

De Vincentis - Tecniche

Lezione 1

In medicina nucleare le immagini sono ottenute digitalmente e questo aspetto la accomuna con l'imaging di tipo radiologico, anche se da questo bisogna differenziarla, in quanto sono diverse le sorgenti utilizzate per forare le immagini e diversi sono i concetti che sottendono alla formazione delle immagini.

Immagine digitale significa avere una possibilità di rappresentazione di una forma in una matrice numerica. Ciò che nell'imaging analogico era semplicemente un contrasto di colori, qui diventa una funzione di tipo matematico (bidimensionale) che fa ricorso ad una serie di operatori su matrici. L'immagine digitale, infatti, non è nient'altro che una funzione XY dove gli elementi singoli di matrice portano un'informazione di tipo numerico. L'informazione ad oggi può essere rappresentata in infinite forme (non solo nella scala di grigi che ci consentiva l'immagine radiografica tradizionale). Il fatto di disporre di una matrice numerica consente di approssimare la problematica dell'elaborazione delle immagini (post-processing).

Tra le immagini di tipo tomografico ottenute in TC e quelle ottenute in SPECT ci sono grandi differenze; in primis la modalità di ottenimento dell'immagine stessa, in quanto nel primo caso abbiamo un'immagine di tipo trasmissivo e nel secondo un'immagine di tipo emissivo. Inoltre, la densità fotonica ottenuta con le due metodiche risulta essere molto maggiore nel caso della TC.

Dato che quello che facciamo durante l'acquisizione è un campionamento digitale, varranno tutte le problematiche inerenti al campionamento. Esiste un problema di fondo: non rappresentiamo la realtà, ma ciò che siamo in grado di percepire. Se ad esempio ho un imaging dove la densità di informazioni è piuttosto bassa, l'errore di campionamento sarà piuttosto pesante (l'errore si rimpicciolisce al crescere del numero di campioni ottenuti: maggiore è il numero di fotoni captati, maggiore sarà l'affidabilità dell'immagine ottenuta). La minimizzazione della dose al paziente è il limite della medicina nucleare, che ci porta ad avere una statistica di conteggio bassa e che influisce sulle nostre scelte di campionamento (la scelta della matrice, la durata dell'esame...).

Perché in TC usiamo matrici ad elevata risoluzione, mentre in medicina nucleare si utilizzano ancora matrici da 128x128? La matrice rappresenta un campo di vista; convenzionalmente un campo di vista standard è un cerchio di 40cm di diametro (o un quadrato di lato 40cm). In una matrice 128x128, un FOV di 400mm, un pixel ha un lato di 3,125 mm; nel caso di un campionamento, ad esempio, di 1024x1024, il pixel avrà dimensione 0,39mm.

Avere una matrice (digitale) alta, tuttavia, non implica automaticamente un aumento di risoluzione spaziale, poiché bisogna vedere la capacità risolutiva dei detettori. La risoluzione spaziale di un detettore è la capacità di vedere come separati due differenti punti nello spazio, distanti tra loro una distanza x , pari quindi alla risoluzione spaziale stessa.

I poteri di risoluzione spaziale nella TC, nella PET e nella SPECT dipendono tutti dalla distanza dall'oggetto di studio.

La risoluzione spaziale di un collimatore, ad esempio, dipende dalla distanza dalla sorgente. Aumentando la distanza dalla sorgente, la risoluzione degrada. La mia matrice di acquisizione (virtuale) dovrà essere scelta

in base alla capacità di risoluzione della metodica stessa. Impostare una matrice super-raffinata in una metodica a bassa risoluzione spaziale, è inutile e controproducente.

La risoluzione spaziale di un'angercamera è distinta in *intrinseca* ed *operativa*. La prima corrisponde alla capacità effettiva del sistema cristallo-fotomoltiplicatore (privo di collimatore) *a contatto* con la sorgente (condizioni ottimali), la risoluzione operativa, invece, è quella della macchina in condizioni cliniche (con collimatore e paziente a distanza x). Questa quindi sarà data dalla compartecipazione della risoluzione intrinseca del macchinario con la risoluzione del collimatore [e tenendo conto anche della distanza dalla sorgente n.d.r.].¹

Questi sono assiomi assoluti per quanto riguarda i collimatori a fori paralleli (comunque usati nel 99% dei casi).²

Esistono collimatori con maggior risoluzione spaziale ma minor sensibilità di conteggio e viceversa.

Le linee guida aiutano nella scelta delle impostazioni per un esame (ad es. la matrice da impostare), e queste linee guida nascono proprio da questo tipo di ragionamenti.

Per definire la risoluzione spaziale operativa di un'angercamera, bisogna innanzitutto tener presente la risoluzione intrinseca e la risoluzione del collimatore. Per quanto riguarda quest'ultima, sappiamo, ad esempio, che la sua risoluzione (a distanza 0) è pari a 7-8mm³. Se ad esempio la nostra sorgente si trova a 10cm di distanza (una condizione operativa che abbiamo spesso), osserviamo che la risoluzione spaziale comincia a scendere a scendere fino a raggiungere i 10mm circa. La formula della risoluzione della macchina è:

$$\sqrt{R_i^2 + R_c^2}$$

Dove R_i è la risoluzione intrinseca e R_c è la risoluzione del collimatore. Se applico la formula sui dati presi in considerazione, mi rendo conto che il risultato ottenuto si avvicina molto alla risoluzione spaziale più bassa tra le due (in questo caso, come nella maggioranza dei casi, il collimatore). Per questo motivo, la scelta del collimatore risulta fondamentale, dato che devo scegliere un collimatore che permetta il raggiungimento di un buon compromesso tra numero di fotoni rilevati e risoluzione spaziale ottenibile.

Quando facciamo una SPECT cerebrale, la macchina ruota vicinissima alla teca cerebrale, in modo da ridurre al minimo la distanza sorgente-rilevatore e dunque ad ottimizzare la risoluzione. Quando si fa invece un esame SPECT cardiaco, nonostante le teste rilevatrici tenderanno a ridurre al minimo la distanza tra paziente e collimatore, avremo comunque una distanza maggiore. Questo spiega perché, secondo le linee guida, il primo esame (quello cerebrale) è eseguito con una matrice di 128x128, mentre il secondo con una di 64x64.

Se la risoluzione spaziale operativa ottenibile da un esame è di 1cm, dovrò usare una matrice che permetterà di ottenere pixel di una grandezza correlabile a quella di 1cm; la regola da memorizzare, sotto

¹ Bisogna tenere a mente che negli esami in medicina nucleare, spesso e volentieri l'oggetto di studio è situato in profondità rispetto alla cute del paziente: si dovrà tener conto anche di questa distanza. Ciò significa che, a seconda dell'oggetto di studio, nonché della *mole* del paziente, la mia risoluzione spaziale varierà di volta in volta.

² Probabilmente, per collimatori di altro genere (pinhole, convergenti, divergenti ecc...) bisogna invece tenere conto della distanza rispetto al *fuoco* del collimatore

³ Esempio di risoluzione spaziale intrinseca di un collimatore ad alta risoluzione (HR)

questo punto di vista, è quella derivata dal postulato di Nyquist⁴, che ci dice che se la mia risoluzione spaziale è di 1cm, il pixel dovrà avere una dimensione pari ad $\frac{1}{2}$. La dimensione lineare del pixel che voglio ottenere dovrà quindi essere di 5mm. Se dunque voglio vedere un oggetto di 1cm, la dimensione lineare del pixel da utilizzare dovrà essere almeno la metà di quell'oggetto. Nell'esempio qui citato, quindi, dovremo usare una matrice di 128x128 (dove la dimensione del pixel è pari a $40/128 = 0,31\text{cm}$)⁵.

Perché non uso una matrice più grande? Utilizzare una matrice più grande di 128x128 (256x256, ad esempio) non risulta essere una scelta ottimale, anzi, in molti casi questo è controproducente: se non sono in grado di distinguere in maniera accurata, utilizzare una matrice più raffinata porterà al posizionamento di alcuni punti in maniera del tutto casuale.⁶ Questo posizionamento di natura casuale è figlio dell'errore standard del campionamento. Consideriamo, ad esempio, di aver campionato 100 colpi all'interno di un pixel (l'errore standard sarà $\sqrt{100} = 10$); a questo punto, se suddivido il pixel in 4 (aumento la matrice), avrò 25 colpi in ogni pixel (errore standard = $\sqrt{25} = 5$). Come si può notare, l'errore standard nel secondo caso è del 10% nel primo caso e del 20% nel secondo caso.

Alla fine dei conti, ciò che più negativamente influisce sulla risoluzione spaziale è la scarsa dosimetria che può essere iniettata al paziente: più conteggi abbiamo, infatti, più l'errore standard decresce. La qualità di un esame in medicina nucleare, dunque, è rappresentato dal miglior compromesso raggiungibile tra risoluzione spaziale richiesta e dose somministrata al paziente.

In alcuni casi ci ritroviamo ad utilizzare collimatori più sensibili ma meno risoluti⁷; questo avviene nel caso, ad esempio, utilizzi radioisotopi con un tempo di dimezzamento molto più lungo del Tc, come l'indio (65 ore) e che quindi richiedono che si somministri una dose di gran lunga inferiore.⁸

In PET la collimazione è più di tipo elettronico: si controlla infatti la coincidenza dell'evento e la sua direzionalizzazione. Un evento di annichilazione porta, in linea teorica, alla formazione di due fotoni che giacciono lungo la stessa retta e che hanno direzioni di movimento opposte. La teoria però si scontra con la pratica: questa regola, che ci dice quindi che l'angolo tra le due direzioni dei fotoni è di 180° , è valida per le annichilazioni pure, a velocità nulla; questa situazione teorica però non l'abbiamo mai nella pratica, in quanto il positrone al momento dell'annichilazione avrà una sua energia cinetica, dipendente dal radionuclide considerato e da numerose variabili casuali (il percorso). L'energia cinetica che abbiamo al momento dell'annichilazione porta a variare questo angolo, che sarà di qualche grado maggiore o minore di 180° , per la regola della conservazione dell'energia. In pratica, quindi, avremo delle imprecisioni nelle ricostruzioni dovute all'approssimare quest'angolo a 180° . Anche in PET vale la stessa regola che la risoluzione spaziale deve essere pari alla metà della risoluzione operativa dell'esame.

⁴ Il Teorema di Nyquist definisce la minima frequenza, detta frequenza di Nyquist, necessaria per campionare un segnale analogico senza perdere informazioni. In particolare, il teorema afferma che, dato un segnale a banda limitata, nella sua conversione analogico-digitale la minima frequenza di campionamento necessaria per evitare aliasing e perdita di informazione deve essere maggiore del doppio della sua frequenza massima. $F_c \geq 2 \cdot F_o$ (F_c è la frequenza di campionamento, F_o è la frequenza originaria).

⁵ Se usassi una 64x64 avremo un pixel di dimensione 0,625cm, dunque maggiore di 0,5

⁶ NDR in realtà il ragionamento in linea di massima è corretto, ma prevale un altro tipo di fenomeno: ciò che ottengo (se la risoluzione più bassa risulta essere quella dovuta al collimatore) è il famoso artefatto a buchi

⁷ Per aumentare la sensibilità devo aumentare il diametro dei fori del collimatore, portando ad una diminuzione della risoluzione spaziale

⁸ Bisogna considerare che durante un'acquisizione perdiamo circa i 2/3 delle emissioni (che non sono rivolti in direzione della gamma camera) e di questo terzo rimanente sono scartati dal collimatore ben il 95% dei fotoni.

Le acquisizioni, in qualunque metodica, sono sempre bidimensionali. Grazie al post-processing dei dati raccolti durante le varie acquisizioni, siamo in grado di ricostruire o migliorare le immagini. Il voxel, ad esempio, è un pixel a cui è stata aggiunta la terza dimensione; tuttavia, questa dimensione, logicamente, è stata aggiunta solamente dopo l'acquisizione. In pratica ciò che noi ricostruiamo non è l'oggetto in sé, ma ciò che la macchina vede dell'oggetto in questione (mito della caverna di Platone); per questo è fondamentale ripetere routinariamente i controlli di qualità del macchinario.

Esempio pratico:

Devo effettuare un'acquisizione dinamica dopo un'iniezione a bolo di 5 mCi di un radiofarmaco, tuttavia in vena finiscono solamente 2 mCi. A questo punto, possiamo mandare a casa il paziente e far ripetere l'esame successivamente, oppure possiamo cercare di recuperare le informazioni. Come facciamo?

- Recuperare aumentando il tempo di acquisizione risulta impossibile (essendo un'acquisizione dinamica, la velocità di acquisizione di un frame è correlata alla velocità dell'evento oggetto di studio)⁹
- Ciò che posso fare, invece è ridurre la grandezza della matrice, perdendo in risoluzione spaziale, ma comunque permettendoci di leggere l'esame.

Altro problema:

Ho necessità di eliminare la variabilità di conteggio tra pixel che reputo dovute ad un eccesso di errore standard, dovuto magari ad un tempo di acquisizione troppo breve oppure ad una scarsità di attività.

In questo caso, posso applicare il filtro di *smoothing*. Questo è una funzione grafica che è in grado di *appiattire* le differenze tra un pixel e il successivo. Questa funzione è applicata alla matrice dell'immagine sequenzialmente tra un pixel ed il successivo prima lungo l'asse delle X e poi lungo quello delle Y. È possibile anche scegliere la *potenza* di appiattimento di questo filtro che inciderà sul numero di pixel coinvolti di volta in volta nella media. Praticamente, immaginando il valore di potenza minimo di questa funzione, avremo che il filtro agirà in questo modo: partendo dal secondo pixel sull'asse delle X, l'algoritmo medierà il valore di questo pixel con i due precedente e successivo, e impostando tale valore sul pixel selezionato (il secondo); l'algoritmo procederà poi ad effettuare la stessa operazione sul terzo pixel, sul quarto ecc. fino alla conclusione delle righe della matrice, dopodiché eseguirà la stessa operazione stavolta lungo l'asse delle Y.

Ciò che avrò alla fine dell'operazione sarà una perdita del dettaglio a favore di una migliore resa di contrasto dell'immagine.

L'applicazione di un filtro di *smoothing* è a discrezione dell'operatore, che, interpretando l'immagine (ed il contesto) deve essere in grado di comprendere se le differenze di conteggi tra pixel e pixel siano dovute ad un'alta capacità risolutiva oppure ad un'alta incidenza di errore standard.

*Un'immagine ad alto contenuto di errore standard (dunque contenente pochi conteggi)
non potrà mai fornirmi un dettaglio*

⁹ Nella ventricolografia di primo passaggio (vedi più avanti), ad esempio, si faceva un frame ogni 0,02 secondi

Lezione 2

Quale processo mi porta al riconoscimento automatico dei margini di un organo o di una lesione?

Il procedimento da effettuare è semplicemente il calcolo di una derivata (secondo x e secondo y) del grafico della funzione immagine ottenuta. Questo ci porta a riconoscere i punti di flesso (cioè dove il grafico cambia la sua curvatura), che corrispondono proprio ai margini della lesione (perché il numero di conteggi cambia significativamente).

Generalmente si fa una derivata parziale (o in X o in Y) e sui margini dell'oggetto si costruirà una regione di interesse.

Nei protocolli di ricerca sulla cardiotoxicità dei farmaci chemioterapici sovente viene richiesta la ventricolografia radioisotopica all'equilibrio, che è una metodica che consente in maniera automatica il calcolo della frazione di eiezione del ventricolo sinistro. Per questo esame vengono marcati i globuli rossi del paziente, quindi i due ventricoli vengono rappresentati come due contenitori separati dal setto; ciò che vedremo è il sangue che riempie il ventricolo, non il tessuto muscolare. Se io applico il metodo delle derivate parziali, nei momenti di sistole e diastole, posso calcolarmi il volume iniziale e finale e la differenza mi darà la frazione di eiezione.

Per riconosce in quale fase cardiaca ci troviamo, si accostano le immagini al tracciato ECG.

Il complesso QRS corrisponde alla sistole elettrica ed è il culmine della diastole. Per la macchina, l'onda R, che è il momento della sistole, corrisponde alla massima deflessione [?]. In questo tipo di esami, spesso suddividiamo il ciclo cardiaco in 8, 16 o 24 frames per ciascuna parte del ciclo cardiaco (ECG). Ogni volta che il ciclo si ripete, i nuovi conteggi vengono integrati ai primi conteggi corrispondenti allo stesso ciclo cardiaco (Tutti i frame acquisiti in un ciclo, vengono sommati con quelli del ciclo successivo). Alla fine dell'esame, quindi, ci ritroviamo con l'immagine di un singolo ciclo cardiaco.

La diastole rappresenta i $2/3$ del ciclo cardiaco. L'andamento della curva dei conteggi rispecchia la funzione sisto-diastolica. Prendiamo l'immagine in corrispondenza della sistole e quello in corrispondenza della diastole, utilizziamo il metodo delle derivate parziali, riconosciamo il profilo sistolico e quello diastolico e facciamo la differenza di conteggi ottenuta in queste due situazioni; questo ci darà la frazione di eiezione in maniera automatica.

In questo tipo di esame bisogna rendere ben preciso il contrasto dell'immagine, in modo da poter applicare correttamente il metodo delle derivate parziali. Come facciamo a togliere l'indeterminazione di conteggio?

Soprattutto nelle funzioni sinusoidali e ripetitive¹⁰,

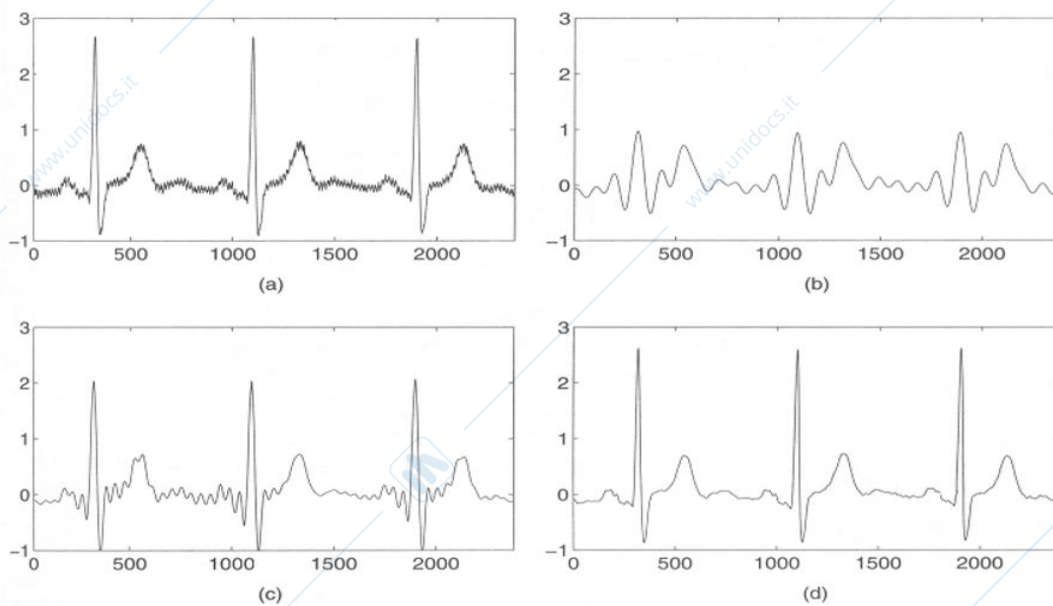
Noi abbiamo una rappresentazione spazio-temporale dell'andamento dell'attività all'interno del ventricolo sinistro. Per aumentare il contrasto possiamo pensare di applicare un filtro di smoothing (che alla fine la macchina fa in automatico); tuttavia vi sono altri tipi di rumori e di elementi di disturbo dell'immagine, come la respirazione ed il movimento del paziente.

L'ECG e l'andamento dell'attività nel ventricolo sono grafici simili e proporzionali tra loro; so anche che qualunque segnale di andamento armonico può essere scomposto in una serie di Fourier, una combinazione lineare (= somma di multipli interi) di funzioni sinusoidali. Continuo la scomposizione del

¹⁰ Nella radiologia, una delle funzioni ripetitive per eccellenza è data dalla rotazione del rilevatore intorno al soggetto nella tomografia (il sinogramma)

segnale quando arrivo al limite di risoluzione (spaziale e temporale) del mio rilevatore (esiste una frequenza limite che riesco a registrare).

Rielaborando il segnale con la serie di Fourier, dunque, creiamo il nostro segnale partendo dalle frequenze più basse e disegnando approssimativamente il nostro tracciato ECG, reso sempre più definito dalle alte frequenze¹¹. Una volta raggiunto un certo limite, le alte frequenze andranno a disegnare dettagli superiori alla nostra capacità di risoluzione, e che quindi saranno dati da rumore elettrico e altri tipi di disturbo. Attraverso l'uso del filtro passa-basso, quindi, saremo in grado di eliminare le armoniche a frequenza più alta, concentrandoci solo sulla forma (risoluzione di contrasto) piuttosto che sul dettaglio (risoluzione spaziale).¹²



Come si può notare, aggiungendo armoniche ad alta frequenza, il dettaglio dell'approssimazione si fa sempre più alto. Tuttavia, per i nostri fini, è sufficiente ad esempio un'approssimazione simile a quella della figura (c).¹³

Figura 3: Elettrocardiogramma e sue approssimazioni con sviluppi di Fourier

Una volta operato questo processo, si utilizza il metodo della derivata parziale.

Tomografia

Attraverso la SPECT la tomografia è ottenuta attraverso la tecnica step and shoot: il macchinario si ferma, acquisisce e compie un movimento angolare per effettuare l'acquisizione successiva, fino a coprire l'angolo giro. Il numero di passi che il detettore dovrà compiere, sarà direttamente proporzionale alla risoluzione spaziale dell'acquisizione stessa: migliore sarà la risoluzione spaziale, minore sarà l'angolo di campionamento (spostamento angolare); questo angolo varierà anche in base alla distanza che ho dalla sorgente.¹⁴

¹¹ Grossomodo, ciò che accade nello spazio K in risonanza è lo stesso principio

¹² Non è chiaro se un filtro passa-basso viene effettivamente utilizzato, trattandosi di ricostruzione in post-processing, devo chiedere al prof.

¹³ De Vincentis dice che ci si ferma alla seconda o terza armonica, quindi probabilmente sarà più simile alla fig. (b) piuttosto che alla (c)

¹⁴ Il prof fa un esempio immaginando di dover campionare la superficie terrestre facendo foto prima da un satellite, poi da un aereo e infine da terra: quante foto dovrò fare nel primo caso? Sicuramente molte meno che nell'ultimo. Se faccio più foto di quante me ne servano dallo spazio (supponiamo 4), quale vantaggio ne traggo? Nessuno. Sicuramente nel primo caso lo spostamento angolare tra una foto e la successiva sarà maggiore rispetto all'ultimo.

In pratica devo campionare in maniera tale da campionare tutto l'oggetto con l'angolo giusto (se faccio uno spostamento angolare troppo piccolo campiono due volte, mentre se faccio uno spostamento troppo grande, perderò dei pezzi).

Quale matrice di acquisizione dobbiamo utilizzare in una tomografia miocardica?

Come detto nella lezione precedente, la grandezza del pixel deve essere pari alla metà della risoluzione ottenibile dal sistema macchinario-rilevatore, il quale dipende anche dalla distanza dall'oggetto.

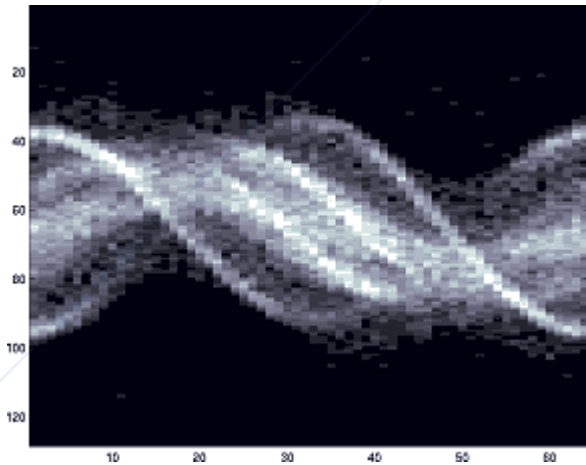
Prima di procedere alla determinazione del passo angolare, dobbiamo calcolare la grandezza dell'oggetto da campionare, in pixel¹⁵. Questa grandezza dipenderà dalla matrice utilizzata. Nell'esempio del cervello, esso è lungo circa 12 cm: se utilizziamo una matrice 64x64, avremo che la sua lunghezza sarà rappresentata da circa 20 pixel ($400/64 = 6.25$ | $120/6.25 = 19.2$). Questi pixel sono la proiezione lineare di un oggetto (il cervello) circolare, dunque di una circonferenza. Calcoliamo la circonferenza, quindi moltiplichiamo 20 per 3.14; troviamo circa 63 pixel. A questo punto dividiamo l'angolo giro per il numero di pixel: $360/63 = 6$, che corrisponderà al nostro passo angolare.

Esempio del cuore: supponiamo che il ventricolo Sx sia lungo 5cm, che in matrice 128x128 sarà uguale a 15px. Rifacendo gli stessi calcoli di prima (moltiplicando per 3.14 e dividendo per 360), otteniamo 7 gradi.

Lezione 3

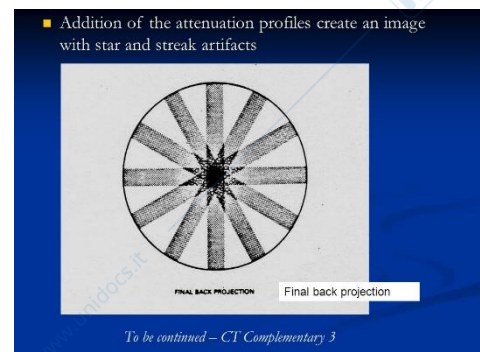
Una volta ottenute le immagini campionando attraverso spostamenti discreti di angoli. Come si ricostruisce la tridimensionalità dell'oggetto?

Ogni oggetto proiettato (sempre sullo stesso numero di pixel) secondo varie angolazioni crea un'immagine chiamata *sinogramma* (lo stesso grafico è presente anche nelle immagini TC). Quest'oggetto è in grado anche di fornirmi indicazioni sulla qualità e la correttezza delle immagini (lo stesso oggetto deve essere rappresentato uniformemente all'interno del sinogramma), se ad esempio il sinogramma si presenta seghettato, significa che in quel punto vi è un artefatto di movimento. Generalmente quello che viene fatto per ricostruire l'immagine è la proiezione inversa, o retroproiezione (*back projection*). Quando si fa una retroproiezione si premette che i punti siano uniformemente distribuiti lungo tutta la retroproiezione



(vedi immagine sotto).

Con la retroproiezione saremo in grado di ricostruire la tridimensionalità dell'oggetto sommando tutti i punti di vista (maggiore sarà il numero di punti di vista, migliore sarà il rendimento della back projection). Il problema intrinseco di questa modalità è che essa è porta alla formazione di artefatti a stella. Questo tipo di artefatto risulta naturale nella modalità stessa di ricostruzione (la sovrapposizione dei punti di vista porta



¹⁵ Capire quanto è grande l'oggetto nel mio mondo di rappresentazione, un po' come l'esempio del satellite.

alla formazione dell'artefatto). Per porre rimedio a queste problematiche esistono dei sistemi di *filtraggio*, una serie di procedure matematiche che consentono di *ripulire le immagini* dai contributi di disturbo.

Tutto ciò che accade dal momento in cui la radiazione origina al momento in cui viene rilevata (tutti gli eventuali eventi che possono disturbare l'immagine, come l'effetto Compton), si chiama *modulazione della funzione di trasferimento* (MTF). L'MTF è quello che viene preso in considerazione quando si applicano i *restoration filters* (filtri di ristorazione). Questo è il motivo per il quale, quando andiamo ad acquisire un'immagine, la macchina ci chiede che tipo di collimatore stiamo usando. Generalmente i filtri, invece, sono quelli che servono per modulare l'informazione dividendo le informazioni in onde ad alta o bassa frequenza (anche i filtri di ristorazione, in pratica, sono dei filtri passa-basso, soltanto che si basano sull'MTF).

Il metodo iterativo è un metodo alternativo di ricostruzione di immagini tomografiche. Questo metodo è sostanzialmente differente dal primo. L'iterazione consiste nell'approssimare la funzione in ingresso ad una funzione nota (se la funzione misurata somiglia ad una sfera, l'iterazione consisterà nel tentare di modificare il valore numerico di quella funzione in modo che approssimi alla funzione di riferimento); in pratica avrò che, ad ogni passo, la funzione in ingresso, somiglierà sempre di più alla funzione nota: se vogliamo avere un rendimento maggiore, dobbiamo avere un numero di iterazioni maggiore, che richiede quindi una grossa capacità di calcolo e che si conoscano già le componenti (è un metodo guidato: sono io che decido qual è la funzione nota a cui approssimare).

Quale che sia il metodo che scegliamo, sicuramente, ciò che influirà sulla ricostruzione è l'operazione di filtro. Filtrare un'immagine significa prendere l'informazione alfanumerica misurata e moltiplicarla per una funzione nota, tale funzione è un operatore matematico che consente di eliminare o di aggiungere delle componenti. Visto che l'immagine è bidimensionale, la funzione sarà un'integrale. Questo significa che l'operazione da effettuare è la *convoluzione* (moltiplicazione tra due integrali). Da una funzione misurata, attraverso un integrale di convoluzione con una funzione filtro, otterrò una funzione risultante che consisterà nell'immagine finale. Questa operazione è estremamente pesante per il calcolatore, e pensare di farlo per ogni proiezione sarebbe una cosa terribilmente onerosa per lo stesso. Per questo motivo si passa allo spazio K , dove la convoluzione tra due funzioni corrisponde alla loro moltiplicazione algebrica, dunque un'operazione estremamente più semplice. Il passaggio sarà ovviamente ottenuto attraverso la *trasformata di Fourier*. Secondo il teorema di Fourier, data una certa funzione, questa può essere composta da infinite sinusoidi. In poche parole, se io ho una funzione d'onda, la posso scomporre in una serie infinita di frequenze legate tra di loro da un valore che sarà multiplo intero della frequenza originale [una combinazione lineare dell'armonica 0 n.d.r.]. Quello che accade è che si passa dal dominio spaziale al dominio temporale. Come spiegato nella lezione precedente, la forma e il contrasto dell'immagine è costituita dalle frequenze basse, mentre il dettaglio da quelle alte.

Una volta estrapolate le componenti di frequenza delle sinusoidi (costruito lo spazio K), devo scegliere quali componenti eliminare: se voglio salvare le armoniche a frequenza bassa, applicherò un filtro passa-basso, eliminando le informazioni di dettaglio e di rumore (statistico). Se ho un campionamento inadeguato avrò un'elevata presenza di componente di alta frequenza dovuta però ad un campionamento erroneo. Chi decide se le componenti ad alta frequenza sono il risultato del dettaglio dell'immagine o del rumore è l'operatore. Come faccio a scegliere quale filtro usare?

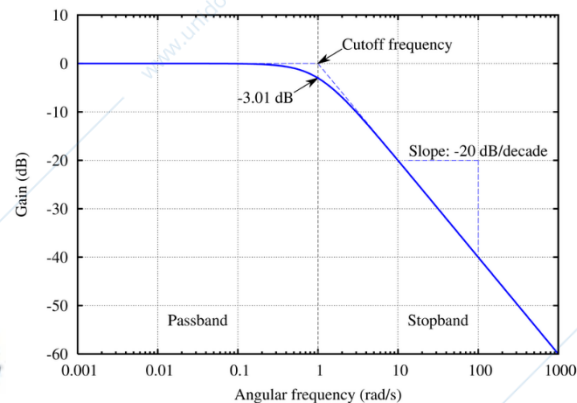
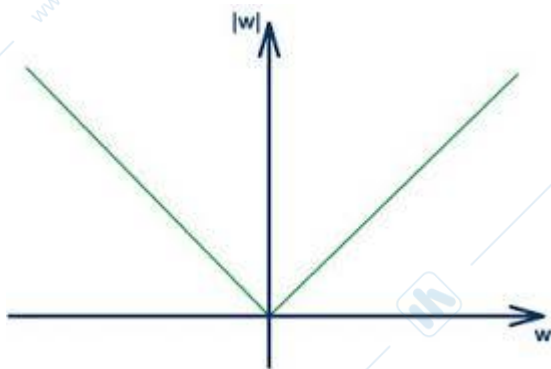
Può capitare che le linee guida non ci aiutino e dobbiamo scegliere in che modo agire: immaginiamo ad esempio di effettuare una scintigrafia miocardica e di renderci conto, a esame concluso, di aver memorizzato pochi colpi. Posso utilizzare un filtro che è più passa-basso (filtra maggiormente le frequenze

più alte) per attività minore e meno passa-basso per attività superiore, questo perché, se l'attività memorizzata è maggiore, sappiamo che abbiamo meno errore statistico. Il filtro verrà abbassato in base a quanta dose è rimasta fuori (in un fuori vena, ad esempio).

La laplaciana è un metodo di derivazione parziale che consente di trovare i limiti di una funzione con una matematica quanto più possibile semplificata.

Dunque, elaboriamo l'immagine portandola nello spazio-k, applichiamo i filtri e la rielaboriamo attraverso la trasformata inversa di Fourier per riportarla sul piano spaziale.¹⁶

Un condensatore è in grado di modificare un'onda, dunque esso rappresenta essenzialmente una funzione filtro, la cui potenza è determinata dal suo valore di capacità elettrica (farad).



Esistono tante funzioni filtro, che risponderanno a più o meno requisiti. Abbiamo un filtro passa-alto chiamato filtro a rampa, che ha un angolo di 45° (vedi immagine a sinistra): ho poco nelle basse frequenze e ho tutto nelle alte frequenze. Ciò che io vedo è l'integrale della funzione. Un filtro passa-basso sarà diametralmente opposto (vedi immagine a destra) e io posso scegliere quali frequenze eliminare. Qui entra in gioco il problema di campionamento: abbiamo detto che concettualmente possiamo scomporre un'immagine in una serie infinita di frequenze ma ciò nella realtà non accade perché abbiamo una frequenza massima campionabile: la frequenza di Nyquist (il campionatore deve essere in grado di vedere due volte la frequenza massima campionabile).

¹⁶ In pratica, gli integrali di convoluzione non sono applicati praticamente, in quanto operiamo nello spazio delle frequenze (dove queste operazioni diventano semplicemente moltiplicazioni)