



Sistemi ad Eventi Discreti

a.a. 2018 - 2019

Prof. Luca Ferrarini

Controllo supervisivo basato su P-Invarianti

↳ controllo che ti dice cosa PUOI fare, ma
non cosa DEVI

Controllo basato su P-invarianti



1. Si riformulano le specifiche come vincoli sulla marcatura M_p dei posti che rappresentano il plant, del tipo: $L \cdot M_p \leq b$;
2. Si introducono dei **posti di controllo**, di marcatura M_c ;
3. Si connettono i posti alle transizioni in modo da formare invarianti che soddisfino l'equazione $L \cdot M_p + M_c = b$;

4. Detta $C = \begin{bmatrix} C_P \\ C_C \end{bmatrix}$ si dimostra che occorre porre:

matrice d'incidenza del controllore

$$C_c = -L \cdot C_p \quad \text{e} \quad M_{c0} = b - L \cdot M_{p0};$$

↑ CONTROLLORE *↑ PLANT*

5. La RdP risultante rappresenta il controllore del sistema.

*L ha come dimensione #vincoli; #POSTI
 mentre b → #vincoli; 1*

es Voglio che un rifone non si svuoti

$$S_i = \{p_1, p_2, p_3\}$$

$$m_1 + m_2 + m_3 > 0$$

↓ disarto

$$m_1 + m_2 + m_3 \geq 1$$

↓

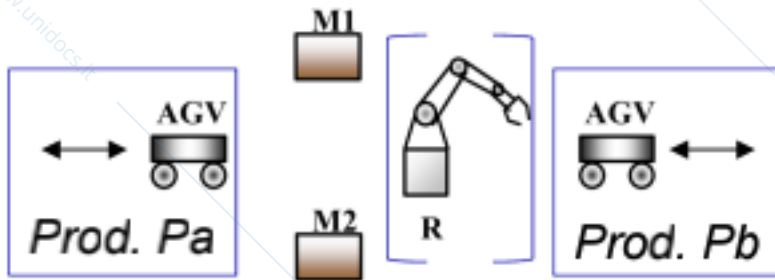
$$-m_1 - m_2 - m_3 \leq -1$$

Se la rete ha $p_1 \dots p_6$

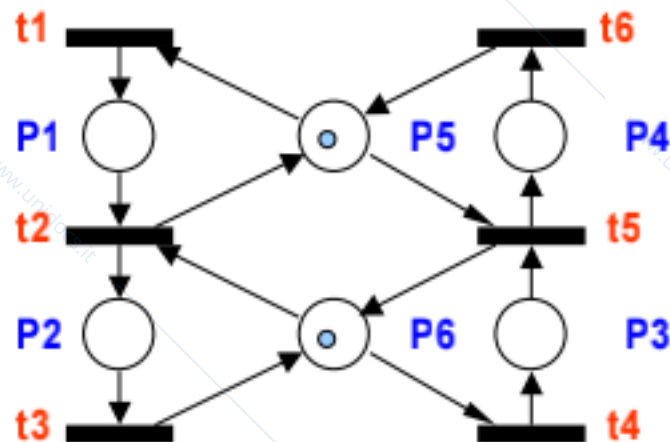
$$L \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ m_3 \\ m_4 \\ m_5 \\ m_6 \end{bmatrix} \leq b$$

*↑
 M_p
 ↑
 marcatura
 Plant*

Esercizio 1 (1)



Il sistema FMS, composto da due macchine e da un sistema di movimentazione, viene impiegato per la produzione di **Pa** (sequenza di lavorazione M1-M2) e **Pb** (sequenza M2-M1). Formulare un modello che non rappresenti esplicitamente le operazioni di movimentazione (**risorsa R trascurata**)



Transizioni

- t1: Impegna M1
- t2: Rilascia M1 e impegna M2
- t3: Rilascia M2
- t4: Impegna M2
- t5: Rilascia M2 e impegna M1
- t6: Rilascia M1

Posti (*sequenze di lavorazione*)

- P1: Prima lavorazione Pa
- P2: Seconda lavorazione Pa
- P3: Prima lavorazione Pb
- P4: Seconda lavorazione Pb

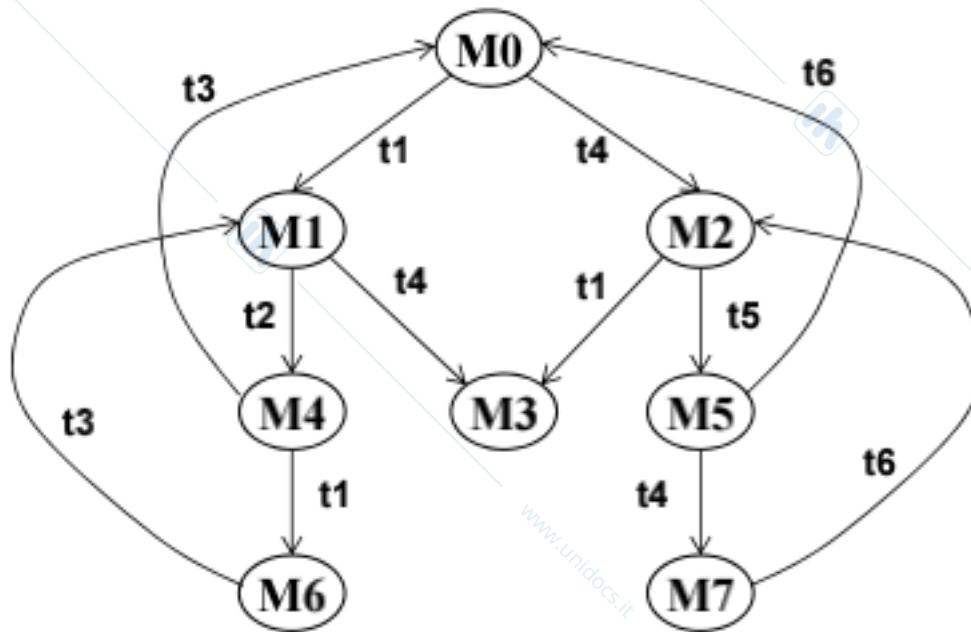
Posti (risorse)

- P5: M1
- P6: M2

Esercizio 1 (2)



Grafo di raggiungibilità



$$M0 = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1]^T$$

$$M1 = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1]^T$$

$$M2 = [0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0]^T$$

$$M3 = [1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0]^T$$

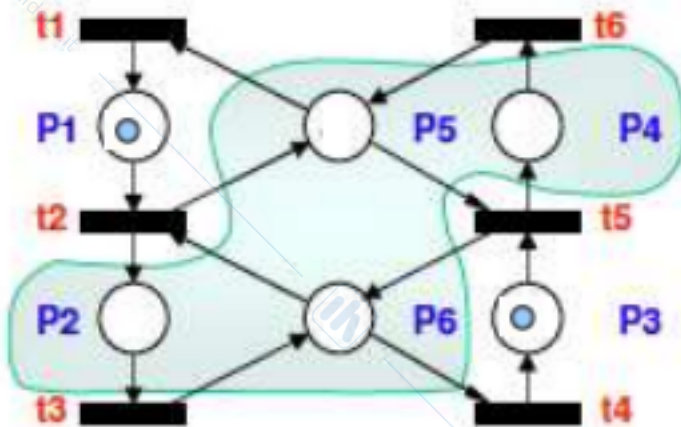
$$M4 = [0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0]^T$$

$$M5 = [0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1]^T$$

$$M6 = [1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$$

$$M7 = [0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0]^T$$

Esercizio 1 (3)



S3 = {P2,P4,P5,P6} può svuotarsi!

- Quando S3 si svuota (t1, t4) la rete si blocca (marcatura morta)
- Si evidenzia un comportamento indesiderato del sistema
- Non cambia nulla anche se si aumenta il numero di gettoni delle risorse (macchine con buffer)

COME SI RISOLVE IL PROBLEMA?

CON IL CONTROLLO CON P-INVARIANTI:

1. Si formula il vincolo per cui il sifone non si svuoti:

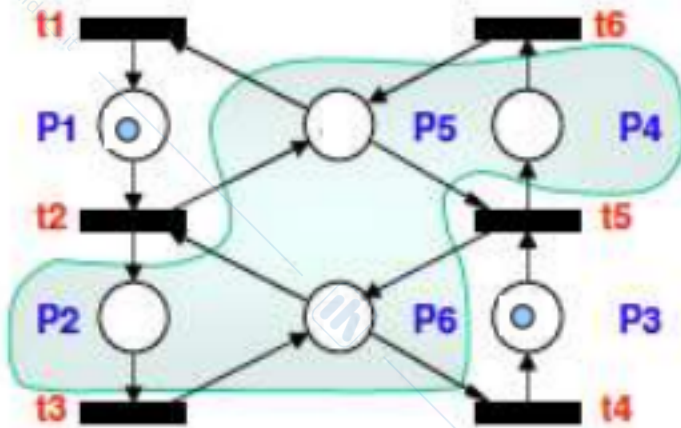
$$m_2 + m_4 + m_5 + m_6 \geq 1$$

$$\text{in forma } L \cdot M_p \leq b$$

$$L = [0 \ -1 \ 0 \ -1 \ -1 \ -1] \quad b = -1$$

se verrebbe > 0 => >= 1

Esercizio 1 (4)



$$C_P =$$

	T1	T2	T3	T4	T5	T6
P1	1	-1	0	0	0	0
P2	0	1	-1	0	0	0
P3	0	0	0	1	-1	0
P4	0	0	0	0	1	-1
P5	-1	1	0	0	-1	1
P6	0	-1	1	-1	1	0

CONTROLLO CON P-INVARIANTI:

1. Si formula il vincolo per cui il sifone non si svuoti:

$$m_2 + m_4 + m_5 + m_6 \geq 1$$

in forma $L \cdot M_p \leq b$

$$L = [0 \ -1 \ 0 \ -1 \ -1 \ -1] \quad b = -1$$

2. Si calcola $C = \begin{bmatrix} C_P \\ C_C \end{bmatrix}$

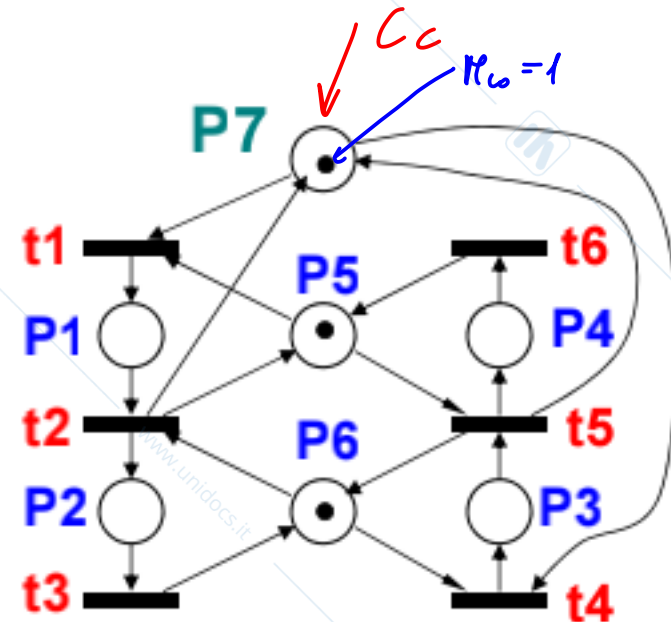
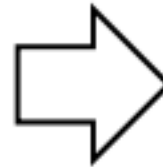
$$C_c = -L \cdot C_p = [-1 \ 1 \ 0 \ -1 \ 1 \ 0]$$

$$M_{c0} = b - L \cdot M_{p0} = -1 - (-2) = 1$$

Esercizio 1 (5)



3. La RdP risultante rappresenta il controllore del sistema:

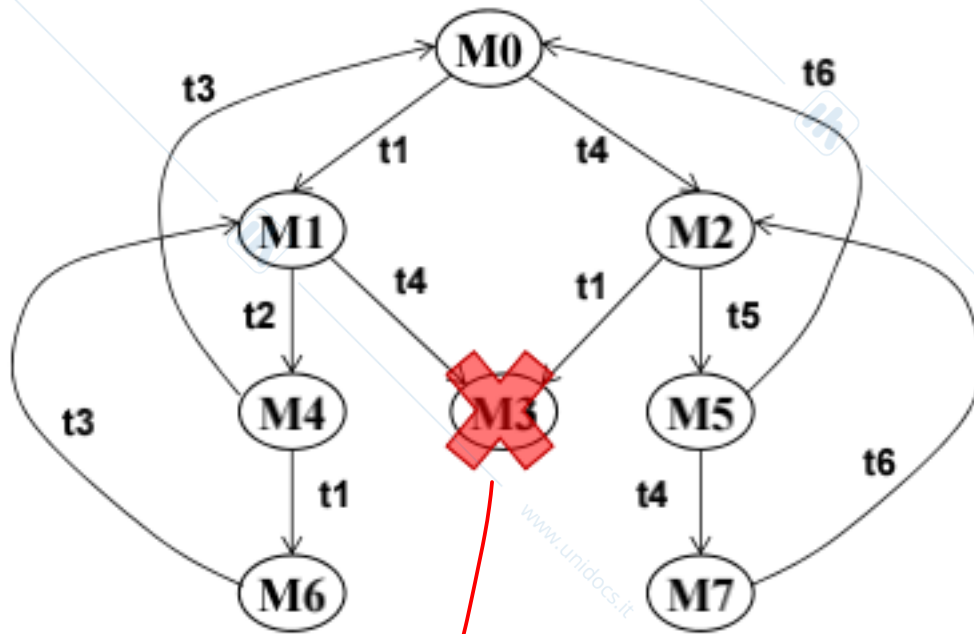
$$C = \begin{array}{c|cccccc} & T1 & T2 & T3 & T4 & T5 & T6 \\ \hline P1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ P2 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ P3 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ P4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ P5 & -1 & 1 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ P6 & 0 & -1 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ P7 & -1 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 \end{array}$$


si fa il prodotto a e poi il prodotto b
 ↳ si evita quindi una deadlock → si fone si svuota

Esercizio 1 (6)



Nuovo grafo di raggiungibilità



$M0$	$=[$	0	0	0	0	1	1	$]$
$M1$	$=[$	1	0	0	0	0	1	$]$
$M2$	$=[$	0	0	1	0	1	0	$]$
$M3$	$=[$	1	0	1	0	0	0	$]$
$M4$	$=[$	0	1	0	0	1	0	$]$
$M5$	$=[$	0	0	0	1	0	1	$]$
$M6$	$=[$	1	1	0	0	0	0	$]$
$M7$	$=[$	0	0	1	1	0	0	$]$

Se una marcatura non rispetta il vincolo stabilito:

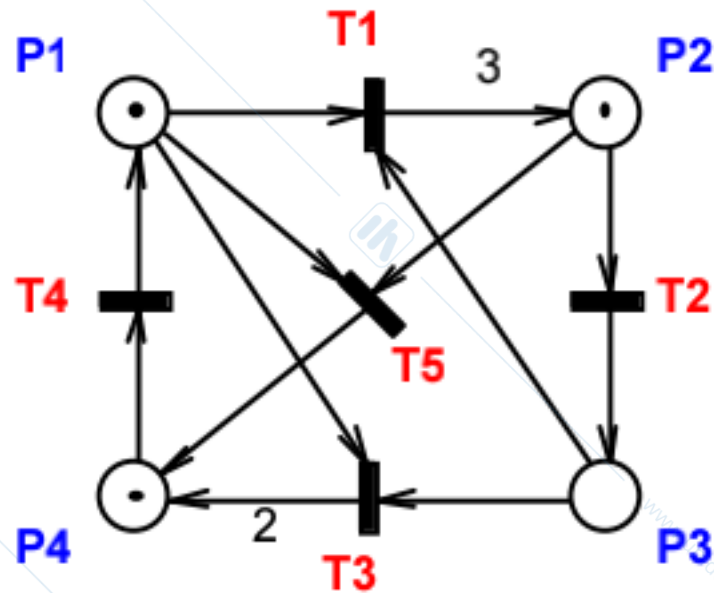
$$m_2 + m_4 + m_5 + m_6 \geq 1$$

→ M_3 : $1 + 1 + 0 + 0 = 2$

\uparrow \uparrow \uparrow \uparrow
 m_2 m_4 m_5 m_6

→ non rispetta il vincolo

Esercizio 2 (1)

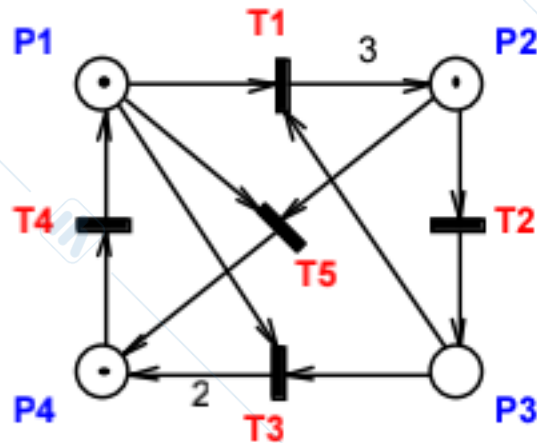


- **Mostrare che gli insiemi $S1 = \{P1, P4\}$ e $S2 = \{P2, P3\}$ sono sifoni:**
 - $S1 = \{T3, T4, T5\} \subset \{T1, T3, T4, T5\} = S1$ •
 - $S2 = \{T1, T2\} \subset \{T1, T2, T3, T5\} = S2$ •

Esercizio 2 (2)



- Calcolare il controllore supervisivo che impedisce lo smarcamento contemporaneo di entrambi i sifoni:



Vincoli:

$$m_1 + m_4 \geq 1$$

$$m_2 + m_3 \geq 1$$

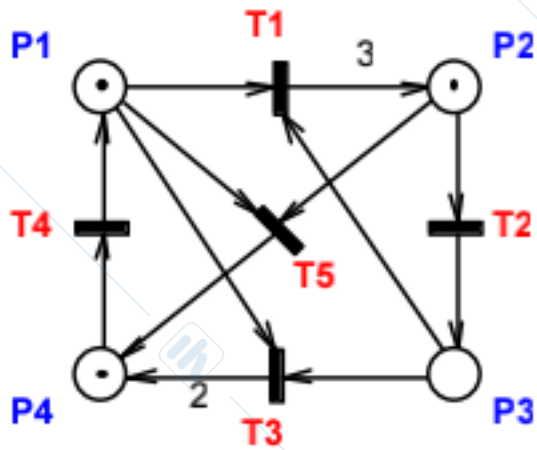
in forma $L \cdot M_p \leq b$:

$$L = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$b = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$C_p = \begin{array}{c|ccccc} & T1 & T2 & T3 & T4 & T5 \\ \hline P1 & -1 & 0 & -1 & 1 & -1 \\ P2 & 3 & -1 & 0 & 0 & -1 \\ P3 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ P4 & 0 & 0 & 2 & -1 & 1 \end{array} \quad M_{P0} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Esercizio 2 (3)



$$L = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}$$



$$C_C = -L \cdot C_P = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & -1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$C_P =$$

	T1	T2	T3	T4	T5
P1	-1	0	-1	1	-1
P2	3	-1	0	0	-1
P3	-1	1	-1	0	0
P4	0	0	2	-1	1

$$M_{P0} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$M_{C0} = b - L \cdot M_{P0} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

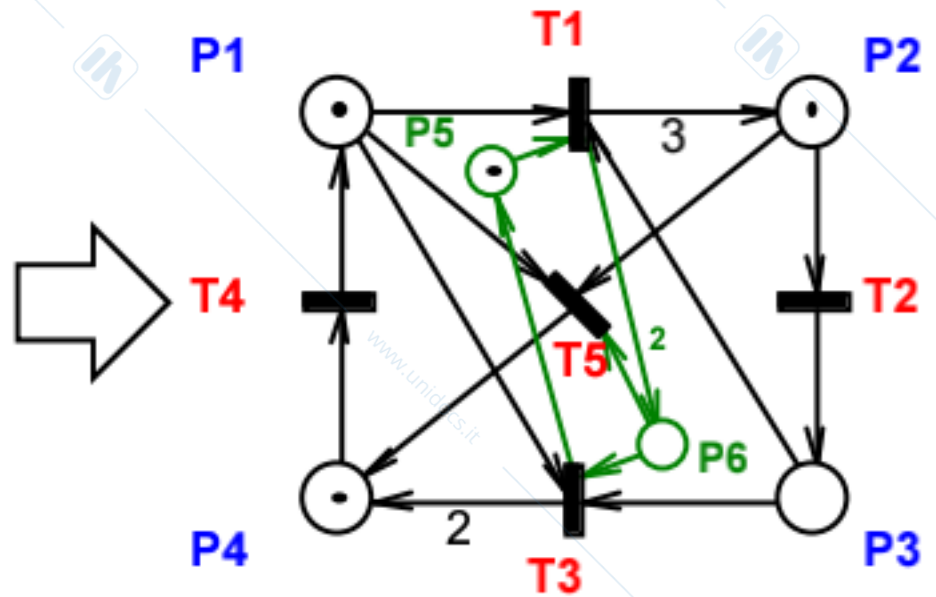
Esercizio 2 (4)



La RdP risultante rappresenta il controllore del sistema:

$$C = \begin{bmatrix} C_P \\ C_C \end{bmatrix} =$$

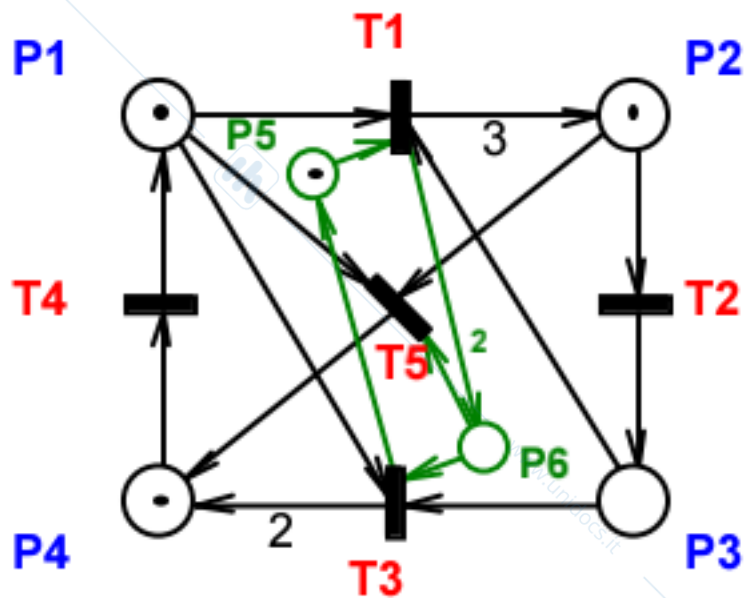
	T1	T2	T3	T4	T5
P1	-1	0	-1	1	-1
P2	3	-1	0	0	-1
P3	-1	1	-1	0	0
P4	0	0	2	-1	1
P5	-1	0	1	0	0
P6	2	0	-1	0	-1



Esercizio 2 (5)



- Verificare che i posti di controllo così introdotti costituiscono a loro volta un sifone:



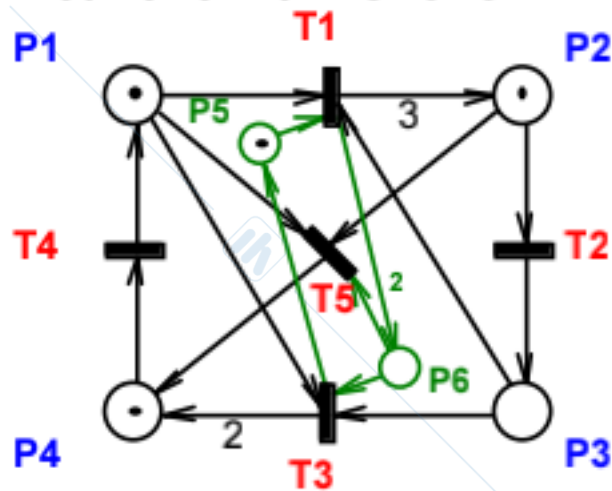
$$S3 = \{P5, P6\}$$

$$\bullet S3 = \{T1, T3\} \subset \{T1, T3, T5\} = S3 \bullet$$

Esercizio 2 (6)



- Modificare la rete in modo tale che non sia possibile svuotare del tutto neanche il 3° sifone:



Il vincolo per evitare lo svuotamento del sifone S3 è dato da:

$$L_2 = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ -1 \ -1]$$

$$b_2 = -1$$

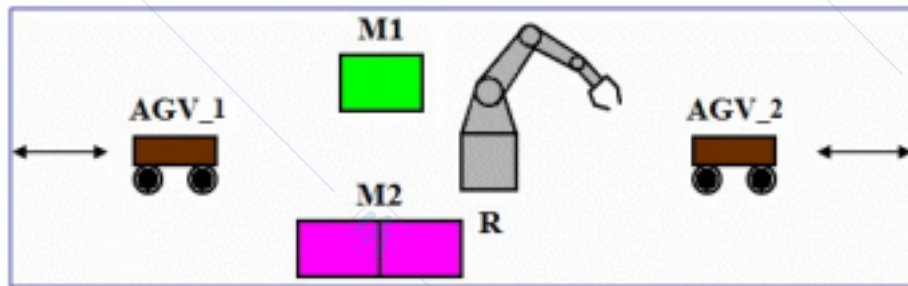
$$C_{c2} = -L_2 \cdot C_p = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ -1]$$

$$M_{0c2} = b - L_2 \cdot M_{P0} = 0$$

	T1	T2	T3	T4	T5
P1	-1	0	-1	1	-1
P2	3	-1	0	0	-1
P3	-1	1	-1	0	0
P4	0	0	2	-1	1
P5	-1	0	1	0	0
P6	2	0	-1	0	-1

$$M_{P0} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Esercizio 3 (1)



L'impianto in figura è costituito da due navette, un robot e due macchine M1 ed M2, di cui la seconda dotata di due postazioni di lavoro.

Si desidera realizzare la seguente ricetta di lavorazione:

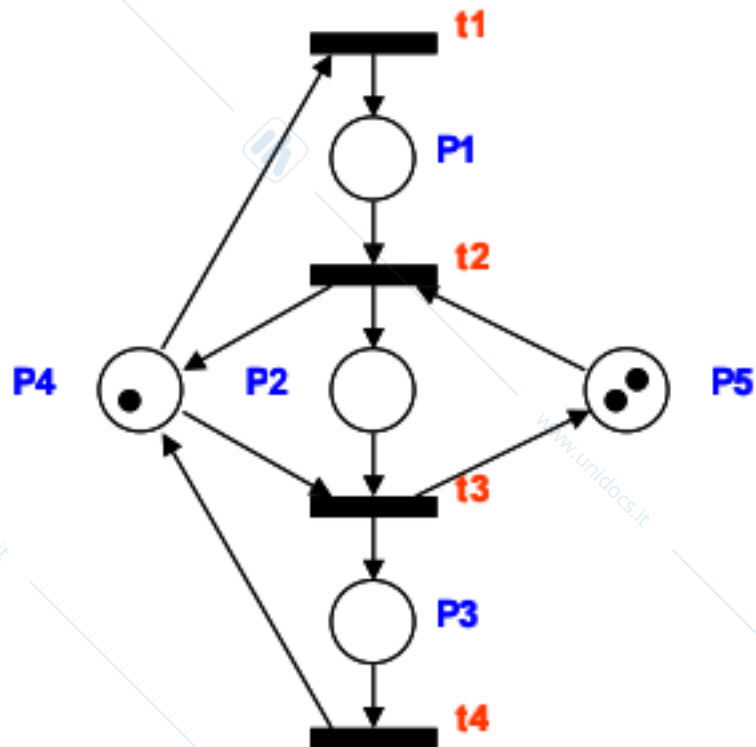
- 1.prelevamento pezzo grezzo da AGV_1;
- 2.prima lavorazione pezzo con M1;
- 3.lavorazione pezzo con M2;
- 4.seconda lavorazione pezzo con M1;
- 5.deposito pezzo lavorato su AGV_2;

Formulare un modello che non rappresenti esplicitamente le operazioni di movimentazione.

Esercizio 3 (2)



- Modellare il sistema mediante RdP:



Transizioni

t1: inizio lav. M1

t2: fine lav. M1 & inizio lav. M2

t3: fine lav. M2 & inizio seconda lav. M1

t4: fine lav. M1

Posti

P1: lav. M1 in corso

P2: lav. M2 in corso

P3: seconda lav. M1 in corso

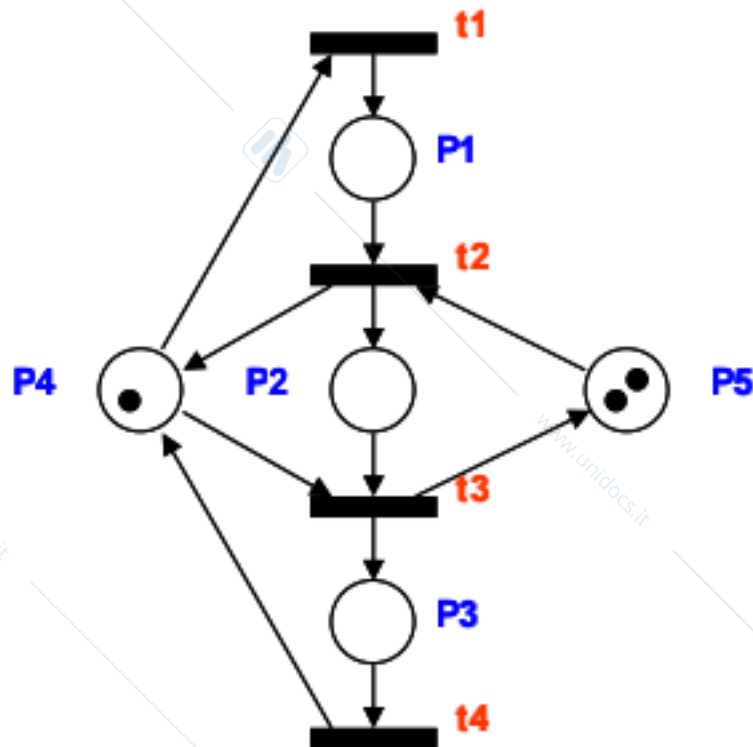
P4: M1 disponibile

P5: M2 disponibile

Esercizio 3 (3)



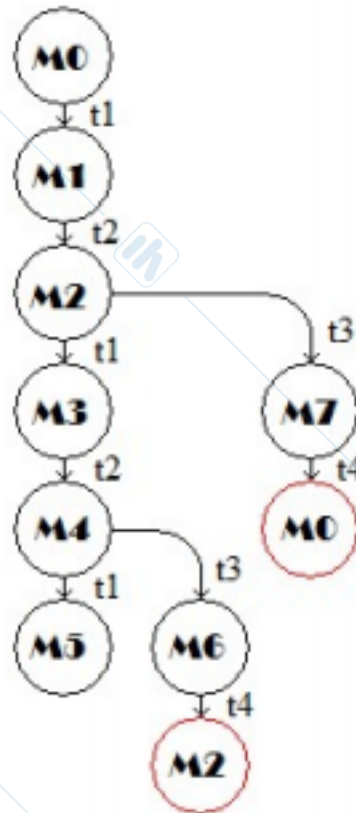
- Calcolare la matrice di incidenza della rete:


$$C = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Esercizio 3 (4)



- Calcolare il grafo di raggiungibilità della rete:



	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5
M_0				1	2
M_1	1				2
M_2		1		1	1
M_3	1	1			1
M_4		2		1	
M_5	1	2			
M_6		1	1		1
M_7			1		2

Esercizio 3 (5)



- **Determinare il sifone che si svuota in corrispondenza della marcatura morta e impedire che si svuoti applicando il metodo del controllo supervisivo:**

$$S = \{P3, P4, P5\}$$

1. Si formula il vincolo per cui il sifone non si svuoti:

$$m_3 + m_4 + m_5 \geq 1$$

in forma $L \cdot M_p \leq b$

$$L = [0 \ 0 \ -1 \ -1 \ -1] \quad b = -1$$

2. Si calcola

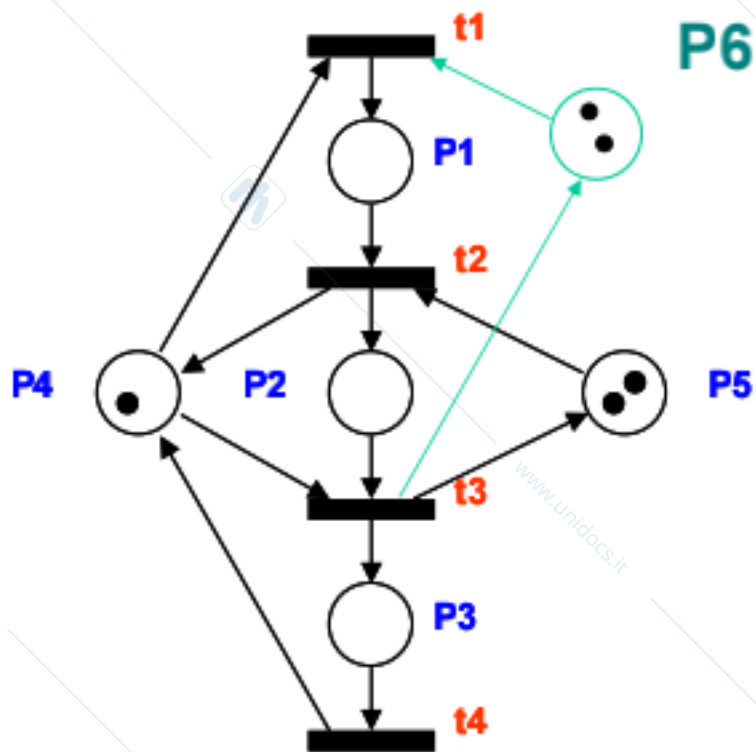
$$C_c = -L \cdot C_p = [-1 \ 0 \ 1 \ 0]$$

$$M_{c0} = b - L \cdot M_{p0} = -1 - (-3) = 2$$

Esercizio 3 (6)



- Disegnare il controllo sintetizzato:



Esercizio 3 (7)



- Proporre una modifica che permetta di eliminare la deadlock in alternativa al controllo basato su P-invarianti:

