Richiesta

Si dimostri che se nella formula utilizzata per assegnare la deadline a un processo aperiodico j_i in TBS* venisse usata la deadline del processo j_{i-1} generata dall'algoritmo iterativo all'ultima iterazione invece della deadline che assegnerebbe TBS, allora la schedulabilità dei processi periodici non sarebbe più garantita.

Dimostrazione generale

Conoscendo le formule:

TBS	TBS*
$d_k = \max\{a_k, d_{k-1}\} + \left\lceil \frac{c_k}{U_s} \right\rceil$ $d_0 = 0$	$d_k^0 = \max\{a_k, d_{k-1}^0\} + \left\lceil \frac{c_k}{U_s} \right\rceil$ $d_0^0 = 0$ $\tilde{f}_k^s = a_k + c_k + I_p(a_k, d_k^s)$ $d_k^{s+1} = \tilde{f}_k^s$ $I_p(a_k, d_k^s) = I_a(a_k, d_k^s) + I_f(a_k, d_k^s)$ $I_a(a_k, d_k^s) = \sum_{i \mid \tau_i \text{ attivo e } d_i < d_k^s} C_i(a_k)$ $I_f(a_k, d_k^s) = \sum_i \max\left\{0, \left\lceil \frac{d_k^s - next\_r_i(a_k)}{T_i} \right\rceil - 1\right\} \cdot C_i$ $next\_r_i(a_k) = \left\lceil \frac{a_k + 1}{T_i} \right\rceil \cdot T_i$

E procedendo con un'analisi più approfondita si può notare che:

da $\quad d^0_k = max\{a_k, d^0_{k-1}\} + \left\lceil \frac{c_k}{U_s} \right\rceil \quad$ (f.1)

otteniamo $\quad d^0_k - max\{a_k, d^0_{k-1}\} = \left\lceil \frac{c_k}{U_s} \right\rceil \geq \frac{c_k}{U_s} \quad$ (f.2)

da cui $\quad c_k \leq (d^0_k - max\{a_k, d^0_{k-1}\}) U_s \quad$ (f.3)

Se per determinare d^0_k usassi d^f_{k-1} (l'indice f sta per finale ossia la deadline di j_{i-1} generata all'ultima iterazione) varrebbe $\tilde{d}^0_k = max\{a_k, d^f_{k-1}\} + \left\lceil \frac{c_k}{U_s} \right\rceil$ (f.4) per cui se $d^f_{k-1} \geq a_k$ avrei che $d^0_{k-1} \geq d^f_{k-1} \geq a_k$ (f.5) , dunque sostituendo l'ipotetico $\tilde{d}^0_k = d^f_{k-1} + \left\lceil \frac{c_k}{U_s} \right\rceil$ al posto del d^0_k nella formula (f.3) e considerando che $max\{a_k, d^0_{k-1}\} = d^0_{k-1}$ per la formula (f.5), possiamo riscrivere (f.3) come:

$$c_k \leq \left(d^f_{k-1} + \left\lceil \frac{c_k}{U_s} \right\rceil - d^0_{k-1}\right) U_s \quad \text{(f.6)}$$

Da cui si può osservare che:

$$(d^0{}_{k-1} - d^f{}_{k-1}) + \frac{c_k}{U_s} \leq \left\lceil \frac{c_k}{U_s} \right\rceil \quad \text{(f.7)}$$

Poichè $(d^0{}_{k-1} - d^f{}_{k-1})$ è un termine positivo (vedi (f.5)) la disuguaglianza $\frac{c_k}{U_s} \leq \left\lceil \frac{c_k}{U_s} \right\rceil$ (f.8) non può più essere garantita nella formulazione (f.7).

Si è quindi dimostrato che adoperando $d^f{}_{k-1}$ invece di $d^0{}_{k-1}$ in (f.1) la schedulabilità dei processi periodici non è più garantita, in quanto è possibile violare la disuguaglianza (f.8), dunque è possibile violare anche la formula più "prudente" di TBS che vale solo se il problema risulta schedulabile.

Per la condizione necessaria e sufficiente di schedulabilità si ha che $U_s + U_p \leq 1$ conseguentemente sapendo che:

$U_s + U_p \leq 1$ implica $\Rightarrow$ validità di TBS $\Rightarrow$ validità di (f.1)

allora nel caso in cui (f.1) non fosse valida (perchè (f.8) viene violata):

not (validità di (f.1)) $\Rightarrow$ not(validità di TBS) $\Rightarrow$ not($U_s + U_p \leq 1$)

da cui si evince che la schedulabilità dei processi periodici non è garantita.

Disclaimer:

Questa dimostrazione è frutto di un ragionamento personale, non è stata nè fatta nè approvata dal professore, potrebbe quindi non essere corretta o ritenuta valida nel caso in cui si presentasse un quesito simile all'esame.

Lo scopo di questa dimostrazione è di essere uno spunto(vista la mancanza di esempi online) per i lettori che vogliano provare a formulare una propria dimostrazione del problema.