



Sistemi ad Eventi Discreti

a.a. 2018 - 2019

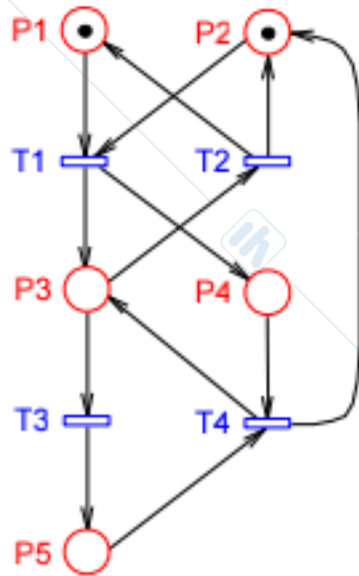
Prof. Luca Ferrarini

Reti di Petri: Sifoni e Trappole

Esercizio 1 (1)



- Calcolare i P-invarianti minimi della rete.



$$\begin{cases} -x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ -x_3 + x_5 = 0 \\ x_2 + x_3 - x_4 - x_5 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x_3 + x_2 - x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 = x_3 - x_2 \\ x_5 = x_3 \\ x_2 = x_4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = x_3 \\ x_2 = 0 \\ x_3 = x_3 \\ x_4 = 0 \\ x_5 = x_3 \end{cases}$$

L'unico P-invariante è $PI1 = [1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1]'$

La rete non è conservativa!

Infatti non è coperta da P-invarianti positivi.

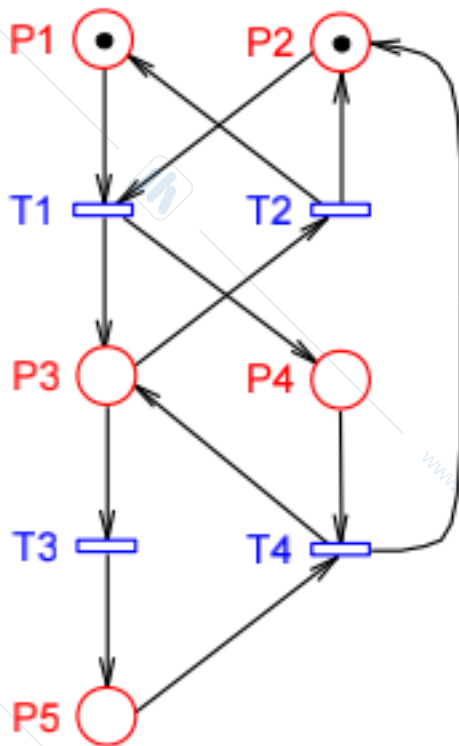
Non sappiamo se P2 e P4 sono limitati!

$$C = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

Esercizio 1 (2)



- Calcolare i sifoni P-minimi e i sifoni minimi della rete:



	$\bullet P$	$P \bullet$
P1	t2	t1
P2	t2, t4	t1
P3	t1, t4	t2, t3
P4	t1	t4
P5	t3	t4

Esercizio 1 (3)



Posto P1:

Insieme	•S	S•
P1	t2	t1
→ P1,P3	t1,t2,t4	t1,t2,t3
→ P1,P3,P4	t1,t2,t4	t1,t2,t3,t4
→ P1,P3,P5	t1,t2,t3,t4	t1,t2,t3,t4

	•P	P•
P1	t2	t1
P2	t2,t4	t1
P3	t1,t4	t2,t3
P4	t1	t4
P5	t3	t4

Posto P2:

Insieme	•S	S•
P2	t2,t4	t1
→ P2,P3	t1,t2,t4	t1,t2,t3
→ P2,P3,P4	t1,t2,t4	t1,t2,t3,t4
→ P2,P3,P5	t1,t2,t3,t4	t1,t2,t3,t4

Esercizio 1 (4)



Posto P3:

	•P	P•
P1	t2	t1
P2	t2,t4	t1
P3	t1,t4	t2,t3
P4	t1	t4
P5	t3	t4

Insieme	•S	S•
P3	t1,t4	t2,t3
→ P1,P3	t1,t2,t4	t1,t2,t3
→ P1,P3,P4	t1,t2,t4	t1,t2,t3,t4
→ P1,P3,P5	t1,t2,t3,t4	t1,t2,t3,t4
→ P2,P3	t1,t2,t4	t1,t2,t3
→ P2,P3,P4	t1,t2,t4	t1,t2,t3,t4
→ P2,P3,P4	t1,t2,t3,t4	t1,t2,t3,t4

Esercizio 1 (5)



Posto P4:

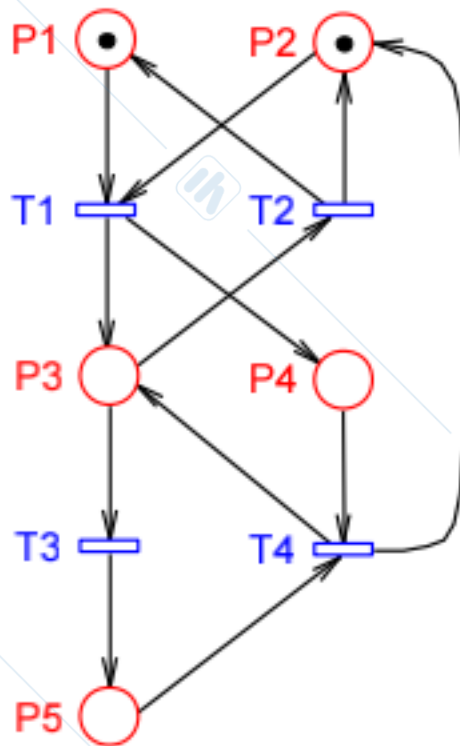
	•P	P•
P1	t2	t1
P2	t2,t4	t1
P3	t1,t4	t2,t3
P4	t1	t4
P5	t3	t4

Insieme	•S	S•
P4	t1	t4
→ P1,P4	t1,t2	t1,t4
→ P1,P3,P4	t1,t2,t4	t1,t2,t3,t4
→ P2,P4	t1,t2,t4	t1,t4
→ P2,P3,P4	t1,t2,t4	t1,t2,t3,t4

Posto P5:

Insieme	•S	S•
P5	t3	t4
→ P5,P3	t1,t3,t4	t2,t3,t4
→ P1,P3,P5	t1,t2,t3,t4	t1,t2,t3,t4
→ P2,P3,P5	t1,t2,t3,t4	t1,t2,t3,t4

Esercizio 1 (6)



Sifoni minimi e P-minimi:

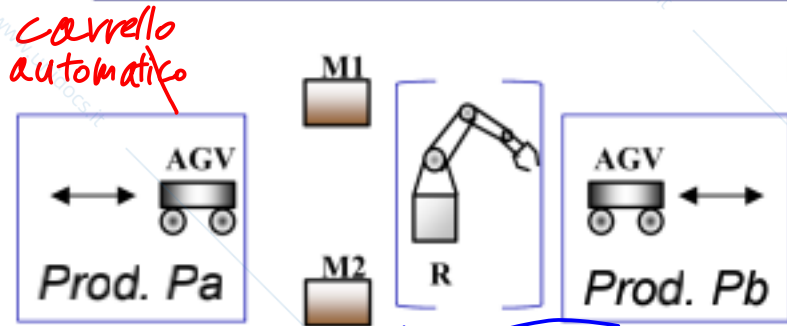
Sifoni	P-minimo per	Minimo?
$S1=\{P1,P3,P4\}$	P1,P3,P4	SI
$S2=\{P1,P3,P5\}$	P1,P3,P5	SI
$S3=\{P2,P3,P4\}$	P2,P3,P4	SI
$S4=\{P2,P3,P5\}$	P2,P3,P5	SI

RICORDA:

Rete ordinaria \Rightarrow i supporti dei P-invarianti minimi sono sifoni e trappole:

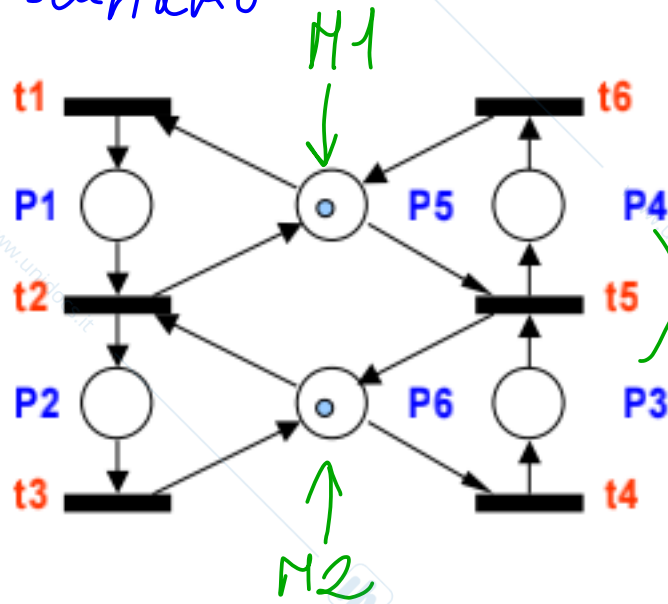
$$P|1=[1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1]', \quad ||P|1||=\{P1,P3,P5\}=S2$$

Esercizio 2 (1)



Il sistema FMS, composto da due macchine e da un sistema di movimentazione, viene impiegato per la produzione di **Pa** (sequenza di lavorazione M1-M2) e **Pb** (sequenza M2-M1). Formulare un modello che non rappresenti esplicitamente le operazioni di movimentazione (risorsa **R** trascurata)

li trascuriamo



Transizioni

- t1: Impegna M1
- t2: Rilascia M1 e impegna M2
- t3: Rilascia M2
- t4: Impegna M2
- t5: Rilascia M2 e impegna M1
- t6: Rilascia M1

Posti (sequenze di lavorazione)

- P1: Prima lavorazione Pa
- P2: Seconda lavorazione Pa
- P3: Prima lavorazione Pb
- P4: Seconda lavorazione Pb

STATI DI OGNI PRODOTTO

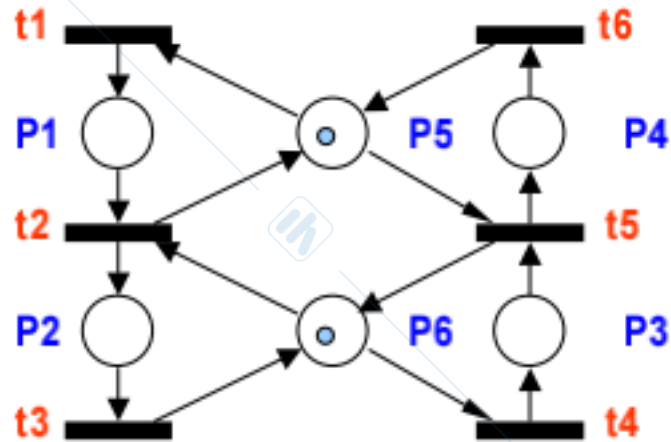
Posti (risorse)

- P5: M1
- P6: M2

Esercizio 2 (2)



- Calcolare tutti i sifoni minimi e P-minimi della rete



	•P	P•
P1	t1	t2
P2	t2	t3
P3	t4	t5
P4	t5	t6
P5	t2,t6	t1,t5
P6	t3,t5	t2,t4

Posto P1:

Insieme	•S	S•
P1	t1	t2
→ P1,P5	t1,t2,t6	t1,t2,t5
→ P1,P4,P5	t1,t2,t5,t6	t1,t2,t5,t6

Esercizio 2 (3)



	•P	P•
P1	t1	t2
P2	t2	t3
P3	t4	t5
P4	t5	t6
P5	t2,t6	t1,t5
P6	t3,t5	t2,t4

Posto P2:

Insieme	•S	S•
P2	t2	t3
→ P2,P6	t2,t3,t5	t2,t3,t4
→ P2,P3,P6	t2,t3,t4,t5	t2,t3,t4,t5
→ P2,P5,P6	t2,t3,t5,t6	t1,t2,t3,t4,t5
→ P2,P4,P5,P6	t2,t3,t5,t6	t1,t2,t3,t4,t5,t6
→ P1,P2	t1,t2	t2,t3
→ P1,P2,P5	t1,t2,t6	t1,t2,t3,t5
→ P1,P2,P4,P5	t1,t2,t5,t6	t1,t2,t3,t5,t6

Posto P3:

Insieme	•S	S•
P3	t4	t5
→ P3,P6	t3,t4,t5	t2,t4,t5
→ P2,P3,P6	t2,t3,t4,t5	t2,t3,t4,t5

Esercizio 2 (4)



Posto P4:

	•P	P•
P1	t1	t2
P2	t2	t3
P3	t4	t5
P4	t5	t6
P5	t2,t6	t1,t5
P6	t3,t5	t2,t4

Insieme	•S	S•
P4	t5	t6
→ P4,P5	t2,t5,t6	t1,t5,t6
→ P1,P4,P5	t1,t2,t5,t6	t1,t2,t5,t6
→ P4,P5,P6	t2,t3,t5,t6	t1,t2,t4,t5,t6
→ P2,P4,P5,P6	t2,t3,t5,t6	t1,t2,t3,t4,t5,t6
→ P3,P4	t4,t5	t5,t6
→ P3,P4,P6	t3,t4,t5	t2,t4,t5,t6
→ P2,P3,P4,P6	t2,t3,t4,t5	t2,t3,t4,t5,t6

Esercizio 2 (5)



Posto P5:

	•P	P•
P1	t1	t2
P2	t2	t3
P3	t4	t5
P4	t5	t6
P5	t2,t6	t1,t5
P6	t3,t5	t2,t4

Insieme	•S	S•
P5	t2,t6	t1,t5
→ P5,P6	t2,t3,t5,t6	t1,t2,t4,t5
→ P4,P5,P6	t2,t3,t5,t6	t1,t2,t4,t5,t6
→ P2,P4,P5,P6	t2,t3,t5,t6	t1,t2,t3,t4,t5,t6
→ P1,P5	t1,t2,t6	t1,t2,t5
→ P1,P4,P5	t1,t2,t5,t6	t1,t2,t5,t6

Esercizio 2 (6)

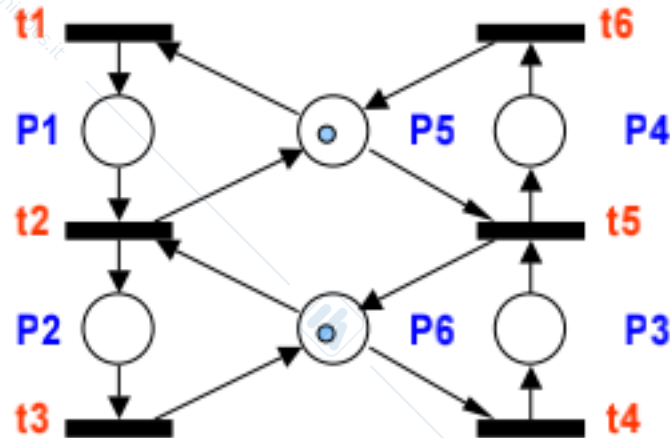


Posto P6:

	•P	P•
P1	t1	t2
P2	t2	t3
P3	t4	t5
P4	t5	t6
P5	t2,t6	t1,t5
P6	t3,t5	t2,t4

Insieme	•S	S•
P6	t3,t5	t2,t4
→ P3,P6	t3,t4,t5	t2,t4,t5
→ P2,P3,P6	t2,t3,t4,t5	t2,t3,t4,t5
→ P2,P6	t2,t3,t5	t2,t3,t4
→ P2,P3,P6	t2,t3,t4,t5	t2,t3,t4,t5
→ P2,P5,P6	t2,t3,t5,t6	t1,t2,t3,t4,t5
→ P2,P4,P5,P6	t2,t3,t5,t6	t1,t2,t3,t4,t5,t6

Esercizio 2 (7)



Sifoni minimi e P-minimi:

Sifoni	P-minimo per	Minimo?
$S1=\{P1,P4,P5\}$	P1,P4,P5	SI
$S2=\{P2,P3,P6\}$	P2,P3,P6	SI
$S3=\{P2,P4,P5,P6\}$	P2,P4,P5,P6	SI
$S4=\{P1,P2,P4,P5\}$	P2	No, $S1 \subset S4$
$S5=\{P2,P3,P4,P6\}$	P4	No, $S2 \subset S5$

RICORDA:

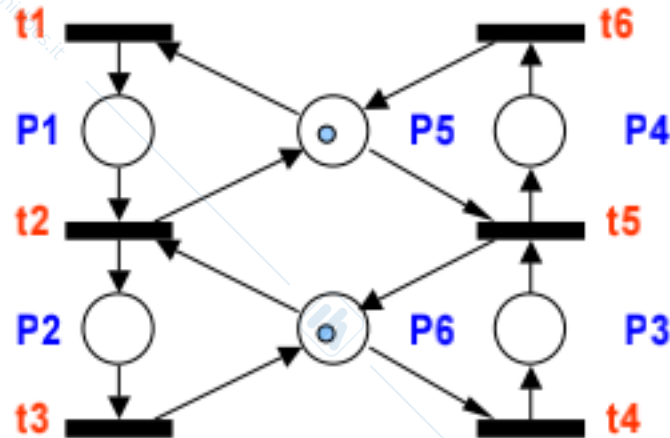
I sifoni sono correlati alle deadlock: se un sifone si smarca, non è possibile riempirlo di nuovo.

Andiamo quindi a verificare se – considerando la nostra marcatura iniziale – uno dei nostri sifoni può svuotarsi ed andare a bloccare il sistema.

Esercizio 2 (8)



Sifoni minimi e P-minimi:



Sifoni	P-minimo per	Minimo?
$S1=\{P1,P4,P5\}$	P1,P4,P5	SI
$S2=\{P2,P3,P6\}$	P2,P3,P6	SI
$S3=\{P2,P4,P5,P6\}$	P2,P4,P5,P6	SI
$S4=\{P1,P2,P4,P5\}$	P2	No, $S1 \subset S4$
$S5=\{P2,P3,P4,P6\}$	P4	No, $S2 \subset S5$

S1:

Questo sifone non può svuotarsi (conterrà sempre un token)

→ **S4** non potrà mai svuotarsi di conseguenza.

S2:

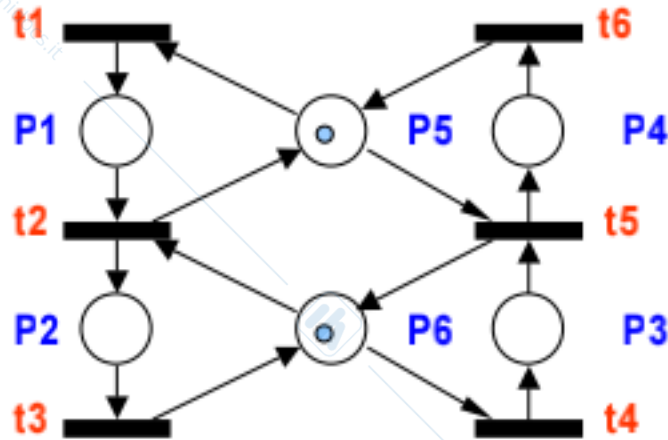
Analogo ad S1 (conterrà sempre un token)

→ **S5** non potrà mai svuotarsi di conseguenza.

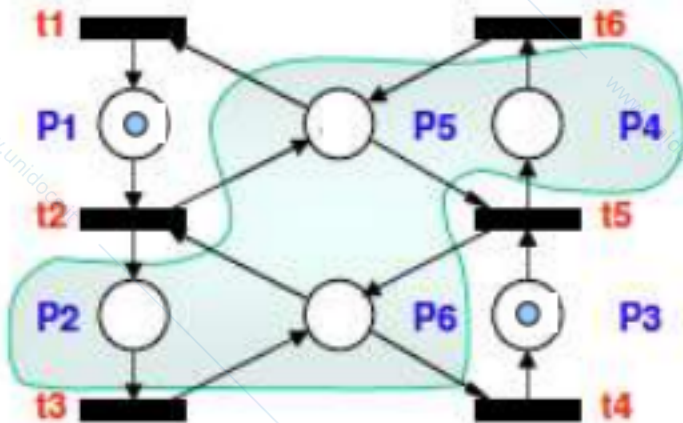
Esercizio 2 (9)



Sifoni minimi e P-minimi:



Sifoni	P-minimo per	Minimo?
$S1=\{P1,P4,P5\}$	P1,P4,P5	SI
$S2=\{P2,P3,P6\}$	P2,P3,P6	SI
$S3=\{P2,P4,P5,P6\}$	P2,P4,P5,P6	SI
$S4=\{P1,P2,P4,P5\}$	P2	No, $S1 \subset S4$
$S5=\{P2,P3,P4,P6\}$	P4	No, $S2 \subset S5$



$S3 = \{P2, P4, P5, P6\}$ può svuotarsi!

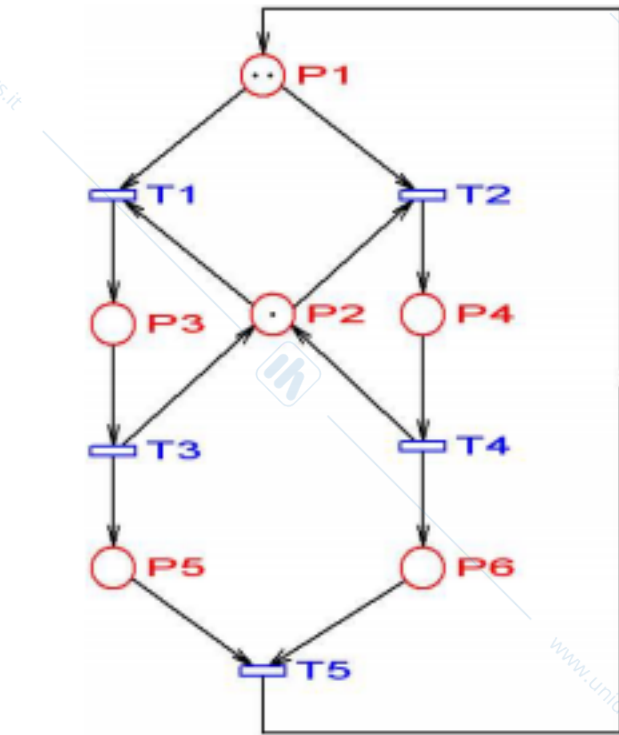
Si può mettere un controllo supervisivo

- Quando $S3$ si svuota ($t1, t4$) la rete si blocca (marcatura morta)

- Si evidenzia un comportamento indesiderato del sistema

- Non cambia nulla anche se si aumenta il numero di gettoni delle risorse (macchine con buffer)

Esercizio 3 (1)



Sappiamo
2 PI minimi

$$PI1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad PI2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Sapendo che le marcature $M_1 = [0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 2 \ 0]'$ e $M_2 = [0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 2]'$ sono *morte*, trovare almeno 4 sifoni della rete

Esercizio 3 (2)



I supporti dei P-Invarianti minimi sono sicuramente dei sifoni in quanto il preset coincide con il postset (sono quindi anche trappole)

$$PI1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad PI2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

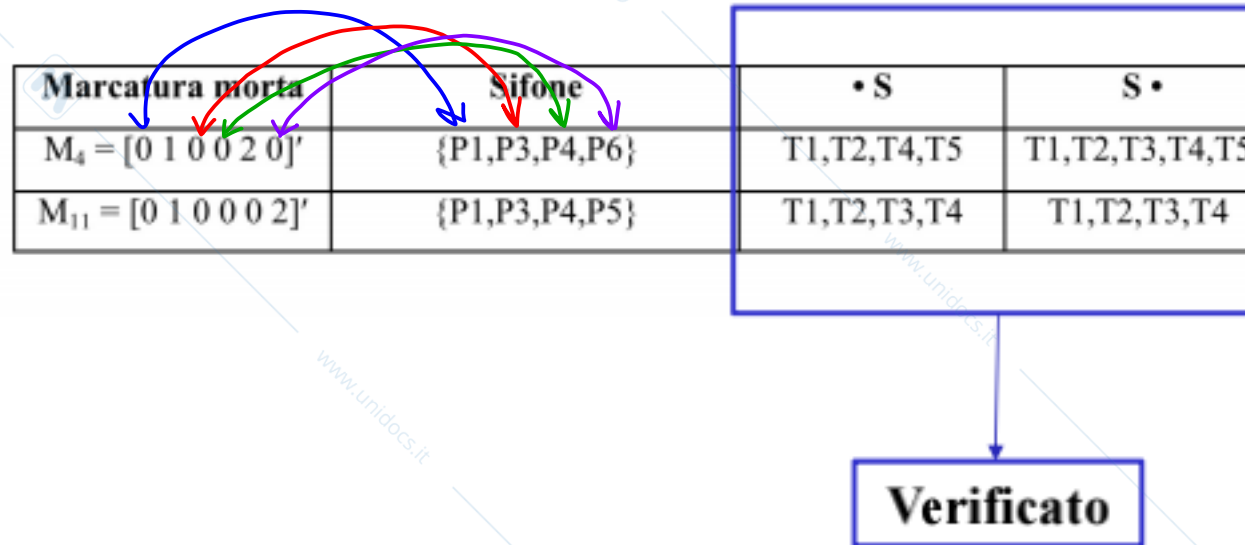
P-invariante	Sifone	•S	S•
$PI1 = [1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1]'$	$\ PI1\ = \{P1, P3, P4, P5, P6\}$	T1, T2, T3, T4, T5	T1, T2, T3, T4, T5
$PI2 = [0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0]'$	$\ PI2\ = \{P2, P3, P4\}$	T1, T2, T3, T4	T1, T2, T3, T4

→ Il calcolo di 2 sifoni ci è stato offerto dal supporto dei PI!

Esercizio 3 (3)



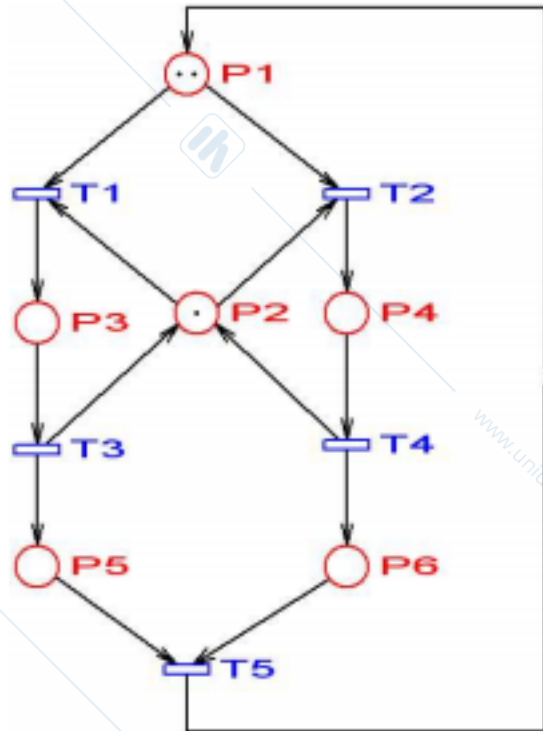
L'insieme dei posti smarcati in una marcatura morta corrispondono a un sifone che si è svuotato. Possiamo quindi calcolare altri due sifoni:



Esercizio 3 (4)



Calcolare tutti i sifoni minimi della rete:



	Pre	Post
P1	T5	T1, T2
P2	T3, T4	T1, T2
P3	T1	T3
P4	T2	T4
P5	T3	T5
P6	T4	T5

Esercizio 3 (5)



Posto P1:

	S	Pre	Post
	P1	T5	T1,T2
1	P1,P5	T3,T5	T1,T2,T5
	P1,P3,P5	T1,T3,T5	T1,T2,T3,T5
2	P1,P6	T4,T5	T1,T2,T5
	P1,P4,P6	T4,T5	T1,T2,T4,T5

Posto P2:

S	Pre	Post
P2	T3,T4	T1,T2
P2,P3,P4	T1,T2,T3,T4	T1,T2,T3,T4

Ecc...

Sifone	Sifone	Minimi
S1	$S1 = \{P2,P3,P4\}$	✓
S2	$S2 = \{P1,P3,P5\}$	✓
S3	$S3 = \{P1,P4,P6\}$	✓