$$= \sqrt{\frac{1}{N}\sum_i\sum_j n_{ij}^2 \cdot \frac{N}{n_{i0}\cdot n_{0j}} + \frac{1}{\cancel{N}}\cdot \cancel{N} - \frac{2\cdot \cancel{N}}{\cancel{N}}} = \sqrt{\sum_i\sum_j \frac{n_{ij}}{n_{i0}\cdot n_{0j}} - 1}$$

$$\boxed{\Psi = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_i\sum_j \left(\frac{n_{ij}-\hat{n}_{ij}}{\hat{n}_{ij}}\right)^2 \cdot \hat{n}_{ij}}} \quad ; \quad \Psi = 0 \iff n_{ij} = \hat{n}_{ij} \ , \ \forall i,j$$

DIPENDENZA PERFETTA DI Y DA X

Def.: A ogni modalità di X corrisponde una sola modalità di Y: se $t \le s$ (num. di colonne minore/uguale al num. di righe)

	Y_1	Y_2	Y_3
X_1	5	0	0
X_2	0	0	7
X_3	0	4	0

oppure

	Y_1	Y_2
X_1	5	0
X_2	0	8
X_3	0	4

se è X_1 allora è Y_1
se è X_2 allora è Y_2
se è X_3 allora è Y_3
(dipendenza perfetta)

(1) se $t \le s$ allora Ψ è max quando Y dipende perfettamente da X.
(2) se $s \le t$ allora Ψ è max quando X dipende perfettamente da Y.

PROPOSIZIONE: (1) $\max \Psi = \sqrt{t-1}$
(2) $\max \Psi = \sqrt{s-1}$
se la tabella è quadrata: $\sqrt{t-1} = \sqrt{s-1}$

C (Cramér): $\dfrac{\Psi}{\sqrt{\min(s-1,t-1)}}$, $C \in [0,1]$ → dip. perf. nel verso possibile

indipendenza

17-10-19

$X \backslash Y$	Y_1 ... Y_j ... Y_t	
X_1		
X_i	-- n_{ij} --	n_{i0}
X_s		
	n_{0j}	N

$$\hat{n}_{ij} = \frac{n_{i0}\cdot n_{0j}}{N}$$

$$X^2 = \sum_i\sum_j \frac{(n_{ij}-\hat{n}_{ij})^2}{\hat{n}_{ij}}$$

→ le due sommatorie possono anche essere scambiate

poniamo: $X^2 = \frac{N}{N}\sum_i\sum_j \frac{(n_{ij}-\hat{n}_{ij})^2}{\hat{n}_{ij}}$ Ψ^2 $\Rightarrow$ $\boxed{X^2 = N\Psi^2}$

INDIPENDENZA IN MEDIA

Media
$\mu_Y(X_1)$
=
$\mu_Y(X_i)$
=
$\mu_Y(X_s)$
μ_Y

→ $\mu_Y(x_i) = \sum_j \frac{y_j \cdot n_{ij}}{n_{i0}}$ media di Y condizionata a $X = x_i$

→ $\mu_Y = \sum_i \frac{\mu_Y(x_i)\cdot n_{i0}}{N}$ PROPRIETÀ ASSOCIATIVA