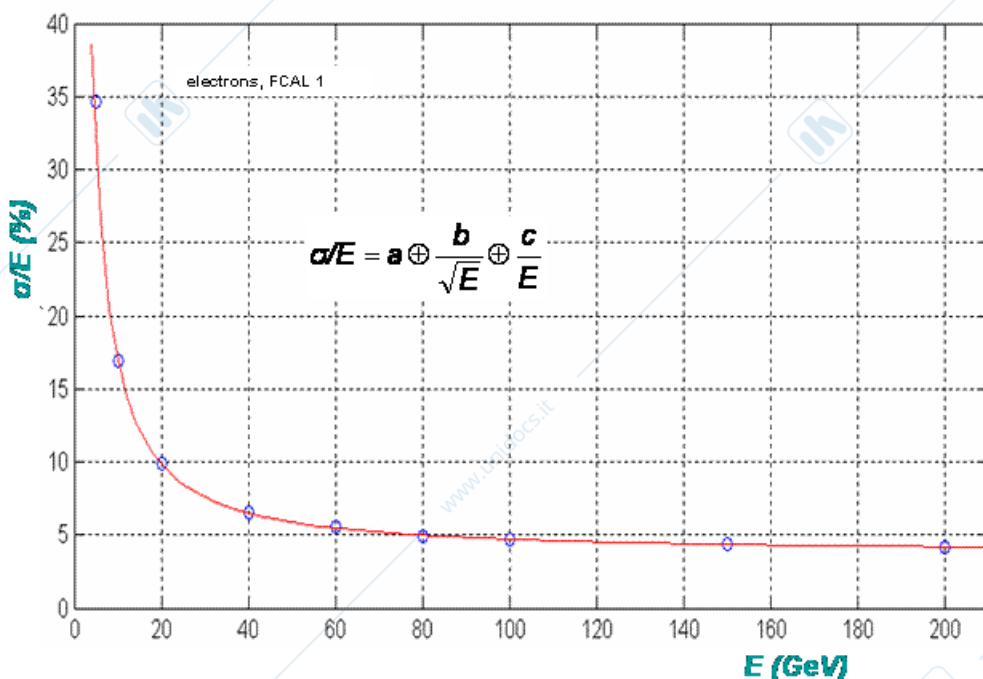


Fig 9.17 Misure di risoluzione del calorimetro in avanti di ATLAS

Infine sono stati costruiti calorimetri adronici con fibre di quarzo per casi in cui si doveva ottenere una grande resistenza alle radiazioni.

Un esempio è il calorimetro per neutroni in avanti dell'esperimento ALICE mostrato in figura 9.18

Il calorimetro consiste in 44 piastre di W spesse 1.8mm per un totale di  $7.2 \times 7.2 \times 100 \text{ cm}^3$ , il materiale attivo è fatto di 1936 fibre di quarzo immerse nell'assorbitore con un passo di 1.6mm. Le fibre sono parallele alla direzione dei neutroni incidenti. Il rapporto dei volumi tra parte attiva e assorbitore è di 1/22. il calorimetro non è compensato; sarà in grado di resistere alla radiazione che produce una dose di 10Gy/giorno per fasci di  $10^{27} \text{ Pb/s}$ .

La sua risoluzione è mostrata in fig 9.13 per pioni e positroni.



Fig 9.18 Il calorimetro in avanti di ALICE per neutroni veloci.

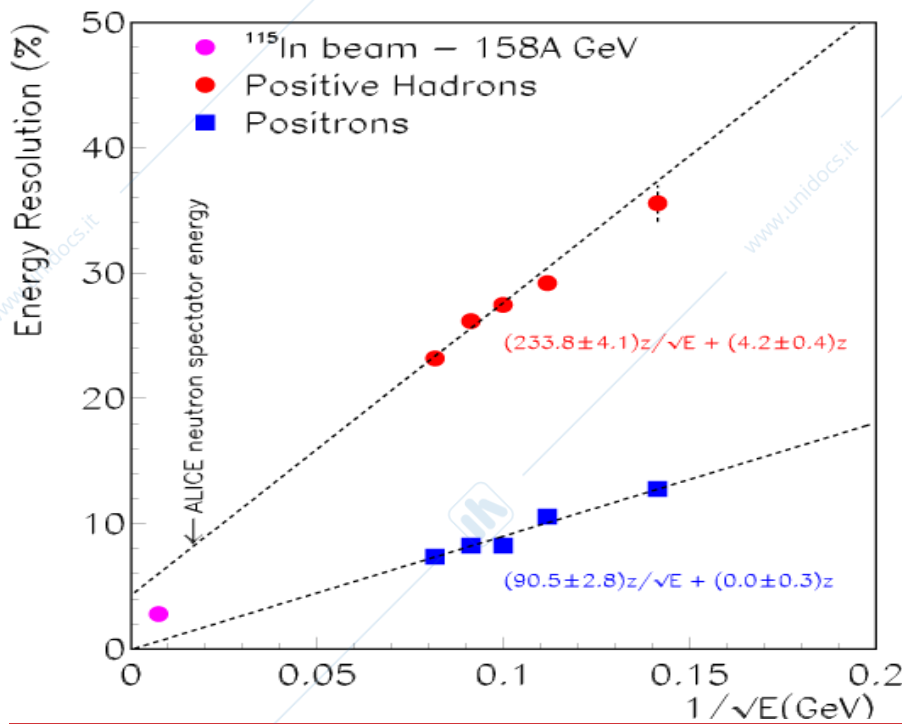


Fig 9.13 Risoluzione del calorimetro per neutroni di ALICE in funzione dell'energia

## INDICE

<b>1</b>	<b>Interazioni della particelle con la materia</b>	
	<b>Interazione delle particelle cariche pesanti con la materia</b>	1-11
1.2	Distribuzione della perdita di energia specifica	11-16
1.3	Raggi $\delta$ e produzione di coppie ione elettrone	16-20
1.4	Range e curva di Bragg	20-24
1.5	La diffusione multipla	24-29
1.6	Perdita di energia di elettroni e positroni	29-35
1.7	La radiazione Cerenkov	35-41
1.8	La radiazione di transizione	41-50
1.9	La radiazione di Sincrotrone	50-53
1.10	L'interazione di fotoni con la materia	53-69
1.11	Sciame elettromagnetici	69-79
1.12	Interazione dei nucleoni e nuclei di bassa e media energia	
	a) Neutroni con $E_n \leq 1000$ eV	80-83
	b) La fissione	83-90
	c) Neutroni, protoni, $\alpha$ $1 \text{ KeV} \leq E \leq 150 \text{ MeV}$	90-91
	d) La reazione di fusione	92-97
	e) Sciame adronici	98-107
	L'Interazione delle particelle con la materia vivente. Cenni di dosimetria	107-127
<b>2</b>	<b>Caratteristiche dei rivelatori di particelle</b>	128-131
<b>3</b>	<b>Rivelatori a gas</b>	
3.1	Proprietà generali	131-134
3.2	Moto delle cariche nei gas	135-151
3.3	Ricombinazione ed attaccamento	151-154
3.4	Moltiplicazione	154-162
3.5	Scarica	163-165
	379	

3.6	Miscele gassose	165-168
3.7.1	Camera a ionizzazione	
	Formazione del segnale	169-171
3.7.2	Contatori cilindrici	
	a) Guadagno	171-175
	b) Formazione del segnale	175-178
	c) Risoluzione in energia	179-183
	d) Efficienza	184-186
	e) Risoluzione temporale	186-188
4	Applicazione dei rivelatori a gas	
4.1	Camere a ionizzazione	189-190
4.2	Contatori proporzionali per particelle $\alpha$ , $\beta$ , X e $\gamma$ di bassa energia	191-195
4.3	Contatori proporzionali per neutroni	195-196
4.4	Camere proporzionali a filo MWPC	197-208
4.5	Camere a deriva	208-211
4.6	TPC (Time Projection Chamber)	212-216
4.7	Rivelatori a simmetria non cilindrica (GEM)	216-220
4.8	Rivelatori a streamer e RPC	220-226
5	Rivelatori semiconduttori	
5.1	Proprieta' delle giunzioni np	227-241
5.2	Rivelatori a giunzione	241-247
5.3	Applicazioni dei rivelatori a semiconduttori	
	Rivelatori di posizione di Si	247-256
	Rivelatori di Ge per raggi $\gamma$	257-265
<b>6</b>	<b>Scintillatori</b>	
6.1	Generalita'	266-267
6.2	Scintillatori inorganici	268-274
6.3	Scintillatori organici	275-282
6.4	Altri materiali scintillanti	283-283
6.5	Raccolta di luce	283-287

6.6 Fotorivelatori e contatori a scintillazione	
a) Fotomoltiplicatore	287-303
b) Segnali da contatori a scintillazione	303-308
c) Applicazioni degli scintillatori organici	308-316
d) Applicazioni degli scintillatori inorganici	316-321
e) Fotorivelatori vari	321-326
f) Rivelatori ibridi	326-329
7 Contatori Cherenkov	
7.1 Caratteristiche	330-330
7.2 Contatori a soglia	331-333
7.3 Contatori differenziali	333-336
7.4 Contatori RICH	336-346
8 Rivelatori di transizione	
Rivelatori di transizione	347-352
9 Misura di energia	
9.1 Caratteristiche generali	352-353
9.2 Spettroscopia con magneti	353-357
9.3 Calorimetri	357-359
9.4 Calorimetri elettromagnetici omogenei	359-364
9.5 Calorimetri elettromagnetici a campionamento	364-367
9.6 Calorimetri adronici a campionamento	367-377
Indice	378-380