PROPOSIZIONE:

ⓐ $f_{Y|x_i} = f_Y \ \forall i$, le dis. cond. di Y sono identiche e uguali alla marginale

ⓑ $n_{ij} = \frac{n_{i0} \cdot n_{0j}}{N} \ \forall i, j$ *

ⓒ $f_{X|Y_j} = f_X \ \forall j$

$a \iff b \iff c$

Dimostriamo che 2 è più piccolo di 3:

$\left(\frac{1}{2}\right)^3 < \left(\frac{1}{2}\right)^2$, dato che il logaritmo è una funzione monotona (preserva l'ordine), allora:

$\log\left(\frac{1}{2}\right)^3 < \log\left(\frac{1}{2}\right)^2 \Rightarrow 3\cancel{\log\frac{1}{2}} < 2\cancel{\log\frac{1}{2}} \Rightarrow 3 > 2$

num. negativo (cambia il segno)

TABELLA DI INDIPENDENZA:

(i) stessi margini

(ii) freq. congiunte date da $\hat{n}_{ij} = \frac{n_{i0} \cdot n_{0j}}{N} \ \forall i, j$

EX: $n_{23} = 5$; $\hat{n}_{23} = \frac{20 \cdot 24}{50} = 9,6$

immaginiamo:

X \ Y	NO	SI	
NO	10	30	40
SI	40	20	60
	50	50	100

TAB. OSSERVATA

X \ Y	NO	SI	
NO	20	20	40
SI	30	30	60
	50	50	100

$\frac{50 \cdot 40}{100}$

$\frac{50 \cdot 60}{100}$

TAB. DI IND.

16-10-19

$C_{ij} = \frac{n_{ij} - \hat{n}_{ij}}{\hat{n}_{ij}}$

Media quadratica ponderata delle contingenze:

$$\Psi = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_i\sum_j \left(\underbrace{\frac{n_{ij} - \hat{n}_{ij}}{\hat{n}_{ij}}}_{C_{ij}}\right)^2 \cdot \hat{n}_{ij}} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_i\sum_j \frac{(n_{ij} - \hat{n}_{ij})^2}{\hat{n}_{ij}}} =$$

$$= \sqrt{\frac{1}{N}\sum_i\sum_j \frac{n_{ij}^2 + \hat{n}_{ij}^2 - 2n_{ij}\hat{n}_{ij}}{\hat{n}_{ij}}} = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_i\sum_j \frac{n_{ij}^2}{\hat{n}_{ij}} + \frac{1}{N}\sum_i\sum_j \hat{n}_{ij} - \frac{2}{N}\underbrace{\sum_i\sum_j n_{ij}}_{N}}$$

$\hat{n}_{ij} \rightarrow \frac{n_{i0} \cdot n_{0j}}{N}$; (*)

(*) $\sum_i\sum_j \hat{n}_{ij} = \sum_i\sum_j \frac{n_{i0} \cdot n_{0j}}{N} = \frac{1}{N}\sum_i\sum_j n_{i0} \cdot n_{0j} \cdot n_{0j} = \frac{1}{N}\underbrace{\sum_i n_{i0}}_{N}\underbrace{\sum_j n_{0j}}_{N} = N$