www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

Probabilità

La probabilità indica quanto un evento sia probabile, tanto più è elevata e tanto più l'evento ci sarà. Per questo motivo si sono studiati modi per poterla determinare partendo da diversi tipi di osservazioni.

Esperimento aleatorio→ è un processo che porta a due o più risultati senza che si possa prevedere quale di questi si realizzerà. Es. lancio di una moneta
In questo tipo di esperimento possiamo definire tutti i possibili risultati come eventi elementari.
L'insieme degli eventi elementari di un esperimento prende il nome di spazio campionario.

Eventi

- Un evento è un sottoinsieme qualunque composto da eventi elementari di uno spazio campionario. Si dice che l'evento si verifica quando il risultato dell'esperimento è uno degli elementi elementari che lo compongono.
- L'evento impossibile è rappresentato dall'insieme vuoto ed è l'assenza di eventi elementari.
- L'evento certo è un insieme che contiene tutti gli eventi elementari ed è l'insieme stesso.

Intersezione di eventi

L'intersezione di eventi è l'insieme di tutti gli eventi elementari che appartengono ad entrambi gli eventi e si ha solo quando entrambi gli eventi si verificano.

La probabilità congiunta è la probabilità che l'intersezione degli eventi si verifichi. È possibile che l'intersezione di eventi non presenti eventi elementari e perciò risulterà impossibile.

Unione di eventi

L'unione di eventi è l'insieme di tutti gli eventi elementari che fanno parte di almeno un evento.

L'unione si verifica se uno degli eventi si verifica, o entrambi. Se l'unione di eventi comprendesse tutto lo spazio campionario allora potremmo dire che è collettivamente esaustivo, cioè si verificherà sempre l'evento.

Evento complementare

L'evento complementare è l'insieme di eventi elementari che fanno parte dello spazio campionario, ma non dell'evento.

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

Assiomi della probabilità

La probabilità può assumere valori da 0 a 1:

- Evento=0→ evento che non si verificherà
- Evento=1→ evento certo

<u>Esistono diversi approcci alla probabilità:</u>

- Classico→ in questa definizione si ipotizza che tutti i risultati dello spazio campionario siano ugualmente possibili, la probabilità di un evento è la proporzione di volte che l'evento si verifica. Si determina dividendo il numero di eventi elementari che soddisfano l'evento per il numero di eventi elementari dello spazio campionario. In questa definizione è richiesto conoscere il numero totale degli eventi elementari, siccome trovarli tutti sarebbe troppo dispendioso in termini di tempo si utilizza una formula per la determinazione del numero di combinazioni.

$$C_{n,k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!} \quad n > k$$

$$\hat{P}_n(E) = \frac{n_E}{n} = \frac{\text{Numero di prove in cui si è verificato } E}{\text{Numero totale di prove}}$$

- Frequentista→ indica il limite della proporzione di volte in cui l'evento A si verifica in un numero elevato di ripetizioni dell'esperimento.

  Nel caso si utilizzi questo metodo dobbiamo stare attenti nella scelta delle fonti che potrebbero essere inesistenti e portare a risultati falsati, per questo è consigliabile verificare i dati con più di una fonte.
- Soggettiva→ è la probabilità che esprime i livello individuale di fiducia del verificarsi di un evento, vengono utilizzati in alcuni aspetti della gestione aziendale
- Assiomatico→ è una definizione per calcolare e trasformare numericamente le probabilità, è composto da tre regole:
  - 0<= evento<=1 → cioè la probabilità è compresa tra 0 e 1
  - -
  - P(S)=1→ quando si effettua un esperimento deve succedere qualcosa

La somma delle probabilità dello spazio campionario vale 1.

<u>Conseguenze degli assiomi:</u>

- Se lo spazio campionario è formato da eventi elementari equamente probabili allora la probabilità è 1/n per ogni evento elementare.
- La probabilità che un evento si verifichi è di Na/n
- Se due eventi sono mutualmente esclusivi, la probabilità della loro unione è pari alla somma delle probabilità dei due
- Se esistono degli eventi collettivamente esaustivi la probabilità della loro unione è =1

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

Regole della probabilità

Regola dell'evento complementare

Sia A un evento e B il suo complementare, notiamo che sono eventi mutualmente esclusivi e collettivamente esaustivi. Possiamo dedurre che p(B)=1-P(A)

Regola additiva

Siano A e B due eventi. Usando la regola additiva delle probabilità, la probabilità della loro unione è: P (A U B) = P(A) + P(B) – P (A ∩ B)

Probabilità condizionata

La probabilità condizionata dell'evento A, sapendo che l'evento B si è verificato, è identificata dal simbolo P(A|B) e si ricava come:

- $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$
- $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$

Regola moltiplicativa delle probabilità

Usando la regola moltiplicativa delle probabilità, la probabilità della loro intersezione può essere derivata dalla probabilità condizionata come:

- $P(A \cap B) = P(A|B)\,P(B)$
- $P(A|B)\,P(B) = P(B|A)\,P(A)$

Indipendenza statistica

Caso speciale nel quale P(A|B) =P(A), non è vero in generale, ma quando questo si veridica sapere che B si è verificato non cambia la probabilità dell'evento A.

Due eventi sono detti indipendenti solo se→ P(A|B) = P(A) P(B)

Da questo segue anche che:

- P(A|B) = P(A)
- P(B|A) = P(B)

C'è una differenza tra i termini mutualmente esclusivi e indipendenti in quanto il primo indica che al verificarsi un evento l'altro non può realizzarsi (quindi non sono indipendenti), mentre il secondo sostiene che un evento non influenza l'altro.

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari

Probabilità bivariate

Viene utilizzata in problemi con insiemi di eventi distinti fra di loro. Questi problemi vengono studiati mediante tabelle a doppia entrata. Gli eventi A e B sono mutualmente esclusivi, una loro intersezione può verificarsi tra qualsiasi evento dei due insiemi dando vita a eventi elementari di un esperimento casuale. Due insiemi di eventi, considerati congiuntamente, sono chiamati bivariate e le relative probabilità sono dette probabilità bivariate.

<u>Probabilità congiunte e marginali</u>

- Le probabilità delle intersezioni sono chiamate probabilità congiunte
- Le probabilità dei singoli eventi sono dette probabilità marginali

Gli odds sono il rapporto tra la probabilità che l'evento si verifichi e la probabilità del suo evento complementare.

Overinvolt ratio→ rapporto tra le probabilità condizionate di un evento, se questo rapporto è:

- >1 → significa che l'evento A1 aumenta il rapporto degli odds condizionati in favore di B1
- <1 → significa che non influenza un evento

Si determina facendo $\frac{P(A1|B1)}{\mathrm{P(A1|B2)}}$

<u>Teorema di Baynes</u>

- P(A|B) =$\frac{P\ (A|B)\ P\ (B)}{\mathrm{P(B)}}$
- P(B|A) = $\frac{P(B|A)\ P(A)}{\mathrm{P(B)}}$

I passi risolutivi per il teorema di Baynes sono:

- Definizione del sottoinsieme di eventi relativi al problema
- Definizione delle probabilità per gli eventi considerati al punto 1
- Calcolo delle probabilità degli eventi complementari
- Applicazione del teorema di Baynes per calcolare le probabilità necessarie alle risoluzione dei problemi

www.unidocs.it - Appunti e dispense per superare i tuoi esami universitari