I test di Fisher

- Irving Fisher, anni '20: "che proprietà deve idealmente avere un indice dei prezzi?"

I test di Fisher

- Irving Fisher, anni '20: "che proprietà deve idealmente avere un indice dei prezzi?"
- **(1) Proporzionalità**: se tutti i prezzi aumentano nella stessa misura ($p_{i1} = \lambda p_{i0}$) l'indice deve crescere a quella stessa velocità

I test di Fisher

- Irving Fisher, anni '20: "che proprietà deve idealmente avere un indice dei prezzi?"
- **(1) Proporzionalità**: se tutti i prezzi aumentano nella stessa misura ($p_{i1} = \lambda p_{i0}$) l'indice deve crescere a quella stessa velocità
- Laspeyres, Paasche OK, ad es:

$$
\begin{aligned}
NIL &= \frac{\sum_{i=1}^{N} p_{i1} q_{i0}}{\sum_{i=1}^{N} p_{i0} q_{i0}} \\
&= \frac{\sum_{i=1}^{N} \lambda p_{i0} q_{i0}}{\sum_{i=1}^{N} p_{i0} q_{i0}} \\
&= \lambda
\end{aligned}
$$

I test di Fisher

- (2) **Indipendenza unità di misura** (es da Euro a Cent, da kg a grammi...)

Il test di Fisher

- (2) **Indipendenza unità di misura** (es da Euro a Cent, da kg a grammi...)
- Laspeyres, Paasche OK: denominatore e numeratore dei NI moltiplicati per la stessa costante, rapporto non cambia

Il test di Fisher

- (3) **Determinatezza**: NI non deve annullarsi né tendere all'infinito se uno dei termini elementari della formula si annulla

I test di Fisher

- (3) **Determinatezza**: NI non deve annullarsi né tendere all'infinito se uno dei termini elementari della formula si annulla
- OK per NIL e NIP con medie aritmetiche, ma NON geometriche

I test di Fisher

- **4 Reversibilità delle basi**: "prezzi di oggi il doppio di quelli di ieri" ⇔ "prezzi di ieri la metà di quelli di oggi"

$$\begin{aligned} NI_{01} &= \frac{1}{NI_{10}} \\ NI_{01} \times NI_{10} &= 1 \end{aligned}$$

I test di Fisher

- **4 Reversibilità delle basi**: "prezzi di oggi il doppio di quelli di ieri" ⇔ "prezzi di ieri la metà di quelli di oggi"

$$
\begin{aligned}
NI_{01} &= \frac{1}{NI_{10}} \\
NI_{01} \times NI_{10} &= 1
\end{aligned}
$$

- **NO** per ogni media ponderata! Es Laspeyres

$$
\begin{aligned}
NIL_{01} &= \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{p_{i0} q_{i0}}{\sum_{j=1}^{N} p_{j0} q_{j0}} \right) \frac{p_{i1}}{p_{i0}} \neq \\
NIL_{10}^{-1} &= \left[\sum_{i=1}^{N} \left(\frac{p_{i1} q_{i1}}{\sum_{j=1}^{N} p_{j1} q_{j1}} \right) \frac{p_{i0}}{p_{i1}} \right]^{-1}
\end{aligned}
$$

I test di Fisher

- **4 Reversibilità delle basi**: "prezzi di oggi il doppio di quelli di ieri" $\Leftrightarrow$ "prezzi di ieri la metà di quelli di oggi"

$$
\begin{aligned}
NI_{01} &= \frac{1}{NI_{10}} \\
NI_{01} \times NI_{10} &= 1
\end{aligned}
$$

- **NO** per ogni media ponderata! Es Laspeyres

$$
\begin{aligned}
NIL_{01} &= \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{p_{i0} q_{i0}}{\sum_{j=1}^{N} p_{j0} q_{j0}} \right) \frac{p_{i1}}{p_{i0}} \neq \\
NIL_{10}^{-1} &= \left[\sum_{i=1}^{N} \left(\frac{p_{i1} q_{i1}}{\sum_{j=1}^{N} p_{j1} q_{j1}} \right) \frac{p_{i0}}{p_{i1}} \right]^{-1}
\end{aligned}
$$

- il problema è che i **pesi sono diversi**

I test di Fisher

- **5 inversione dei fattori:** indice valore = indice prezzo × indice quantità

$$\frac{V_1}{V_0} = NI_{01}(p) \times NI_{01}(q)$$

Il test di Fisher

- **5 inversione dei fattori:** indice valore = indice prezzo × indice quantità

$$\frac{V_1}{V_0} = NI_{01}(p) \times NI_{01}(q)$$

- se vale, interessante conseguenza:

$$\frac{V_1}{NI_{01}(p)} = V_0 \times NI_{01}(q)$$

(valore finale/NIP) = (valore iniziale)×NIQ

I test di Fisher

- NO per ogni indice ponderato. Es Laspeyres

$$
\begin{aligned}
NIL_{01} &= \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{p_{i0} q_{i0}}{\sum_{j=1}^{N} p_{j0} q_{j0}} \right) \frac{p_{i1}}{p_{i0}} = \frac{\sum_{j=1}^{N} p_{j1} q_{j0}}{\sum_{j=1}^{N} p_{j0} q_{j0}} \\
NIQ_{01} &= \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{p_{i0} q_{i0}}{\sum_{j=1}^{N} p_{j0} q_{j0}} \right) \frac{q_{i1}}{q_{i0}} = \frac{\sum_{j=1}^{N} p_{j0} q_{j1}}{\sum_{j=1}^{N} p_{j0} q_{j0}}
\end{aligned}
$$

I test di Fisher

- prodotto:

$$\frac{\sum_{j=1}^{N} p_{j1} q_{j0}}{\sum_{j=1}^{N} p_{j0} q_{j0}} \times \frac{\sum_{j=1}^{N} p_{j0} q_{j1}}{\sum_{j=1}^{N} p_{j0} q_{j0}}$$

I test di Fisher

- prodotto:

$$\frac{\sum_{j=1}^{N} p_{j1} q_{j0}}{\sum_{j=1}^{N} p_{j0} q_{j0}} \times \frac{\sum_{j=1}^{N} p_{j0} q_{j1}}{\sum_{j=1}^{N} p_{j0} q_{j0}}$$

- diverso dal rapporto dei valori

$$\frac{\sum_{j=1}^{N} p_{j1} q_{j1}}{\sum_{j=1}^{N} p_{j0} q_{j0}}$$

Test di Fisher

- **6 transitività**: gli indici possono essere concatenati, come semplici rapporti di prezzi

$$NIL_{0t} = NIL_{0s} \times NIL_{st}$$

Test di Fisher

- **6 transitività**: gli indici possono essere concatenati, come semplici rapporti di prezzi
$$NIL_{0t} = NIL_{0s} \times NIL_{st}$$
- NO per ogni indice ponderato

$$NIL_{0s} \times NIL_{st} = \left[\frac{\sum_{i=1}^{N} p_{is} q_{i0}}{\sum_{j=1}^{N} p_{j0} q_{j0}} \times \frac{\sum_{i=1}^{N} p_{it} q_{is}}{\sum_{j=1}^{N} p_{js} q_{js}} \right] \neq NIL_{0t} = \frac{\sum_{i=1}^{N} p_{it} q_{i0}}{\sum_{j=1}^{N} p_{j0} q_{j0}}$$

Test di Fisher

- **6 transitività**: gli indici possono essere concatenati, come semplici rapporti di prezzi

$$NIL_{0t} = NIL_{0s} \times NIL_{st}$$

- NO per ogni indice ponderato

$$NIL_{0s} \times NIL_{st} = \left[\frac{\sum_{i=1}^{N} p_{is} q_{i0}}{\sum_{j=1}^{N} p_{j0} q_{j0}} \times \frac{\sum_{i=1}^{N} p_{it} q_{is}}{\sum_{j=1}^{N} p_{js} q_{js}} \right] \neq NIL_{0t} = \frac{\sum_{i=1}^{N} p_{it} q_{i0}}{\sum_{j=1}^{N} p_{j0} q_{j0}}$$

- misura dell'inflazione tra 0 e t con i pesi del tempo 0 diversa da quella che otteniamo "in due tappe", fermandoci in s e cambiando i pesi

Riassumendo: Laspeyres, Paasche alla prova dei test di Fisher

1 Proporzionalità	OK
2 Indip misura	OK
3 Determinatezza	OK media aritmetica
4 Reversibilità basi	**NO**
5 Inversione fattori	**NO**
6 Transitività	**NO**

Indice di Fisher

- Domanda: **è possibile migliorare?**

Indice di Fisher

- Domanda: **è possibile migliorare?**
- Fisher: sì!

$$NI\ \text{Fisher} = \sqrt{Laspeyres \times Paasche}$$

Indice di Fisher

- Domanda: **è possibile migliorare?**
- Fisher: sì!

$$NI\ \text{Fisher} = \sqrt{Laspeyres \times Paasche}$$

- soddisfa tutte le proprietà **tranne transitività**, ma errore minore che in Laspeyres e Paasche

Un'altra proprietà importante: additività

- NIL e NIP per N beni divisi in due gruppi, A e B, può essere scomposto in due parti, una per ogni gruppo:

$$NIL = \sum_{i=1}^{N} \frac{p_{i1}}{p_{i0}} w_{i0}$$
$$= \sum_{i \in A} \frac{p_{i1}}{p_{i0}} w_{i0} + \sum_{i \in B} \frac{p_{i1}}{p_{i0}} w_{i0}$$

Un'altra proprietà importante: additività

- NIL e NIP per N beni divisi in due gruppi, A e B, può essere scomposto in due parti, una per ogni gruppo:

$$NIL = \sum_{i=1}^{N} \frac{p_{i1}}{p_{i0}} w_{i0}$$
$$= \sum_{i \in A} \frac{p_{i1}}{p_{i0}} w_{i0} + \sum_{i \in B} \frac{p_{i1}}{p_{i0}} w_{i0}$$

- i due addendi però non sono medie ponderate perchè $\sum_{i \in A} w_{i0} < 1$ e $\sum_{i \in B} w_{i0} < 1$, quindi non hanno un significato chiaro

Additività

- idea: dividiamo e moltiplichiamo ogni addendo per la rispettiva somma dei pesi:

$$= \left[\sum_{i \in A} \frac{p_{i1}}{p_{i0}} \frac{w_{i0}}{\sum_{i \in A} w_{i0}} \right] \sum_{i \in A} w_{i0} + \left[\sum_{i \in B} \frac{p_{i1}}{p_{i0}} \frac{w_{i0}}{\sum_{i \in B} w_{i0}} \right] \sum_{i \in B} w_{i0}$$

Additività

- idea: dividiamo e moltiplichiamo ogni addendo per la rispettiva somma dei pesi:

$$= \left[\sum_{i \in A} \frac{p_{i1}}{p_{i0}} \frac{w_{i0}}{\sum_{i \in A} w_{i0}} \right] \sum_{i \in A} w_{i0} + \left[\sum_{i \in B} \frac{p_{i1}}{p_{i0}} \frac{w_{i0}}{\sum_{i \in B} w_{i0}} \right] \sum_{i \in B} w_{i0}$$

- $$NIL_A \sum_{i \in A} w_{i0} + NIL_B \sum_{i \in B} w_{i0}$$

  indice generale = media ponderata sottoindici

NI a utilità costante

- Laspeyres, ecc rispondono alla domanda: "**qual'è il modo migliore di la media degli indici elementari dei prezzi di N beni**?"

NI a utilità costante

- Laspeyres, ecc rispondono alla domanda: "**qual'è il modo migliore di la media degli indici elementari dei prezzi di N beni**?"
- siamo sicuri che **è la domanda giusta?**

NI a utilità costante

- Laspeyres, ecc rispondono alla domanda: "**qual'è il modo migliore di la media degli indici elementari dei prezzi di N beni**?"
- siamo sicuri che **è la domanda giusta?**
- URSS, 1924: **economia pianificata. Prezzi e salari stabiliti centralmente**.

NI a utilità costante

- Laspeyres, ecc rispondono alla domanda: "**qual'è il modo migliore di la media degli indici elementari dei prezzi di N beni**?"
- siamo sicuri che **è la domanda giusta?**
- URSS, 1924: **economia pianificata. Prezzi e salari stabiliti centralmente**.
- Il problema del pianificatore: se aumentano i prezzi è giusto aumentare anche i salari. Ma **di quanto**? ovvero...

NI a utilità costante

- Laspeyres, ecc rispondono alla domanda: "**qual'è il modo migliore di la media degli indici elementari dei prezzi di N beni**?"
- siamo sicuri che **è la domanda giusta?**
- URSS, 1924: **economia pianificata. Prezzi e salari stabiliti centralmente**.
- Il problema del pianificatore: se aumentano i prezzi è giusto aumentare anche i salari. Ma **di quanto**? ovvero...
- **"qual'è l'impatto complessivo sui consumatori degli aumenti dei prezzi di N beni?"**

NI a utilità costante

- Laspeyres, ecc rispondono alla domanda: "**qual'è il modo migliore di la media degli indici elementari dei prezzi di N beni**?"
- siamo sicuri che **è la domanda giusta?**
- URSS, 1924: **economia pianificata. Prezzi e salari stabiliti centralmente**.
- Il problema del pianificatore: se aumentano i prezzi è giusto aumentare anche i salari. Ma **di quanto**? ovvero...
- **"qual'è l'impatto complessivo sui consumatori degli aumenti dei prezzi di N beni?"**
- Konus, 1925: "è la variazione del costo di acquistare un **paniere ad utilità costante, NON** dello stesso paniere"

Il problema del consumatore ottimizzante

- Il problema del consumatore ottimizzante: due tempi, prezzi e quantità variabili

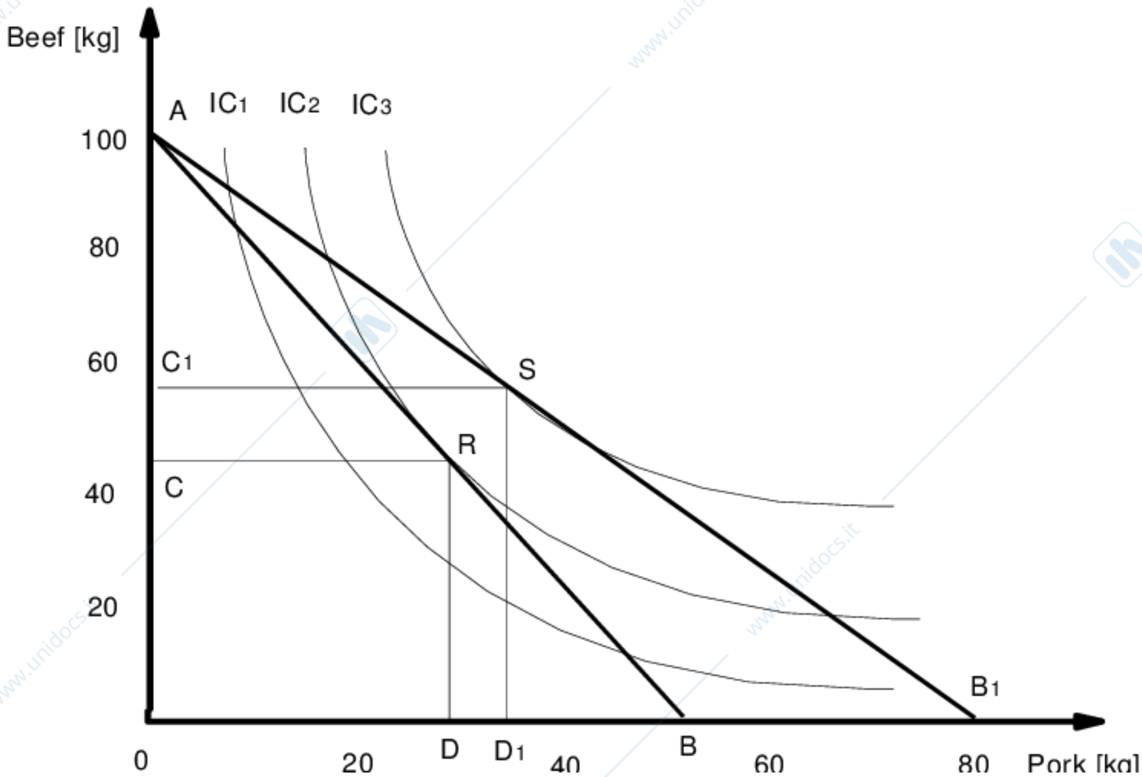
Il problema del consumatore ottimizzante

- Il problema del consumatore ottimizzante: due tempi, prezzi e quantità variabili
- periodo 1: **Max(Utilità) dato il vincolo di bilancio**

Il problema del consumatore ottimizzante

- Il problema del consumatore ottimizzante: due tempi, prezzi e quantità variabili
- periodo 1: **Max(Utilità) dato il vincolo di bilancio**
- periodo 2: **dopo** aumenti dei prezzi: **Min(spesa) sub U costante al livello del periodo 1**

Il problema del consumatore ottimizzante



NI a utilità costante

- NI Laspeyres misura l'aumento medio di un paniere a **quantità fisse al tempo 0**

NI a utilità costante

- NI Laspeyres misura l'aumento medio di un paniere a **quantità fisse al tempo 0**
- **questa è una combinazione sub-ottimale** che **sovrastima** l'aumento di spesa necessario per mantenere l'utilità costante: **distorsione da sostituzione**

NI a utilità costante

- NI Laspeyres misura l'aumento medio di un paniere a **quantità fisse al tempo 0**
- **questa è una combinazione sub-ottimale** che **sovrastima** l'aumento di spesa necessario per mantenere l'utilità costante: **distorsione da sostituzione**
- Problema non solo teorico: Rapporto Boskin, USA 1996: NIC USA sovrastimava l'inflazione, quindi gli aumenti da applicare ai trasferimenti federali ai vari stati, di oltre l'1% all'anno, non pochi spiccioli....

Soluzioni

- Paasche?

Soluzioni

- Paasche?
- distorsione opposta! basta pensare a cosa succede a un bene il cui prezzo aumenta moltissimo, quindi il consumo praticamente si azzera

Soluzioni

- Paasche?
- distorsione opposta! basta pensare a cosa succede a un bene il cui prezzo aumenta moltissimo, quindi il consumo praticamente si azzera
- **soluzione banale ma di una certa efficacia**: medie a più stadi con formule diverse

Soluzioni

- Paasche?
- distorsione opposta! basta pensare a cosa succede a un bene il cui prezzo aumenta moltissimo, quindi il consumo praticamente si azzera
- **soluzione banale ma di una certa efficacia**: medie a più stadi con formule diverse
  - **basso** livello di aggregazione, beni **altamente sostituibili** (es diversi tipi di carne): media **geometrica**

Soluzioni

- Paasche?
- distorsione opposta! basta pensare a cosa succede a un bene il cui prezzo aumenta moltissimo, quindi il consumo praticamente si azzera
- **soluzione banale ma di una certa efficacia**: medie a più stadi con formule diverse
  - **basso** livello di aggregazione, beni **altamente sostituibili** (es diversi tipi di carne): media **geometrica**
  - **alto** livello di aggregazione, beni **poco sostituibili** (es alimentari e abbigliamento): media **aritmetica**

Soluzioni

Es: M categorie poco sostituibili di prodotti altamente sostituibili all'interno di ogni categoria

$$\text{indice categoria j: } NI_j = \prod_{i=1}^{N_j} \left(\frac{p_{i0}}{p_{i1}}\right)^{s_{i0}}$$

$$s_{i0} = \frac{p_{i0} q_{i0}}{\sum_{g=1}^{N_j} p_{g0} q_{g0}}$$

$$\text{indice complessivo: } \sum_{j=1}^{M} NI_j \left(\frac{s_{j0}}{\sum_{j=1}^{N} s_{j0}}\right)$$

Soluzioni

- Soluzione migliore: **aggiornare la base dei pesi ogni anno**

Soluzioni

- Soluzione migliore: **aggiornare la base dei pesi ogni anno**
- Problema: **come calcolare l'inflazione su più anni?**

Soluzioni

- Soluzione migliore: **aggiornare la base dei pesi ogni anno**
- Problema: **come calcolare l'inflazione su più anni?**
- Soluzione: per analogia al caso degli indici semplici, indice **concatenato (NC)**

$$
\begin{aligned}
NC_{0t} &= NIL_{0,1} \times NIL_{1,2} \times \ldots \times NIL_{t-1,t} \\
&= \left[\frac{\sum_{i=1}^{N} p_{i1} q_{i0}}{\sum_{j=1}^{N} p_{j0} q_{j0}}\right] \times \left[\frac{\sum_{i=1}^{N} p_{i2} q_{i1}}{\sum_{j=1}^{N} p_{j1} q_{j1}}\right] \times \ldots \times \left[\frac{\sum_{i=1}^{N} p_{it} q_{it-1}}{\sum_{j=1}^{N} p_{it-1} q_{it-1}}\right]
\end{aligned}
$$

Soluzioni

- Soluzione migliore: **aggiornare la base dei pesi ogni anno**
- Problema: **come calcolare l'inflazione su più anni?**
- Soluzione: per analogia al caso degli indici semplici, indice **concatenato (NC)**

$$
\begin{aligned}
NC_{0t} &= NIL_{0,1} \times NIL_{1,2} \times \ldots \times NIL_{t-1,t} \\
&= \left[\frac{\sum_{i=1}^{N} p_{i1} q_{i0}}{\sum_{j=1}^{N} p_{j0} q_{j0}}\right] \times \left[\frac{\sum_{i=1}^{N} p_{i2} q_{i1}}{\sum_{j=1}^{N} p_{j1} q_{j1}}\right] \times \ldots \times \left[\frac{\sum_{i=1}^{N} p_{it} q_{it-1}}{\sum_{j=1}^{N} p_{it-1} q_{it-1}}\right]
\end{aligned}
$$

- NB

$$NC_{0t} \neq NIL_{0t} = \frac{\sum_{i=1}^{N} p_{it} q_{i0}}{\sum_{j=1}^{N} p_{j0} q_{j0}}$$

Indici concatenati

- in pratica: NI prezzi calcolati **mensilmente**

Indici concatenati

- in pratica: NI prezzi calcolati **mensilmente**
- **base di calcolo**: dicembre anno precedente

Indici concatenati

- in pratica: NI prezzi calcolati **mensilmente**
- **base di calcolo**: dicembre anno precedente
- **base dei pesi**: media anno precedente

Indici concatenati

- Es indice anno 2014 mese m

Indici concatenati

- Es indice anno 2014 mese m
- **base di calcolo**: **2013:12**

Indici concatenati

- Es indice anno 2014 mese m
- **base di calcolo**: **2013:12**
- **base dei pesi**: media 2013

$$NI_{2013,2014:m} = \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{p_{i2014:m}}{p_{i2013:12}} \right) w_{2013}$$

Indici concatenati

- Es indice anno 2014 mese m
- **base di calcolo**: **2013:12**
- **base dei pesi**: media 2013

$$NI_{2013,2014:m} = \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{p_{i2014:m}}{p_{i2013:12}} \right) w_{2013}$$

- **inflazione 2013-2014 =** (crescita da 2012:12 fino a 2013:12)×(crescita da 2013:12 a 2014:m)

$$NC_{2013,2014:m} = NI_{2012,2013:12} \times NI_{2013,2014:m}$$

Indici concatenati

generalizzando, es **inflazione 2005-2014: indice concatenato 2014:m, base di calcolo 2005:12**

$$NC_{2005,2014:m} = \left[\underbrace{NI_{2005,2006:12} \times NI_{2006,2007:12} \times \ldots \times NI_{20012,2013:12}}_{\text{prodotto di tutti gli indici intermedi mese di } \textbf{dicembre}} \right] \times NI_{2013,2014:m}$$

$$= \left[\prod_{s=2006}^{2013} NI_{s-1,s:12} \right] \times NI_{2013,2014:m}$$

Aritmetica dei numeri indici mensili: indici medi annuali

- come si calcolano NI annuali (NI^A) a partire da NI mensili?

Aritmetica dei numeri indici mensili: indici medi annuali

- come si calcolano NI annuali (NI^A) a partire da NI mensili?
- **indice annuale**: prezzi medi annuali rispetto ai prezzi dicembre anno precedente

$$NI_1^A = \sum_{j=1}^{N} \left(\frac{\frac{1}{12}\sum_{m=1}^{12} p_{j,1:m}}{p_{j,0:12}} \right) w_{j0}$$

Aritmetica dei numeri indici mensili: indici medi annuali

- come si calcolano NI annuali (NI^A) a partire da NI mensili?
- **indice annuale**: prezzi medi annuali rispetto ai prezzi dicembre anno precedente

$$NI_1^A = \sum_{j=1}^{N} \left(\frac{\frac{1}{12}\sum_{m=1}^{12} p_{j,1:m}}{p_{j,0:12}} \right) w_{j0}$$

- scambiando di posto le sommatorie (OK perché denominatore non dipende da m)

$$= \frac{1}{12} \sum_{m=1}^{12} \left(\sum_{j=1}^{N} \frac{p_{j,1:m}}{p_{j,0:12}} \right) w_{j0}$$

quindi NI annuale = media NI mensili

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

Aritmetica dei numeri indici mensili: indici medi annuali

- come si calcolano NI annuali (NI^A) a partire da NI mensili?
- **indice annuale**: prezzi medi annuali rispetto ai prezzi dicembre anno precedente

$$NI_1^A = \sum_{j=1}^{N} \left(\frac{\frac{1}{12}\sum_{m=1}^{12} p_{j,1:m}}{p_{j,0:12}} \right) w_{j0}$$

- scambiando di posto le sommatorie (OK perché denominatore non dipende da m)

$$= \frac{1}{12} \sum_{m=1}^{12} \left(\sum_{j=1}^{N} \frac{p_{j,1:m}}{p_{j,0:12}} \right) w_{j0}$$

quindi NI annuale = media NI mensili

- **tasso inflazione annuale**: crescita NI anno t rispetto a NI anno $(t-1)$

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

Aritmetica dei numeri indici mensili: indici medi annuali

- come si calcolano NI annuali (NI^A) a partire da NI mensili?
- **indice annuale**: prezzi medi annuali rispetto ai prezzi dicembre anno precedente

$$NI_1^A = \sum_{j=1}^{N} \left(\frac{\frac{1}{12}\sum_{m=1}^{12} p_{j,1:m}}{p_{j,0:12}} \right) w_{j0}$$

- scambiando di posto le sommatorie (OK perché denominatore non dipende da m)

$$= \frac{1}{12} \sum_{m=1}^{12} \left(\sum_{j=1}^{N} \frac{p_{j,1:m}}{p_{j,0:12}} \right) w_{j0}$$

quindi NI annuale = media NI mensili

- **tasso inflazione annuale**: crescita NI anno t rispetto a NI anno $(t-1)$
- NB NI(t) concatenato per avere la stessa base di NI(t-1)

L'inflazione acquisita

- **L'inflazione su base annuale non dipende solo dal confronto tra i due anni, ma anche dalla dinamica interna all'anno di partenza**

L'inflazione acquisita

- **L'inflazione su base annuale non dipende solo dal confronto tra i due anni, ma anche dalla dinamica interna all'anno di partenza**
- inflazione annuale:

L'inflazione acquisita

- **L'inflazione su base annuale non dipende solo dal confronto tra i due anni, ma anche dalla dinamica interna all'anno di partenza**
- inflazione annuale:
- $$\widehat{I}_t = \frac{(NC_t - I_{t-1})}{I_{t-1}}$$

L'inflazione acquisita

- **L'inflazione su base annuale non dipende solo dal confronto tra i due anni, ma anche dalla dinamica interna all'anno di partenza**
- inflazione annuale:
- $$\widehat{I}_t = \frac{(NC_t - I_{t-1})}{I_{t-1}}$$
- $$= \frac{\left(\frac{1}{12}\sum_{m=1}^{12} NC_{t:m} - \frac{1}{12}\sum_{m=1}^{12} I_{t-1:m}\right)}{\frac{1}{12}\sum_{m=1}^{12} I_{t-1:m}}$$

L'inflazione acquisita

- **L'inflazione su base annuale non dipende solo dal confronto tra i due anni, ma anche dalla dinamica interna all'anno di partenza**
- inflazione annuale:
- $$\widehat{I}_t = \frac{(NC_t - I_{t-1})}{I_{t-1}}$$
- $$= \frac{\left(\frac{1}{12}\sum_{m=1}^{12} NC_{t:m} - \frac{1}{12}\sum_{m=1}^{12} I_{t-1:m}\right)}{\frac{1}{12}\sum_{m=1}^{12} I_{t-1:m}}$$
- $$= \frac{\sum_{m=1}^{12} NC_{t:m}}{\sum_{m=1}^{12} I_{t-1:m}} - 1$$

L'inflazione acquisita

- **un semplice esempio: inflazione zero nell'anno 1**

L'inflazione acquisita

- **un semplice esempio: inflazione zero nell'anno 1**
- quindi $I_{1:m} = 1$ per ogni $t : m$, e

$$NC_{1:m} = I_{0:12} \times I_{1:m} = I_{0:12}$$

L'inflazione acquisita

- **un semplice esempio: inflazione zero nell'anno 1**
- quindi $I_{1:m} = 1$ per ogni $t : m$, e

$$NC_{1:m} = I_{0:12} \times I_{1:m} = I_{0:12}$$

- perciò

$$\sum_{m=1}^{12} NC_{1:m} = \sum_{m=1}^{12} I_{0:12} = 12 I_{0:12}$$

L'inflazione acquisita

- **un semplice esempio: inflazione zero nell'anno 1**
- quindi $I_{1:m} = 1$ per ogni $t : m$, e

$$NC_{1:m} = I_{0:12} \times I_{1:m} = I_{0:12}$$

- perciò

$$\sum_{m=1}^{12} NC_{1:m} = \sum_{m=1}^{12} I_{0:12} = 12 I_{0:12}$$

- e quindi il tasso di inflazione annuale è

$$\widehat{I}_1 = \frac{12 I_{0:12}}{\sum_{m=1}^{12} I_{0:m}} - 1$$

L'inflazione acquisita

- **un semplice esempio: inflazione zero nell'anno 1**
- quindi $I_{1:m} = 1$ per ogni $t : m$, e

$$NC_{1:m} = I_{0:12} \times I_{1:m} = I_{0:12}$$

- perciò

$$\sum_{m=1}^{12} NC_{1:m} = \sum_{m=1}^{12} I_{0:12} = 12 I_{0:12}$$

- e quindi il tasso di inflazione annuale è

$$\widehat{I_1} = \frac{12 I_{0:12}}{\sum_{m=1}^{12} I_{0:m}} - 1$$

- che può essere **positivo anche in assenza effettiva di inflazione in 1** (ad es se $I_{0:12} > I_{0:m}$ per ogni m)

L'inflazione acquisita: in generale

- "inflazione acquisita: rappresenta la variazione media annua dell'indice che si avrebbe ipotizzando che l'indice stesso rimanga, nei restanti mesi dell'anno, al medesimo livello dell'ultimo dato mensile disponibile" (Istat)

$$\frac{\frac{1}{12}\left[\sum_{i=1}^{m} NC_{t:i} + (12-m)\, NC_{t:m}\right]}{\frac{1}{12}\sum_{i=1}^{12} I_{0:i}} - 1$$

Tassi congiunturali e tendenziali

- Crescita **congiunturale**

$$\widehat{X}^{cong}_{t:m} = \frac{X_{t:m} - X_{t:m-1}}{X_{t:m-1}}$$

Tassi congiunturali e tendenziali

- Crescita **congiunturale**

$$\widehat{X}_{t:m}^{cong} = \frac{X_{t:m} - X_{t:m-1}}{X_{t:m-1}}$$

- Crescita **tendenziale**

$$\widehat{X}_{t:m}^{tend} = \frac{X_{t:m} - X_{t-1:m}}{X_{t-1:m}}$$

Tassi congiunturali e tendenziali

- Crescita **congiunturale**

$$\widehat{X}_{t:m}^{cong} = \frac{X_{t:m} - X_{t:m-1}}{X_{t:m-1}}$$

- Crescita **tendenziale**

$$\widehat{X}_{t:m}^{tend} = \frac{X_{t:m} - X_{t-1:m}}{X_{t-1:m}}$$

- **tasso di crescita annuale = media ponderata dei tassi di crescita tendenziali**

Tassi tendenziali ed annuali

- Es PIL $Y_t = \sum_{m=1}^{4} Y_{t:m}$, crescita annuale

$$\widehat{Y}_t = \frac{\sum_{m=1}^{4} Y_{t:m} - \sum_{m=1}^{4} Y_{t-1:m}}{Y_{t-1}}$$

Tassi tendenziali ed annuali

- Es PIL $Y_t = \sum_{m=1}^{4} Y_{t:m}$, crescita annuale

$$\widehat{Y}_t = \frac{\sum_{m=1}^{4} Y_{t:m} - \sum_{m=1}^{4} Y_{t-1:m}}{Y_{t-1}}$$

- evidenziando le differenze tendenziali

$$\widehat{Y}_t = \frac{\sum_{m=1}^{4} (Y_{t:m} - Y_{t-1:m})}{Y_{t-1}}$$

Tassi tendenziali ed annuali

- Es PIL $Y_t = \sum_{m=1}^{4} Y_{t:m}$, crescita annuale

$$\widehat{Y}_t = \frac{\sum_{m=1}^{4} Y_{t:m} - \sum_{m=1}^{4} Y_{t-1:m}}{Y_{t-1}}$$

- evidenziando le differenze tendenziali

$$\widehat{Y}_t = \frac{\sum_{m=1}^{4} (Y_{t:m} - Y_{t-1:m})}{Y_{t-1}}$$

- $$= \sum_{m=1}^{4} \frac{(Y_{t:m} - Y_{t-1:m})}{Y_{t-1}}$$

Tassi tendenziali ed annuali

- Dividendo e moltiplicando per $Y_{t-1:m}$

$$\widehat{Y}_t = \sum_{m=1}^{4} \frac{(Y_{t:m} - Y_{t-1:m})}{Y_{t-1:m}} \frac{Y_{t-1:m}}{Y_{t-1}}$$

Tassi tendenziali ed annuali

- Dividendo e moltiplicando per $Y_{t-1:m}$

$$\widehat{Y}_t = \sum_{m=1}^{4} \frac{(Y_{t:m} - Y_{t-1:m})}{Y_{t-1:m}} \frac{Y_{t-1:m}}{Y_{t-1}}$$

- $$= \sum_{m=1}^{4} \widehat{Y}_{t:m}^{tend} \frac{Y_{t-1:m}}{Y_{t-1}}$$

media ponderata dei tassi tendenziali

Indici concatenati

- Problema centrale degli indici a catena: diversamente dagli indici a base fissa, **non vale l'additività**

Indici concatenati

- Problema centrale degli indici a catena: diversamente dagli indici a base fissa, **non vale l'additività**
- indice concatenato $\neq$ media ponderata indici concatenati sottopanieri

Non additività degli indici concatenati

- N beni divisi in gruppo A e gruppo B, periodi 0, 1, 2.

Non additività degli indici concatenati

- N beni divisi in gruppo A e gruppo B, periodi 0, 1, 2.
- peso di ogni bene

$$v_i = \frac{V_i}{V},$$

Non additività degli indici concatenati

- N beni divisi in gruppo A e gruppo B, periodi 0, 1, 2.
- peso di ogni bene

$$v_i = \frac{V_i}{V},$$

- peso dei gruppi

$$\begin{aligned} v_A &= \sum_{i=1}^{N_A} v_i \\ v_B &= \sum_{i=N_A+1}^{N} v_i \end{aligned}$$

Non additività degli indici concatenati

- indice per $2:m$

$$I_{2:m} = v_1^A I_{2:m}^A + v_1^B I_{2:m}^B.$$

Non additività degli indici concatenati

- indice per $2:m$

$$I_{2:m} = v_1^A I_{2:m}^A + v_1^B I_{2:m}^B.$$

- indice concatenato aggregato

$$NC_{2:m} = c_2 I_{2:m}$$

dove

$$c_2 = I_{1:12}$$

Non additività degli indici concatenati

- indici concatenati settoriali:

$$NC^j_{2:m} = c^j_2 I^j_{2:m}, \; j = A, B.$$

dove

$$c^j_2 = I^j_{1:12}$$

Non additività degli indici concatenati

- indici concatenati settoriali:

$$NC^j_{2:m} = c^j_2 I^j_{2:m}, \; j = A, B.$$

dove

$$c^j_2 = I^j_{1:12}$$

- NB fattore di concatenamento aggregato=media ponderata fattori settoriali **con pesi 2 anni prima**

$$\begin{aligned} c_2 &= I_{1:12} \\ &= v^A_0 I^A_{1:12} + v^B_0 I^B_{1:12} \\ &= v^A_0 c^A_2 + v^B_0 c^B_2. \end{aligned}$$

Non additività degli indici concatenati

- **Domanda**: indice concatenato aggregato=media ponderata indici concatenati settoriali? cioè vale

$$NC_{2:m} = v_1^A NC_{2:m}^A + v_1^B NC_{2:m}^B?$$

Non additività degli indici concatenati

- **Domanda**: indice concatenato aggregato=media ponderata indici concatenati settoriali? cioè vale

$$NC_{2:m} = v_1^A NC_{2:m}^A + v_1^B NC_{2:m}^B?$$

- per rispondere manipoliamo un po' la relazione

Non additività degli indici concatenati

- **Domanda**: indice concatenato aggregato=media ponderata indici concatenati settoriali? cioè vale

$$NC_{2:m} = v_1^A NC_{2:m}^A + v_1^B NC_{2:m}^B ?$$

- per rispondere manipoliamo un po' la relazione
- **primo membro**, dalla def

$$\boldsymbol{NC_{2:m}} = c_2 I_{2:m}$$

Non additività degli indici concatenati

- **Domanda**: indice concatenato aggregato=media ponderata indici concatenati settoriali? cioè vale

$$NC_{2:m} = v_1^A NC_{2:m}^A + v_1^B NC_{2:m}^B?$$

- per rispondere manipoliamo un po' la relazione
- **primo membro**, dalla def

$$\boldsymbol{NC_{2:m}} = c_2 I_{2:m}$$

-

$$= c_2(v_1^A I_{2:m}^A + v_1^B I_{2:m}^B)$$

Non additività degli indici concatenati

- **Domanda**: indice concatenato aggregato=media ponderata indici concatenati settoriali? cioè vale

$$NC_{2:m} = v_1^A NC_{2:m}^A + v_1^B NC_{2:m}^B?$$

- per rispondere manipoliamo un po' la relazione
- **primo membro**, dalla def

$$\boldsymbol{NC_{2:m}} = c_2 I_{2:m}$$

-

$$= c_2 (v_1^A I_{2:m}^A + v_1^B I_{2:m}^B)$$

-

$$= c_2 v_1^A I_{2:m}^A + c_2 v_1^B I_{2:m}^B.$$

Non additività degli indici concatenati

- **Secondo membro**, dalle def degli indici concatenati settoriali

$$\boldsymbol{v_1^A NC_{2:m}^A} + \boldsymbol{v_1^B NC_{2:m}^B} = v_1^A \left(c_2^A I_{2:m}^A \right) + v_1^B \left(c_2^B I_{2:m}^B \right)$$

Non additività degli indici concatenati

- **Secondo membro**, dalle def degli indici concatenati settoriali

$$\boldsymbol{v_1^A NC_{2:m}^A + v_1^B NC_{2:m}^B} = v_1^A \left(c_2^A I_{2:m}^A \right) + v_1^B \left(c_2^B I_{2:m}^B \right)$$

- quindi additività vale se

$$c_2 v_1^A I_{2:m}^A + c_2 v_1^B I_{2:m}^B = v_1^A c_2^A I_{2:m}^A + v_1^B c_2^B I_{2:m}^B,$$

Non additività degli indici concatenati

- **Secondo membro**, dalle def degli indici concatenati settoriali

$$\boldsymbol{v_1^A NC_{2:m}^A + v_1^B NC_{2:m}^B} = v_1^A \left(c_2^A I_{2:m}^A \right) + v_1^B \left(c_2^B I_{2:m}^B \right)$$

- quindi additività vale se

$$c_2 v_1^A I_{2:m}^A + c_2 v_1^B I_{2:m}^B = v_1^A c_2^A I_{2:m}^A + v_1^B c_2^B I_{2:m}^B,$$

- ovvero

$$v_1^A (c_2 - c_2^A) I_{2:m}^A + v_1^B (c_2 - c_2^B) I_{2:m}^B = 0.$$

Non additività degli indici concatenati

- cerchiamo di scrivere $(c_2 - c_2^A)$ e $(c_2 - c_2^B)$ in funzione di $(c_2^B - c_2^A)$

Non additività degli indici concatenati

- cerchiamo di scrivere $(c_2 - c_2^A)$ e $(c_2 - c_2^B)$ in funzione di $(c_2^B - c_2^A)$
- dalla def del fattore di concatemento aggregato, sottraendo e sommando c_2^A

$$c_2 = v_0^A c_2^A + v_0^B c_2^B + c_2^A - c_2^A$$

Non additività degli indici concatenati

- cerchiamo di scrivere $(c_2 - c_2^A)$ e $(c_2 - c_2^B)$ in funzione di $(c_2^B - c_2^A)$
- dalla def del fattore di concatemento aggregato, sottraendo e sommando c_2^A

$$c_2 = v_0^A c_2^A + v_0^B c_2^B + c_2^A - c_2^A$$

-

$$= c_2^A + (v_0^A - 1) c_2^A + v_0^B c_2^B$$

Non additività degli indici concatenati

- cerchiamo di scrivere $(c_2 - c_2^A)$ e $(c_2 - c_2^B)$ in funzione di $(c_2^B - c_2^A)$
- dalla def del fattore di concatemento aggregato, sottraendo e sommando c_2^A
$$c_2 = v_0^A c_2^A + v_0^B c_2^B + c_2^A - c_2^A$$
-
$$= c_2^A + (v_0^A - 1)c_2^A + v_0^B c_2^B$$
- poichè $v_0^A + v_0^B = 1$,vale anche che $v_0^A - 1 = -v_0^B$, quindi risistemando:
$$c_2 - c_2^A = v_0^B (c_2^B - c_2^A).$$

Non additività degli indici concatenati

- cerchiamo di scrivere $(c_2 - c_2^A)$ e $(c_2 - c_2^B)$ in funzione di $(c_2^B - c_2^A)$
- dalla def del fattore di concatemento aggregato, sottraendo e sommando c_2^A

$$c_2 = v_0^A c_2^A + v_0^B c_2^B + c_2^A - c_2^A$$

- $$= c_2^A + (v_0^A - 1) c_2^A + v_0^B c_2^B$$

- poichè $v_0^A + v_0^B = 1$,vale anche che $v_0^A - 1 = -v_0^B$, quindi risistemando:

$$c_2 - c_2^A = v_0^B (c_2^B - c_2^A).$$

- Operando analogamente

$$c_2 - c_2^B = -v_0^A (c_2^B - c_2^A).$$

Non additività degli indici concatenati

- Sostituendo nella condizione da verificare:

$$v_1^A v_0^B (c_2^B - c_2^A) I_{2:m}^A - v_1^B v_0^A (c_2^B - c_2^A) I_{2:m}^B = 0.$$

Non additività degli indici concatenati

- Sostituendo nella condizione da verificare:

$$v_1^A v_0^B (c_2^B - c_2^A) I_{2:m}^A - v_1^B v_0^A (c_2^B - c_2^A) I_{2:m}^B = 0.$$

- vera se e solo se:

$$I_{2:m}^A \frac{v_1^A}{v_0^A} = I_{2:m}^B \frac{v_1^B}{v_0^B}.$$

Non additività degli indici concatenati

- Sostituendo nella condizione da verificare:

$$v_1^A v_0^B (c_2^B - c_2^A) I_{2:m}^A - v_1^B v_0^A (c_2^B - c_2^A) I_{2:m}^B = 0.$$

- vera se e solo se:

$$I_{2:m}^A \frac{v_1^A}{v_0^A} = I_{2:m}^B \frac{v_1^B}{v_0^B}.$$

- dinamica relativa dei prezzi $(I_{2:m}^A / I_{2:m}^B)$ *esattamente* inversamente proporzionale a quella delle quote

Non additività degli indici concatenati

- Sostituendo nella condizione da verificare:

$$v_1^A v_0^B (c_2^B - c_2^A) I_{2:m}^A - v_1^B v_0^A (c_2^B - c_2^A) I_{2:m}^B = 0.$$

- vera se e solo se:

$$I_{2:m}^A \frac{v_1^A}{v_0^A} = I_{2:m}^B \frac{v_1^B}{v_0^B}.$$

- dinamica relativa dei prezzi $(I_{2:m}^A / I_{2:m}^B)$ *esattamente* inversamente proporzionale a quella delle quote
- condizione talmente restrittiva che in pratica non si realizzerà mai: **indici concatenati non sono additivi**