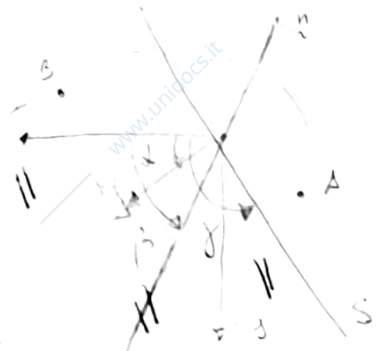
[LA FLESSIONE DEVIATA]: Porta momento di flessione



- Vettore del MOMENTO non è lungo nessun asse principale
- Problema risolvibile attraverso SOLUZIONE SOVRAPP. DEGLI STATI SEMPLICI
- Scomponiamo M lungo assi x, y:

$$\underset{\sim}{M} = (M_x, M_y) = (M\cos\alpha, M\,\mathrm{sen}\,\alpha)$$

- Somma delle tensioni flessione retta:

$$\left\{\sigma_{33} = \frac{M_x}{J_x}Y - \frac{M_y}{J_y}X\right\}$$ ESPRESSIONE BINOMIA

1

ASSE NEUTRO

Luogo geom. in cui $\sigma_{33} = 0$:

$$\sigma_{33} = 0 \leftrightarrow \frac{M_x}{J_x}y - \frac{M_y}{J_y}x = 0 \Rightarrow \left\{y = \frac{J_x}{J_y}\frac{M_y}{M_x}x\right\}$$ COORDINATA ASSE NEUTRO

[n] sarà l'equazione di una retta passante per l'origine, con $\hat{\beta}$ angolo che [n] forma con asse [x], [$\mathrm{tg}\,\beta$] sarà coeff. angolare retta:

$$\mathrm{tg}\,\beta = \frac{J_x}{J_y}\frac{M_y}{M_x} = \frac{A\rho_x^2}{A\rho_y^2}\frac{M(\mathrm{sen}\,\alpha)}{M(\cos\alpha)} \Rightarrow \left\{\mathrm{tg}\,\beta = \frac{\rho_x^2}{\rho_y^2}\,\mathrm{tg}\,\alpha\right\}$$

CASO FLESSIONE RETTA

L'asse [n] si ricava tramite FORM. BINOMIA

ASSE SOLLECITAZIONE:

- Asse di sollecitazione [s] è individuato tramite angolo [γ]
- Tale retta [s] è perpendicolare al piano di sollecitazione (a M):

$$\left\{\gamma = \alpha + \frac{\pi}{2}\right\} \rightarrow \left\{\mathrm{tg}\,\alpha\,\mathrm{tg}\,\gamma = -1\right\}$$ COMPLEMENTARI

[1° TEOREMA DELLA FLESSIONE]

- Dalle relazione: $\mathrm{tg}\,\beta = \frac{\rho_x^2}{\rho_y^2}\left(-\frac{1}{\mathrm{tg}\,\gamma}\right) \Rightarrow \left\{\mathrm{tg}\,\gamma\,\mathrm{tg}\,\beta = -\frac{\rho_x^2}{\rho_y^2}\right\}$ 1° TEOREMA DELLA FLESSIONE
- Nell'ambito della GEOMETRIA DELLE MASSE, indica che L'ASSE NEUTRO ($\hat{\beta}$) e L'ASSE DI SOLLECITAZIONE ($\hat{\gamma}$) sono CONIUGATI rispetto a L'ELLISSE CENTRALE DI INERZIA

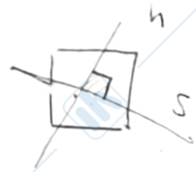
ELLISSE CENTRALE DI INERZIA

- Per gli assi principali di inerzia x e y, con raggi ρ_x e ρ_y, è quell'ellisse con equazione $\left\{\frac{x^2}{\rho_y^2} + \frac{y^2}{\rho_x^2} = 1\right\}$ EQ. ELLISSE CENTRALE INERZIA

- "CONIUGATI": Metodo grafico per trovare asse s ricavato asse neutro ($s \perp n$), poi disegno ellisse di inerzia (centrale), con i punti tangenti che hanno direzione parallela all'asse n, e congiungendo tali punti ricavo asse s
- Se $\rho_x = \rho_y$ → FLESSIONE RETTA ($s \perp n$), con CIRCONFERENZA
- Se $\rho_x \neq \rho_y$ → FLEX DEVIATA (s e n non sono $\perp$), con ELLISSE

nel caso in cui $\{tg\,\beta\ tg\,\gamma = -1\} \Rightarrow [S\,I\,N]$ (FLESSIONE RETTA), quindi l'ellisse di inerzia diventa una CIRCONFERENZA

In alcune figure semplici, questo caso è molto ricorrente, dove tutti gli assi diventano ASSI PRINCIPALI DI INERZIA: ad esempio nel QUADRATO, CERCHIO (Poligoni regolari), ma anche in figure che presentano una DOPPIA SIMMETRIA



⊗ OSSERVAZIONE SULLA RAPPRESENTAZIONE $[\sigma_{33}]$

Tracciato l'asse neutro, poiché σ_{33} è una FUNZ. LINEARE, $[\sigma_{33} = 0]$ su l'asse neutro, (MA) si manifesta come rette parallele ad $\underset{\sim}{n}$

Per cui la σ_{33} si può rappresentare mantenendosi parallelamente all'asse neutro, in particolare nei punti più esterni rispetto all'asse ($\sigma_{33\,min}$, $\sigma_{33\,max}$).

Per annullarli, muovo la retta parallela a n e radente la figura.
Per capire qual è la parte TESA e la parte COMPRESSA, basta studiare l'espressione lineare di σ_{33}

ANALISI DELLA DIREZIONE DI SPOSTAMENTO]

Studiamo ora accanto alla LINEA ELASTICA (DERIVATA LINEA D'ASSE): risulta che M_x e M_y possono tradursi in SPOSTAMENTI:

$$\begin{cases} M_x \to \underset{\sim}{u}_2 \\ M_y \to \underset{\sim}{u}_1 \end{cases} \Rightarrow \underset{\sim}{u} = (\underset{\sim}{u}_1, \underset{\sim}{u}_2, 0) \quad \underset{\sim}{u}_2 = -\frac{M_x}{2EJ_x} z^2 \qquad \underset{\sim}{u}_1 = \frac{M_y}{2EJ_y} z^2$$

quindi lo spostamento COMPRESSIVO ..., una somma di due

Studiando il rapporto tra gli spostamenti $\frac{u_2}{u_1}$:

$$\frac{u_2}{u_1} = \frac{-M_x z^2}{2EJ_x} \cdot \frac{2EJ_y}{M_y z^2} \Rightarrow \left\{ \frac{u_2}{u_1} = -\frac{M_x}{M_y} \frac{J_y}{J_x} \right\} = \underline{\text{COSTANTE}}!$$

, poiché si mantiene costante.

Ciò indica che, dato $\underset{\sim}{u}_1$ e $\underset{\sim}{u}_2$, il rapporto è INDIPENDENTE DA z, ma in funzione della SEZIONE!

Per tutte le sezioni, il BARICENTRO "SI SPOSTA" lungo la STESSA DIREZIONE: la LINEA ELASTICA dunque, diventa una linea piana.

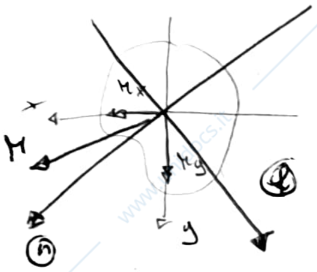
Detto δ l'angolo che lo spostamento $\underset{\sim}{u}$ forma con l'asse x, risultano
$\left\{ tg\,\delta = \frac{u_2}{u_1} \right\}$

[2° PROBLEMA DELLA FLESSIONE]

- le rapporto tra gli spostamenti $\left\{ \frac{u_2}{u_1} = - \frac{M_x}{M_y} \frac{J_y}{J_x} \right\}$ (1), è ricavabile attraverso l'equazione:

$$tg\,\beta = \frac{J_x M_y}{M_x J_y} \rightarrow \left\{ - \frac{M_x}{M_y} \frac{J_y}{J_x} = - \frac{1}{tg\,\beta} = \frac{u_2}{u_1} \right\} \quad (2)$$

- Noto $[tg\,\delta]$, che indica il piano contenuto nel PIANO DI FLESSIONE (f)
  - Asse di flessione si mantiene tra asse flessione e asse neutro però $[f \neq s]$, non coincidono
- Piano di flessione è quello che contiene la linea elastica



$$\left\{ \sigma_{33} = \frac{M_n}{J_n} \tilde{y} \right\}$$ dove $\sigma_{33} \propto \tilde{y}$ → formula di Navier generalizzata