

FORMULARIO

MECCANICA

CINEMATICA

MOTO RETTILINEO UNIFORME → traiettoria rettilinea a velocità costante.

$$\bullet \bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s_f - s_i}{t_f - t_i} \quad m/s$$

Legge oraria → $s = s_0 + v \cdot t$ (serve per trovare la posizione di un corpo, nel moto rettilineo)

$$\leftarrow v_{\text{istantanea}} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$\bullet \bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \quad m/s^2$$

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

MOTO RETTILINEO UNIFORMEMENTE ACCELERATO → traiettoria rettilinea con accelerazione costante

$$v = v_0 + a \cdot t \rightarrow \text{Legge velocità-tempo del MRUA}$$

$$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a t^2 \rightarrow \text{Legge oraria del MRUA (posizione di un corpo a un istante dato)}$$

$$s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} \rightarrow \text{Legge spazio-velocità}$$

↳ formula ricavata importante per gli esercizi → $v^2 = v_0^2 + 2as$

DINAMICA

N = unità di misura della forza (1)

Principi di Newton:

• Principio di inerzia → $\Sigma F = 0 \Rightarrow$ moto rettilineo uniforme / corpo in quiete.

• Principio di proporzionalità → La forza agente su un corpo è direttamente proporzionale all'accelerazione e ne condivide la direzione. Di contro l'accelerazione a cui è soggetta un corpo è inversamente proporzionale alla massa. (ste all)

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} \rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \rightarrow m = \frac{F}{a} \left. \vphantom{\vec{F}} \right\} \text{non esiste la } \left. \vphantom{\vec{F}} \right\} \text{definite in te}$$

• Principio di azione → Se un corpo A esercita una forza su un corpo B, allora il corpo B esercita una forza di reazione contraria.

$$F_{AB} = -F_{BA} \rightarrow \text{Uguaglianza vettoriale}$$

forza che A applica a B forza che B applica a A

Le due forze di azione e reazione sono uguali in modulo e direzione.

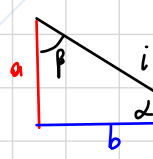
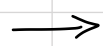
- Forza risultante → $F_{ris} = \Sigma_i F_i$

SENO, COSENO e TANGENTE

Misura di un cateto si può calcolare:

- la misura dell'ipotenusa per il seno dell'angolo opposto al cateto.
- La misura dell'ipotenusa per il coseno dell'angolo adiacente al cateto.

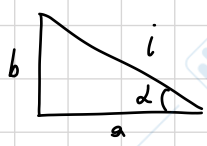
Inoltre la misura del cateto opposto a un angolo è uguale a quella del cateto adiacente per la tangente dell'angolo



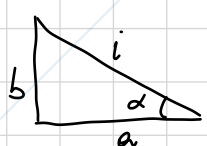
Il seno e il coseno, rappresentano il valore dell'ascissa dell'ordinata

$\text{sen } \alpha = y$
 $\text{cos } \alpha = x$

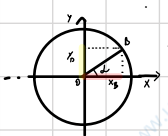
$\text{tg} = \frac{y}{x} = \frac{\text{sin}}{\text{cos}}$



$a = ? \rightarrow a = i \cdot \text{cos } \alpha$

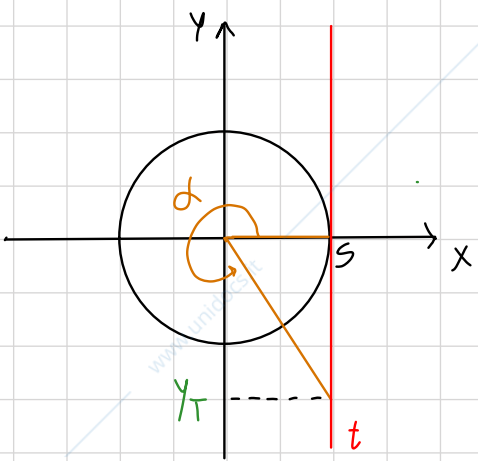
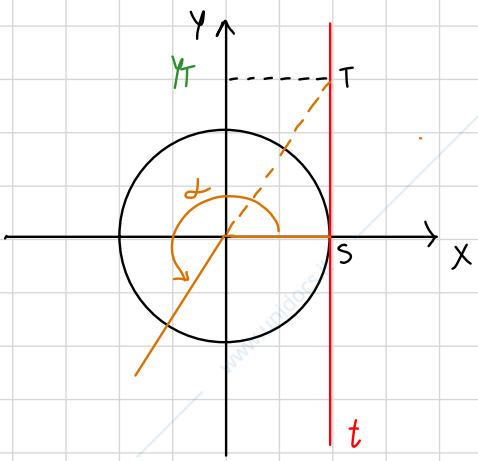
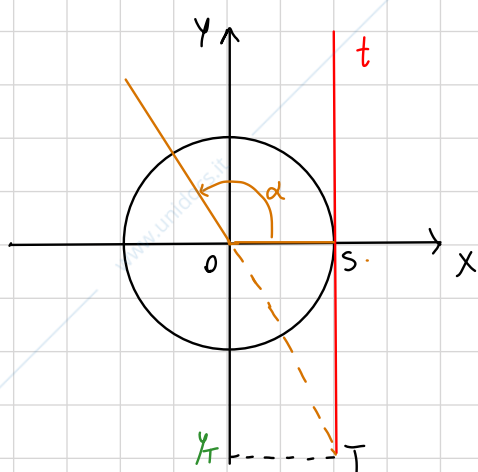
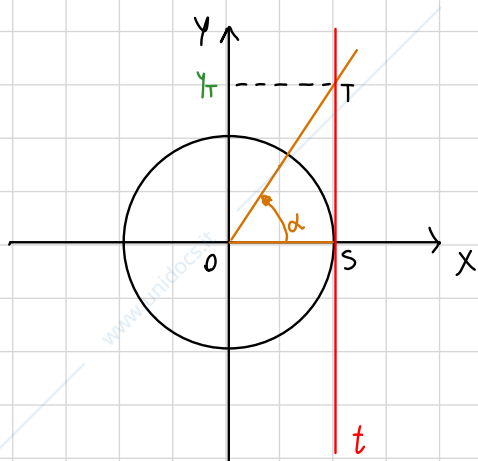


$b = ?$
 $b = i \cdot \text{sin } \alpha$



TANGENTE

Dato un angolo α sulla circonferenza goniometrica consideriamo la retta t tangente alla circonferenza nel punto $S(1,0)$ e sia punto T il punto di intersezione tra tale retta (t) ed il secondo lato dell'angolo (il suo prolungamento)



GRANDEZZE SCALARI e GRANDEZZE VETTORIALI

- Grandezze scalari \rightarrow stabilita un'unita di misura sono completamente caratterizzate dal rapporto tra la grandezza e l'unita di misura. \rightarrow es. massa, volume, energia
- Grandezza vettoriale \rightarrow caratterizzata da 3 componenti: modulo (numero), verso
 es. velocita, accelerazione, Forza
 \downarrow vengono rappresentate con una freccia sopra al simbolo (\vec{F})

SOMMA DI VETTORI

$$A+B=?$$

$$A = 3i + 4j$$

$$B = 2i - 6j$$

$$R = (A_x + B_x)i + (A_y + B_y)j = (3+2)i + (4-6)j = 5i - 2j = R_x i + R_y j$$

$$R_x = 5 \quad R_y = -2$$

$$|R| = \sqrt{4+25} = \sqrt{29} = 5.4$$

Modulo

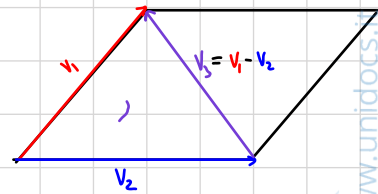
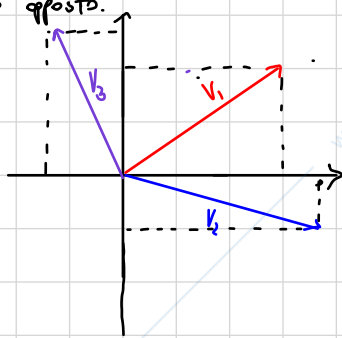
DIFFERENZA DI DUE VETTORI

La differenza tra due vettori, si puo considerare come la somma del primo vettore piu il secondo vettore con verso opposto.

$$V_3 = V_1 - V_2$$

$$V_{3x} = V_{1x} - V_{2x}$$

$$V_{3y} = V_{1y} - V_{2y}$$



PRODOTTO SCALARE DI DUE VETTORI

Il prodotto di due vettori, si ottiene moltiplicando il modulo del primo vettore per il modulo del secondo e per il coseno dell'angolo tra i vettori.

$$V_1 \cdot V_2 = |V_1| \cdot |V_2| \cdot \cos \theta \rightarrow V_1 \cdot V_2 = (V_{1x} \cdot V_{2x} + V_{1y} \cdot V_{2y}) \cdot \cos \theta$$

\downarrow si ottiene una grandezza scalare



PRODOTTO VETTORIALE

il prodotto vettoriale di due vettori V_1 e V_2 da come risultato il vettore V_3 così definito:

- il modulo di V_3 è dato dal prodotto dei moduli di V_1 e V_2 per il seno dell'angolo θ compreso tra V_1 e V_2 \rightarrow
- la direzione di V_3 è quella della perpendicolare al piano formato dai vettori V_1 e V_2

MECCANICA

(Forze)

La meccanica è quella parte della fisica che si occupa dello studio del moto dei corpi e delle cause che lo producono. La meccanica viene convenzionalmente divisa in 3 specifici settori:

- La cinematica, la parte della fisica che tratta i concetti necessari per descrivere il moto senza far riferimento alle cause.
- La dinamica, la parte della fisica che studia gli effetti delle forze sul moto.
- La statica, la parte della fisica che studia le condizioni che permettono agli oggetti di rimanere in equilibrio.

CONCETTI FONDAMENTALI DELLA CINEMATICA:

- Traiettoria → si chiama traiettoria l'insieme dei punti attraverso i quali passa un corpo durante il suo moto.
- Moto rettilineo → un corpo si muove in moto rettilineo quando la sua traiettoria è una porzione di retta.
 ↳ Nello studio del moto rettilineo, il corpo studiato viene trattato come se fosse un punto materiale.

Per descrivere un moto rettilineo, in generale, si utilizza un sistema di riferimento formato da:

- Una retta sulla quale sono fissati un punto, detto origine (0), un verso positivo di percorrenza e un'unità di misura.
- Un orologio per misurare il tempo.

Note le posizioni S_1 e S_2 , di un corpo in moto, la distanza ΔS percorsa tra gli istanti t_1 e t_2 è data da:

- Velocità media → La velocità media è il rapporto tra la distanza percorsa e il tempo impiegato per percorrerla.

$$\text{velocità media} = \frac{\text{distanza percorsa}}{\text{tempo impiegato}} \Rightarrow \bar{v} = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{S_2 - S_1}{t_2 - t_1}$$

L'unità di misura della velocità è m/s.

Per convertire:

- m/s → Km/h bisogna moltiplicare per 3,6
- Km/h → m/s bisogna dividere per 3,6

- Velocità istantanea → La velocità istantanea v è il valore a cui tende il rapporto $\frac{\Delta S}{\Delta t}$ ed è approssimativamente uguale alla velocità media \bar{v} calcolata in un intervallo di tempo Δt che tende a zero.
 quelli istante.

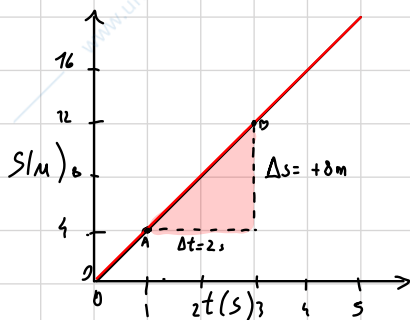
$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta S}{\Delta t}$$

- Moto rettilineo uniforme → Un corpo si muove di moto rettilineo uniforme quando percorre una distanza ΔS in un intervallo di tempo Δt costante.

Se un corpo si muove di moto rettilineo uniforme con velocità v vale la relazione $\Delta S = v \Delta t$, cioè la distanza percorsa ΔS è proporzionale all'intervallo di tempo Δt . La costante di proporzionalità è la velocità v .

Se un corpo si muove di moto rettilineo uniforme con velocità v e si occupa la posizione S_0 , al generico istante t la sua posizione S è data da:

GRAFICO LEGGE ORARIA



il rapporto $\frac{\Delta S}{\Delta t}$ è chiamato pendenza o coefficiente angolare

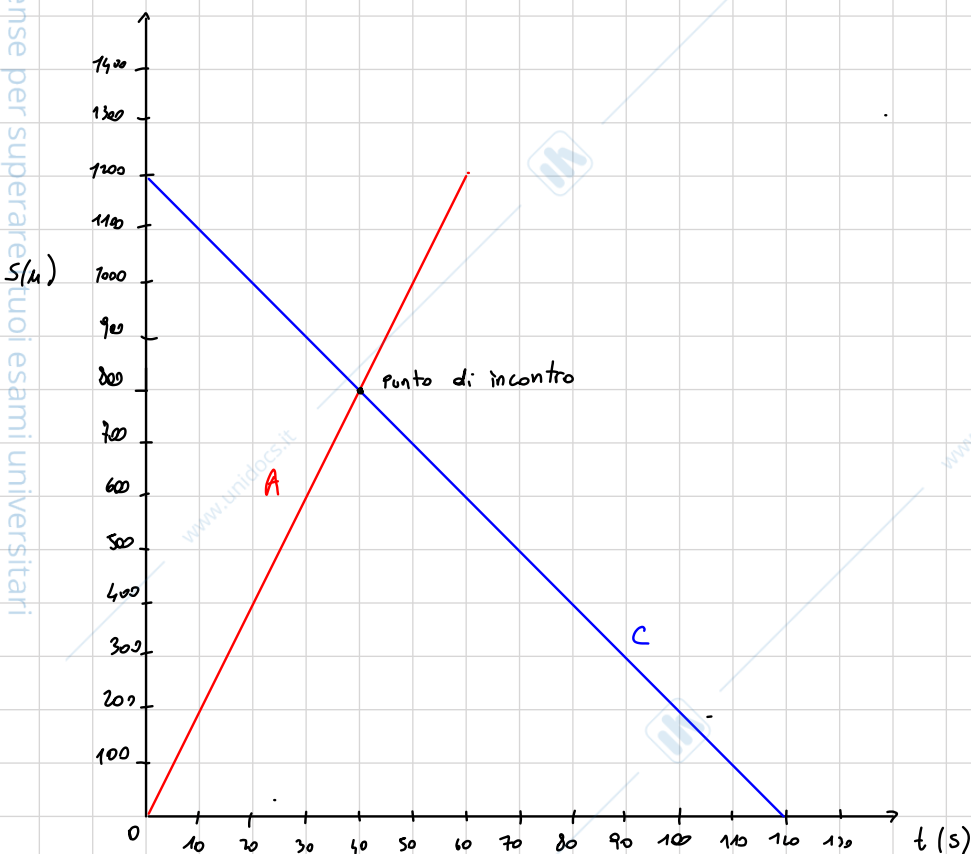
La pendenza della retta, sta ad identificare la velocità media di tempo.

$$\text{pendenza} = \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{+8 \text{ m}}{2 \text{ s}} = +4 \text{ m/s}$$

ESERCIZIO:

Andrea e Carla abitano agli estremi di una via rettilinea, lunga 1200 m. decidono di incontrarsi e partono. Andrea si muove con una velocità costante di 20 m/s e Carla si muove con una velocità costante di 10 m/s. Dopo quanto tempo si incontrano e a quale distanza dalla casa di Andrea?

$$V_A = 20 \text{ m/s} \quad V_C = 10 \text{ m/s} \quad s = 1200 \text{ m} \quad t = ?$$

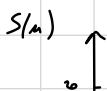


punto di incontro

$$\Delta t_A = \frac{\Delta S}{V_A} = \frac{1200 \text{ m}}{20 \text{ m/s}} = 60 \text{ s}$$

$$\Delta t_C = \frac{\Delta S}{V_C} = \frac{1200 \text{ m}}{10 \text{ m/s}} = 120 \text{ s}$$

ESERCIZIO 2.0 :



- **ACCELERAZIONE MEDIA** → l'accelerazione media è il rapporto tra la variazione di velocità e

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} \rightarrow \text{m/s}^2$$

- **ACCELERAZIONE ISTANTANEA** → l'accelerazione istantanea è il valore a cui tende l'accelerazione media la variazione di velocità diventa così piccolo da essere praticamente

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

ESERCIZI

Superata la linea di traguardo, il pilota di un dragster frena e fa aprire il paracadute posteriore. In $t_1 = 9,0 \text{ s}$ quando la velocità del mezzo è $v_1 = 28 \text{ m/s}$. Nell'istante $t_2 = 12 \text{ s}$ la velocità è scesa a $v_2 = 13 \text{ m/s}$. Qual è stata l'accelerazione media del dragster?

$$t_1 = 9,0 \text{ s}$$

$$v_1 = 28 \text{ m/s}$$

$$t_2 = 12,0 \text{ s}$$

$$v_2 = 13 \text{ m/s}$$

$$\bar{a} = ? \quad \bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{13 \text{ m/s} - 28 \text{ m/s}}{12 \text{ s} - 9,0 \text{ s}} = \frac{-15 \text{ m/s}}{3 \text{ s}} = -5 \text{ m/s}^2$$

Un velocista scatta dai blocchi di partenza e mantiene un'accelerazione di $8,1 \text{ m/s}^2$ per $1,2 \text{ s}$. Poi compie un giro. Calcola la sua velocità dopo $1,2 \text{ s}$ e al termine della gara.

$$a = 8,1 \text{ m/s}^2$$

$$t = 1,2 \text{ s}$$

$$v_f = 0$$

$$V \text{ al } t = 1,2 \text{ s} \rightarrow ?$$

$$V_f \rightarrow ?$$

$$v = \frac{s}{t}$$

$$s = s_0 + v \cdot t$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$v_1 = a \cdot t = 8,1 \text{ m/s}^2 \cdot 1,2 \text{ s} = 9,72 \text{ m/s}$$

2. Dato che si ha alla fine un'accelerazione nulla, allora $v_f = v_i$ perché non c'è variazione di velocità.

• Un motociclista viaggia con un'accelerazione costante di $2,5 \text{ m/s}^2$ diretta nella stessa direzione della velocità. Quanto tempo impiega per passare da una velocità di 21 m/s a una velocità di 31 m/s e da una velocità di 31 m/s a una velocità di 41 m/s ?

$$a = 2,5 \text{ m/s}^2$$

$$v_i = 21 \text{ m/s}$$

$$v_f = 31 \text{ m/s}$$

$$t = ?$$

MOTO RETTILINEO UNIFORMEMENTE ACCELERATO → Un corpo si muove di moto rettilineo uniformemente accelerato con accelerazione costante.

Indicando con v_0 la velocità iniziale e con v la velocità al generico istante t , si ha
 $v = v_0 + a \cdot t$ → legge velocità - tempo

Per calcolare la posizione che un corpo occupa in un istante dato nel moto rettilineo applica la formula:

$$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a t^2 \rightarrow \text{Legge oraria}$$

Nel moto rettilineo uniformemente accelerato è possibile calcolare la distanza di a , v e v_0 utilizzando la seguente formula:

$$s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} \rightarrow \text{Legge spazio-velocità}$$

$$v^2 = v_0^2 + 2as$$

ESERCIZI

Una barca a vela naviga a velocità costante di 2,5 m/s lungo una rotta rettilinea. Azionando i motori lo skipper accelera di $0,04 \text{ m/s}^2$.

Qual è la velocità finale della barca?

$$v_0 = 2,5 \text{ m/s} \quad a = 0,04 \text{ m/s}^2 \quad t = 25 \text{ s}$$

$$v_f = ?$$

$$v_f = v_0 + a \cdot t = 2,5 \text{ m/s} + 0,04 \text{ m/s}^2 \cdot 25 \text{ s} = 2,5 \text{ m/s} + 1 \text{ m/s} = 3,5 \text{ m/s}$$

Un motoscafo si muove con un'accelerazione costante di $2,0 \text{ m/s}^2$.

Sapendo che la sua velocità iniziale è $6,0 \text{ m/s}$, trova la distanza che percorre in 8 s .

$$a = 2,0 \text{ m/s}^2 \quad v_0 = 6,0 \text{ m/s} \quad s = ? \quad t = 8 \text{ s}$$

$$v = ?$$

$$v = v_0 + a \cdot t = 6,0 \text{ m/s} + 2,0 \text{ m/s}^2 \cdot 8 \text{ s} = 6,0 \text{ m/s} + 16 \text{ m/s} = 22 \text{ m/s}$$

$$s = \frac{v^2 - v_0^2}{2a} = \frac{(22 \text{ m/s})^2 - (6 \text{ m/s})^2}{4 \text{ m/s}^2} = \frac{484 \text{ m}^2/\text{s}^2 - 36 \text{ m}^2/\text{s}^2}{4 \text{ m/s}^2} = \frac{448 \text{ m}^2/\text{s}^2}{4 \text{ m/s}^2} = 112 \text{ m}$$

↓
mia esecuzione

$$s_0 = 0 \text{ m}$$

$$s = s_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a t^2$$

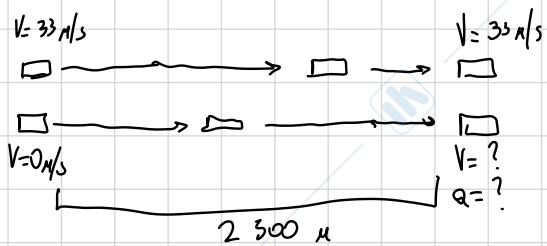
$$= 48 \text{ m} + 64 \text{ m} + \frac{1}{2} \cdot 2,0 \cdot 64$$

↓
dal libro

Un aereo a reazione atterra a una velocità di 60 m/s . Dopo aver percorso 750 m di pista, la sua velocità è zero.

- Un'automobile viaggia su una strada a 33 m/s . Nell'istante in cui passa davanti a una rampa immette sull'autostrada. La seconda automobile parte da ferma. Quale accelerazione costante deve avere dopo $2,5 \text{ km}$?

$$V_1 = 33 \text{ m/s} \quad V_2 = 0 \quad S_0 = 0 \quad a_2 = ? \quad S = 2500 \text{ m}$$



$$a_1 = \frac{V}{t} = \frac{33 \text{ m/s}}{75,76 \text{ s}} = 0,44 \text{ m/s}^2$$

$$V = \frac{S}{t} \rightarrow t = \frac{S}{V} = \frac{2500 \text{ m}}{33 \text{ m/s}} = 75,76 \text{ s}$$

$$a = \frac{v}{t}$$

$$s = S_0 + V_0 \cdot t + \frac{1}{2} a t^2 \rightarrow \frac{2 \cdot (s - S_0 - V_0 \cdot t)}{t} = \frac{1 a t}{\cancel{2 t}} \quad \text{fatto da me} \quad a = \frac{2(s - S_0 - V_0 t)}{t} = \frac{2(2500 - 75,76 \cdot 33)}{75,76}$$

DINAMICA

→ Spiega quali sono le cause che inducono il moto (di velocità e accelerazione)

- LA FORZA → La forza è una grandezza vettoriale che può causare o provocare deformazione, velocità o c

Esistono due tipologie di forze:

- **Forze di contatto** → Forza di attrito, Forza di galleggiamento, Forza elastica, etc...
- **Forze a distanza** → Forza peso, Forza di attrazione gravitazionale, Forza elettrica, Forza magnetica,

Oltre a ciò, i fisici hanno deciso di classificare le forze in quattro grandi famiglie:

- La forza gravitazionale;
- La forza elettromagnetica; → forza che interviene nei fenomeni legati all'elettricità e al magnetismo
- La forza forte; → esistono solo nel mondo delle particelle subatomiche (non fanno parte dello
- La forza debole. →

3 PRINCIPI DELLA DINAMICA (Leggi di Newton) → 3 principi su cui poggia l'intera dinamica.

1 - Principio di inerzia → Se la somma delle forze che agiscono su un corpo è nulla allora il corpo in quiete o in moto rettilineo uniforme continuerà a muoversi di moto rettilineo uniforme.

se il corpo è fermo o in moto rettilineo uniforme, allora:

$$\sum F = 0$$

2 - Principio di proporzionalità → La forza agente su un corpo è direttamente proporzionale all'accelerazione e ne condiziona l'andamento. Di contro l'accelerazione cui è soggetto il corpo è inversamente proporzionale alla massa.

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad \rightarrow \quad \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} \quad m = \frac{F}{a} \quad \left. \begin{array}{l} \text{non esiste la divisione} \\ \text{quindi è definita} \end{array} \right\}$$

L'unità di misura è detta newton (N).

1 N = 1 kg · 1 m/s² → La forza di 1 N è definita come quella che produce un'accelerazione di 1 m/s² su un corpo di massa 1 kg.

scamposta

$$\frac{N \cdot L}{L^2} \rightarrow kg \cdot m/s^2$$

La massa è una grandezza scalare e viene chiamata per questo "massa inerziale" perché misura la capacità di opporsi alle alterazioni del suo stato di moto.

A parità di forza una massa maggiore subirà un'accelerazione minore e una massa minore subirà un'accelerazione maggiore.

Dato che la formula del secondo principio lega due grandezze vettoriali (F e a) quando vengono trattate solo i moduli (F = m · a), ma dobbiamo tenere a mente le ulteriori informazioni, fornite dalla direzione e al verso di F.

Se su un corpo agisce una singola forza, essa avrà la stessa direzione del vettore accelerazione. Se più forze agiscono, la forza è un vettore concorde rispetto all'accelerazione e dunque entrambe

• Forza risultante → La forza risultante agente su un corpo è la somma vettoriale di tutte e sole le

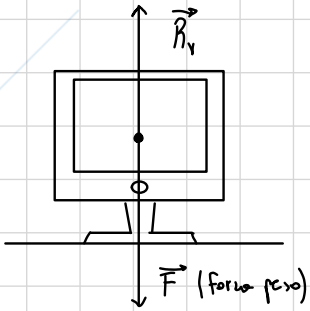
$$F_{ris} = \sum_i F_i$$

Es. due persone hanno l'auto in panne. Sono costretti a fermarsi e a spingere l'auto. Se le due persone spingono assieme, ognuno eserciterà una certa forza.

Pur avendo un modulo diverso, le forze esercitate da entrambi avranno lo stesso effetto. Poiché le forze sono grandezze vettoriali ed obbediscono alle regole del calcolo vettoriale, per sommare le due forze trovando così la forza risultante, ovvero quella che si ottiene sommando tutte, pari a 150 N.

↳ Forza risultante di due forze parallele e concordi.

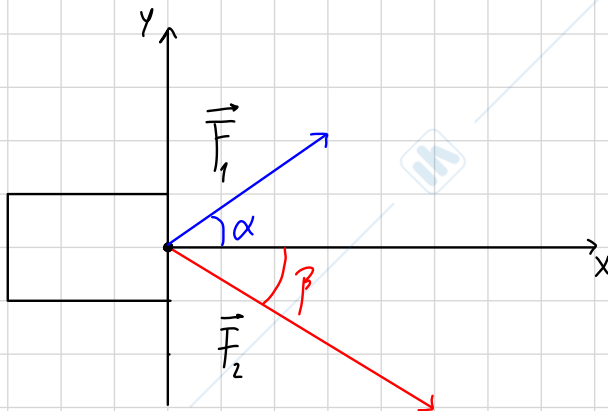
Forza vincolare → La forza vincolare è una forza che si oppone all'azione di altre forze agenti, mantenendolo in uno stato di quiete.



↳ è quella forza contraria alla gravità che spiega perché un corpo riesce a rimanere in quiete. Non esiste una reale formula per calcolare il valore della forza vincolare, poiché dipende dalle altre forze in gioco. La forza vincolare può assumere qualunque valore che non provocherebbe la rottura del vincolo che la esercita. Il valore massimo dipende dalle caratteristiche del materiale.

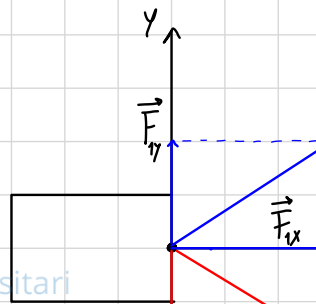
ESEMPIO FORZA RISULTANTE con forze non parallele

Due buoi stanno trainando un aratro in un campo coltivato, ognuno con una direzione diversa. L'apparecchio è schematicamente così:



In questo caso le due forze non sono parallele, esse hanno direzioni diverse. È allora assoluta la necessità di scomporle lungo gli assi di un sistema di riferimento.

a questo punto per calcolare la risultante delle forze sommiamo le componenti lungo l'asse x e sottraiamo quelle lungo y, scegliendo come positiva la componente diretta verso l'alto.



www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

- **FORZA DI GRAVITA' - FORZA PESO** → La forza di gravità (forza peso) è la forza attrattiva che agisce su un corpo lungo la perpendicolare passante per il suo centro di massa.

$$\vec{F}_p = m \cdot \vec{g}$$

g = accelerazione di gravità.

$g_{Terra} = 9,81 \text{ m/s}^2$ → Questo valore di accelerazione è dato dalla massa dei corpi.

scrivere:

$$\vec{F}_p = m \cdot \vec{g}$$

La principale caratteristica della \vec{F}_p è che essa è in quanto \vec{g} è costante.

La forza di gravità è sempre diretta verticalmente verso il basso. Immaginando di guardare la terra dallo spazio diremo che la forza di gravità agisce sulla direzione data dalla normale alla superficie in ogni punto.

- **FORZA D' ATTRITO** → La forza d'attrito, è un tipo di forza a contatto che si genera tra le superfici di contatto in moto l'uno rispetto all'altro.

Ci sono diverse tipologie di attrito a seconda delle situazioni e dei fenomeni fisici.

- Attrito viscoso → generato dal moto di un corpo in un fluido (liquido o gas)
- Attrito rotolante → che si manifesta in presenza di rotolamento e traslazione.
- Attrito radente → Generato dallo strisciamento di un corpo su una superficie senza rotolamento.

- **Attrito radente** → Quella forza che si genera ogni volta che due corpi scivolano l'uno con l'altro e la forza si oppone al moto dei corpi.

La forza d'attrito è una grandezza vettoriale, definito come un vettore parallelo alla superficie di contatto e diretto in verso opposto rispetto al verso del moto.

La formula dell'attrito radente è:

$$F_A = \mu \cdot F_{\perp}$$

formula x il modulo

μ coefficiente d'attrito (non ha unità di misura, è un numero puro)

F_{\perp} componente perpendicolare alla superficie della risultante delle forze che agiscono sul corpo.

Quindi:

$$F_A = \begin{cases} \text{modulo: } F_A = \mu \cdot F_{\perp} \\ \text{direzione: uguale a quella del moto.} \\ \text{verso: opposto a quello del moto.} \end{cases}$$

- Attrito radente dinamico \rightarrow quando il corpo è in moto e a contatto con essa. Quindi già in movimento. La formula che permette di calcolarlo è $F_{Ad} = \mu_d \cdot F_L$

In generale il coefficiente d'attrito dinamico è inferiore a quello statico di superfici di contatto.

- Se la forza esterna esercitata sul corpo in movimento è $\mu_d < \mu_s$
- $F < \mu_d$ allora il corpo rallenta nel suo moto;
 - $F > \mu_d$ allora il corpo accelera nel suo moto;
 - $F = \mu_d$ allora $\Sigma F = 0$ e dunque il corpo si muove in moto rettilineo uniforme.

Esercizio:

Stiamo spingendo una grossa scatola di cartone di 50 kg su un pavimento di legno, esercitando una forza di 100 N. La scatola rallenta, accelera o mantiene una velocità costante?

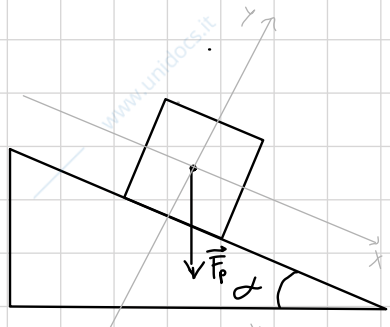
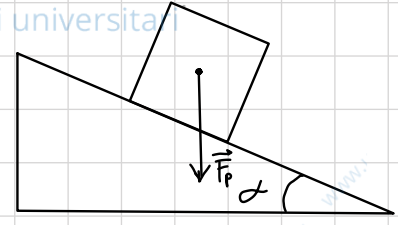
$$m = 50 \text{ kg} \quad F = 100 \text{ N} \quad \mu_d = 0,23 \quad F > / < / = \mu_d ?$$

$$F_p = m \cdot g = 50 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 = 490,5 \text{ N}$$

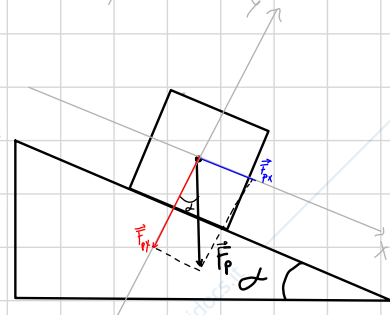
$$F_{Ad} = \mu_d \cdot F_L = 0,23 \cdot 490,5 \text{ N} = 112,815 \text{ N}$$

dato che $F_{Ad} > F$ allora il corpo rallenterà il suo moto.

PIANO INCLINATO (senza attrito)



La F_p va disegnata in verticale per sua caratteristica peculiare.
 Per capire la dinamica del corpo lungo un piano inclinato, scegliamo un sistema di riferimento come quello in cui l'asse x è diretto lungo il piano mentre l'asse y è perpendicolare al piano.



Scomponiamo \vec{F}_p nelle due componenti lungo gli assi cartesiani in modo da che chiamiamo F_{px} e un'altra lungo l'asse y che chiamiamo F_{py} .

Per trovare F_{px} e F_{py} dobbiamo osservare che l'angolo che il piano forma con l'orizzontale è uguale all'angolo che l'asse y , scelto da noi, forma con la direzione della forza peso. Con questa osservazione i teoremi trigonometrici per i triangoli rettangoli ci permettono di trovare le componenti relative ai moduli delle componenti della \vec{F}_p :

$$F_{px} = F_p \cdot \sin \alpha = m \cdot g \cdot \sin \alpha$$

$$F_{py} = F_p \cdot \cos \alpha = m \cdot g \cdot \cos \alpha$$

Per completare il diagramma delle forze del piano inclinato dobbiamo ancora aggiungere una: La **reazione vincolare** del piano, ossia la forza di reazione che il piano esercita sul corpo per sorreggerlo, e che sarà un vettore da disegnare nella direzione dell'asse delle y positive e uguale in modulo a \vec{F}_{py} .

Moto lungo il piano inclinato

analizzando il moto del corpo lungo il piano inclinato ragionando sulle componenti delle forze sugli assi cartesiani:
 • Lungo l'asse delle y la componente \vec{F}_{py} della forza peso tende a premere il corpo contro il piano reagisce con una forza uguale e contraria. Abbiamo così due forze la cui risultante è zero, per cui il secondo principio della dinamica (principio di proporzionalità) ci dice che la risultante delle forze lungo l'asse y è direttamente proporzionale all'accelerazione e ne condivide direzione e verso con costante di proporzionalità data dalla massa del corpo. Il modulo dell'accelerazione lungo l'asse y è zero.

Asse y :

$$\vec{F}_{ris,y} = \vec{F}_{py} + \vec{R}_v$$

$$\rightarrow F_{ris,y} = -F_{py} + R_v$$

$$\rightarrow F_{ris,y} = 0$$

$$\rightarrow m a_y = 0$$

$$\rightarrow a_y = 0$$

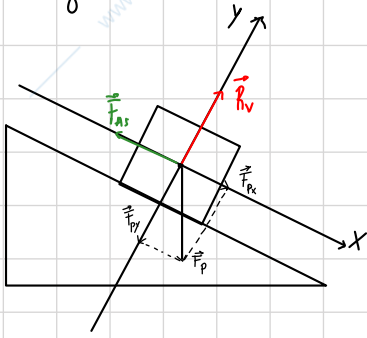
Nel passaggio dalla 1' alla 2' riga abbiamo riscritto i vettori come scalari e i versi, il che è lecito perché stiamo ragionando sulla direzione. In particolare, in accordo con il primo principio della dinamica (principio di inerzia), se una forza risultante nulla, allora se esso è in quiete rimarrà in quiete se è in moto uniforme, il corpo lungo l'asse y non si muove e la forza \vec{F}_{py} è bilanciata dalla reazione vincolare \vec{R}_v .

• Lungo l'asse x invece la risultante coincide con la componente F_{px} della forza peso, che è responsabile del moto lungo il piano.

PIANO INCLINATO

con attrito

Diagramma con forze di attrito statico:



Poiché il corpo posto sul piano tenderà a muoversi verso il basso, la forza lungo la direzione del piano, secondo il principio per cui la F_A è sempre pari a quello del moto.

- Sull'asse y abbiamo sempre la situazione in cui la componente della F_p vincolare (\vec{R}_v) uguale e contraria. Di conseguenza la risultante (\vec{F}_{ris}) è nulla l'accelerazione (II principio di Newton)

$$\begin{aligned} \text{Asse } y: \quad \vec{F}_{ris y} &= \vec{F}_{py} + \vec{R}_v \\ \rightarrow F_{ris y} &= -F_{py} + R_v \\ \rightarrow F_{ris y} &= 0 \\ \rightarrow m a_y &= 0 \\ \rightarrow a_y &= 0 \end{aligned}$$

- Asse delle x . Passiamo all'analisi delle componenti delle forze e sono presenti due forze discordi:

- La componente della forza peso \vec{F}_{px} , che "tira" il corpo verso il basso del piano
 - La forza d'attrito \vec{F}_{As} che spinge verso l'alto perché si oppone al moto
- La forza risultante \vec{F}_{ris} lungo l'asse x è dunque data da:

$$\text{Asse } x: \quad \vec{F}_{ris x} = \vec{F}_{px} + \vec{F}_{As}$$

Mentre nel caso senza attrito \vec{F}_{py} rimangono inutilizzate, questo è il valore della forza d'attrito statico \vec{F}_{As} .

$$\vec{F}_{As} = \mu_s \cdot F_{\perp} \rightarrow \text{Forza che preme sul caso del piano componente } F_{py}$$

La \vec{F}_{As} è dunque dipendente dall'angolo di inclinazione del piano rispetto all'orizzontale, e acquisterà valori inferiori al crescere dell'angolo fino ad annullarsi quando $\alpha = 0$.

Quindi $\vec{F}_{ris x}$ lungo l'asse delle x si può così calcolare:

$$\begin{aligned} \text{Asse } x: \quad \vec{F}_{ris x} &= \vec{F}_{px} + \vec{F}_{As} \\ \rightarrow F_{ris x} &= F_{px} - F_{As} \end{aligned}$$

Abbiamo con cui sull'asse

$$\rightarrow m \cdot a_x = m a \sin(\alpha) - \mu_s \cdot m a \cos(\alpha)$$

Nel caso in cui il corpo fosse in movimento e quindi possiede una propria velocità iniziale, basta sostituire la
 Quindi non bisogna rifare i calcoli, è sufficiente sostituire il coefficiente di attrito statico con quello dinamico.

$$a = a_x = g [\sin(\alpha) - \mu_d \cos(\alpha)]$$

in più bisogna considerare la disequazione $a > 0$ da cui

$$\sin(\alpha) - \mu_d \cos(\alpha) > 0$$

ossia:

$$\mu_d < \tan(\alpha) \rightarrow$$

se si realizza tale condizione, allora il corpo scende lungo
 uniformemente accelerato sotto l'effetto della forza risultante.