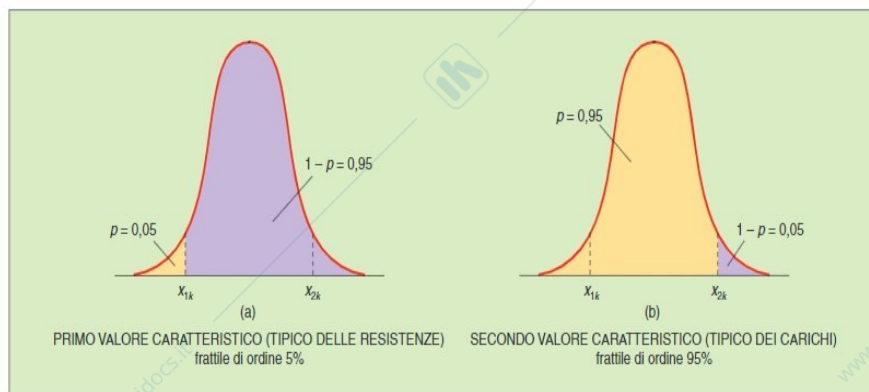


Tensioni ammissibili (frattile, fattore sicurezza, vantaggi e svantaggi).

Obiettivo della progettazione strutturale è quello di definire le caratteristiche della struttura (materiali, forma, dimensioni) in modo tale da garantire che la costruzione durante la sua vita di esercizio soddisfi i requisiti di resistenza, stabilità, efficienza funzionale e durabilità. Per raggiungere questo obiettivo si utilizzano procedure di analisi strutturale con un prefissato margine di sicurezza. La necessità di introdurre il concetto di margine di sicurezza deriva dalle caratteristiche aleatorie delle azioni e delle resistenze che sono grandezze che se misurate, non assumono di volta in volta un unico valore da assegnare, ma che restituiscono un valore differente, casuale. Per misurare la sicurezza di una struttura, esistono quindi due approcci fondamentali, quello “deterministico o livello 0”, in cui i risultati degli n esperimenti effettuati, restituiscono per n volte lo stesso risultato e in questo caso la misura viene espressa con un numero e quello “probabilistico o livello 3” (livello 1 semi-probabilistico, livello 2 probabilistico approssimato) che riguarda la misura di variabili aleatorie attraverso la funzione di densità di probabilità. Poiché la maggior parte delle variabili che intervengono nei problemi di ingegneria sono di tipo aleatorio, il metodo probabilistico è a tutt'oggi il metodo più usato, metodo più realistico anche se più complesso rispetto al metodo deterministico. Nella pratica corrente, si ricorre a metodi semplificativi di livello intermedio (livello 1) i quali considerano come uniche variabili le resistenze dei materiali e le azioni. Per entrambe le variabili si ipotizza che la funzione densità di probabilità sia di tipo normale o gaussiana e una volta nota



la distribuzione probabilistica, si assume come valore di riferimento il valore caratteristico o frattile di ordine k , che viene fissato nella misura del 5%. Si definisce come valore caratteristico della resistenza o tensione a rottura del materiale e si indica con f_k , quel valore che ha la probabilità del

95% di essere superato (**frattile inferiore**). Analogamente si definisce come valore caratteristico dell'azione e si indica con F_k , quel valore dell'azione che ha la probabilità del 5% di essere superato (**frattile superiore**). La verifica della sicurezza, si formula in maniera generale, attraverso la disuguaglianza $S \leq R$, dove S è l'effetto indotto dai carichi applicati alla struttura che deve essere minore di R , la capacità della struttura di resistere alle sollecitazioni agenti. Poiché garantire la sicurezza delle opere civili è particolarmente complesso, ci si affida a procedimenti uniformi e collaudati, regolati da norme specifiche, detti metodi di calcolo. Tutti i metodi concordano nel ritenere non sufficientemente sicuro assumere nelle verifiche, i valori caratteristici dei carichi e delle resistenze e tale incertezza comporta l'applicazione a questi valori di un ulteriore coefficiente di sicurezza. Riduttivo per le azioni e maggiorativo per le resistenze. I metodi di calcolo sono storicamente stati introdotti dalla seconda metà dell'800 e sono il metodo delle tensioni ammissibili, metodo a rottura, il metodo degli stati limite che costituisce oggi il metodo semi-probabilistico più riconosciuto e più utilizzato in tutto il mondo per la valutazione della sicurezza delle strutture. Il **metodo delle tensioni ammissibili** appartiene al livello 0 e consiste nel determinare le tensioni massime prodotte

dalle azioni applicate in punti caratteristici della struttura, nell'ipotesi che i materiali siano omogenei, isotropi e con comportamento elastico lineare. Secondo questo criterio, imponendo l'introduzione di un unico coefficiente di sicurezza da applicare al valore caratteristico della resistenza del materiale, la verifica di sicurezza si considera soddisfatta se, in condizioni normali di esercizio, il valore massimo delle tensioni indotte in ogni punto della struttura deve risultare minore della tensione detta tensione ammissibile (σ_{amm}). La tensione ammissibile si ottiene da f_k/γ cioè dalla tensione di rottura del materiale (f_k) ridotta mediante un opportuno coefficiente o **fattore di sicurezza (γ)** che considera diversi fattori di incertezza (carichi, modello di calcolo, materiali, etc..) e che per il calcestruzzo è pari a 3, mentre per l'acciaio. La relazione di sicurezza risulta quindi $\sigma_{max} < \sigma_{amm}$ e dato che molte volte non si ha a che fare con una sola componente delle tensioni, ma spesso con più componenti, la formulazione diviene $\Sigma \sigma_{max} < \sigma_{amm}$ dove il simbolo sommatoria indica la combinazione delle tensioni esterne più gravi che come risultato producono la tensione massima di riferimento. La normativa vigente consente l'utilizzo di tale metodo solo per costruzioni di tipo 1, tipo 2, classi d'uso di tipo I, tipo II limitatamente però a siti ricadenti in zone a bassissimo rischio sismico. Al metodo si possono muovere le seguenti critiche:

- è un metodo deterministico e quindi non tiene conto dell'aleatorietà delle variabili;
- con un unico coefficiente di sicurezza, apparentemente elevato, sotto un aspetto psicologico, le diverse figure responsabili della realizzazione dell'opera possono essere propense a poter disporre di ampi margini di sicurezza, a proprio esclusivo vantaggio;
- non è possibile tenere conto dell'effetto di eventuali iperstaticità della struttura;
- l'ipotesi di comportamento lineare del materiale, comporta che lo stato di tensione considerato nelle verifiche, possa non essere corretto, poiché le tensioni localmente possono dipendere dalla presenza di fenomeni reologici, dalla presenza di fessure, etc.;
- impossibile effettuare verifiche diverse dallo stato di tensione;
- non è possibile avere indicazioni precise sul miglioramento della sicurezza, se non un generico aumento in casi di variazione della sezione o miglioramenti del materiale.

Al contrario il metodo presenta alcuni importanti vantaggi:

1. assumendo la risposta della struttura come elastico-lineare per la determinazione delle sollecitazioni nelle varie zone della struttura, è possibile utilizzare il "principio della sovrapposizione degli effetti";
2. in campo statico, questo metodo ha dato in Italia per almeno 150 anni, una buona attendibilità della valutazione delle sollecitazioni e della sicurezza delle strutture.

Stati Limite (S.L.U. , S.L.E. , disposizioni costruttive nel cemento armato).

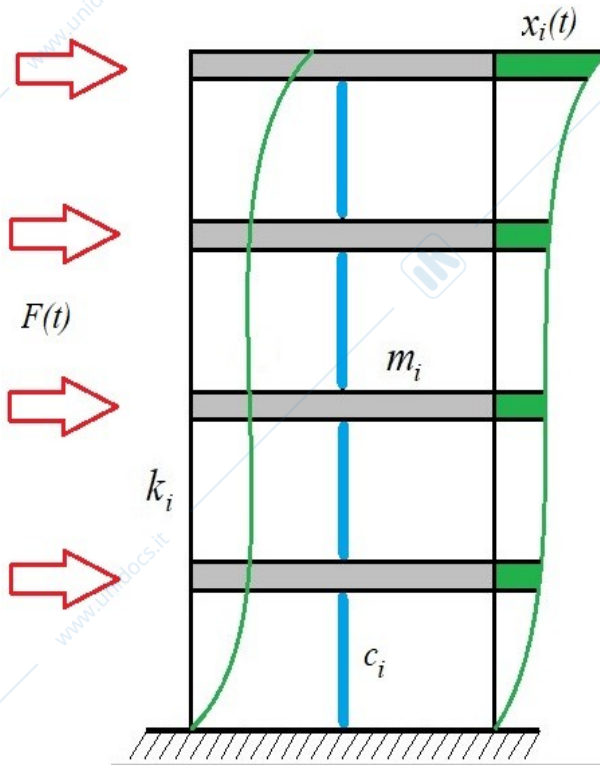
Le strutture devono essere progettate in modo tale da consentirne la prevista utilizzazione con l'adeguato livello di sicurezza richiesto dalle norme vigenti in materia e contenendone i costi. La sicurezza e le prestazioni di un'opera o di una parte di essa devono essere valutate in relazione agli **stati limite** che si possono verificare durante la vita nominale. Lo stato limite è la condizione al di là della quale, la struttura non soddisfa più le esigenze di comportamento per le quali è stata progettata. Le norme distinguono due tipi di stati limite da analizzare in fase di progettazione: 1) **stato limite ultimo (S.L.U)**: è lo stato oltre il quale si possono avere cedimenti strutturali che mettono in pericolo la sicurezza delle persone o delle cose. Il superamento dello s.l.u che ha carattere irreversibile e si definisce collasso, può avvenire a causa della perdita di resistenza o di stabilità, per fatica, per spostamenti o deformazioni eccessive, per il cedimento o degrado o usura di materiali, per la formazione nella struttura di un numero sufficiente di cerniere plastiche che creano una labilità locale o che interessano l'intera struttura, per eventi eccezionali quali incendio o esplosioni, ecc.. Tipica è la verifica a resistenza. 2) **stato limite di esercizio (S.L.E)**: è lo stato oltre il quale l'utilizzo della struttura non è più ottimale e la costruzione, pur non manifestando cedimenti strutturali, non può essere utilizzata per garantire la funzionalità, il comfort della popolazione e l'estetica. Il superamento di uno stato limite di esercizio può avere carattere reversibile o irreversibile e può avvenire a causa di deformazioni che danneggiano elementi non strutturali (pavimenti o intonaci), ne peggiorano l'aspetto o ne limitano l'utilizzo, oscillazioni o vibrazioni che possano comprometterne l'uso, danni localizzati (ad esempio le fessurazioni del calcestruzzo, anche se entro certi margini di tolleranza si dice che il calcestruzzo è "autoriparante") che possono influire negativamente sull'aspetto e sulla durabilità della struttura. Tipica è la verifica per fessurizzazione per le strutture in c.a. Nel calcolo strutturale che ha lo scopo di garantire che nessuno stato limite venga superato, per ridurre le incertezze relative al valore aleatorio delle grandezze, si fa ricorso al metodo semi-probabilistico degli stati limite, in cui nei riguardi di tutte le azioni, sia permanenti che variabili, si applica un fattore di sicurezza (γ) che riduce ulteriormente la probabilità che la costruzione sia interessata nel corso della sua vita nominale da carichi superiori. Per procedere al calcolo delle azioni di progetto (F_d) si utilizzano le formule di combinazione fondamentali:

1. $F_d = G \gamma_g + P \gamma_p + Q_{k1} \gamma_{qk1} + \sum Q_{kj} \Psi_j \gamma_{qj}$ (SLU);
2. $F_d = G + P + Q_{k1} + \sum Q_{kj} \Psi_j$ (S.L.E irreversibili);
3. $F_d = G + P + \sum Q_{kj} \Psi_j$ (S.L.E reversibili);

dove G indica il valore nominale dei carichi permanenti; Q_{k1} indica il valore caratteristico di uno degli n carichi variabili presenti, assunto di volta in volta come azione dominante nelle varie combinazioni; Q_{kj} indica il valore caratteristico delle altre $n-1$ azioni variabili, che possono agire contemporaneamente all'azione dominante e che vengono moltiplicati per i fattori di sicurezza γ_{g1} e γ_{qj} che riducono ulteriormente la probabilità che questi possano essere superati, il valore Ψ_j sempre minore di 1 e chiamato "coefficienti di combinazione", che varia a seconda delle categorie (residenziali, uffici, commerciali, biblioteche, rimesse e parcheggi, coperture, etc); P azioni di presollecitazione (nel c.a precompresso). Da considerare inoltre, i

carichi eccezionali A (incendi, esplosioni, urti ed impatti) e infine quelli dei sisma E (terremoti). Dalle formule di combinazione è utile sottolineare: 1) nella verifica agli s.l.u, nel caso in cui il carico in esame (permanente o variabile), sia favorevole alla sicurezza (cioè rende meno gravosa una condizione di carico) allora andrà moltiplicato per i valori minimi dei coefficienti γ ; se sfavorevole alla sicurezza (cioè che rende più gravosa una condizione di carico) andrà moltiplicato per i valori massimi; 2) i carichi sono moltiplicati per i coefficienti di sicurezza solo nella combinazione agli s.l.u, poiché agli s.l.e. sono assunti direttamente con il valore caratteristico e restano esclusi dalla combinazione i carichi che danno un contributo sfavorevole alle combinazioni. Attraverso le **disposizioni costruttive nel cemento armato**, è possibile realizzare il passaggio fondamentale tra il modello di calcolo strutturale e il modello di resistenza che vado a mettere realmente in opera, stabilendo i criteri per disporre le armature al fine di soddisfare i requisiti prestazionali alla base del calcolo di progetto. Alcuni esempi di disposizioni costruttive nel c.a: 1) le distanze tra i ferri in acciaio, $d \geq \phi(\text{ferri})$ (se il diametro dei ferri è $\phi 20$ allora la distanza dovrà essere almeno 20 mm o 2 cm). 2) il diametro del mandrino di piegatura, che dipende dalla duttilità dell'acciaio utilizzato e dal diametro dei ferri (si passa da un minimo $\phi 2,5$ a un massimo di $\phi 7$). 3) la qualità dell'aderenza che possiamo ottenere tra i ferri e il c.l.s., funzione del profilo del ferro (liscio o nervato), della posizione dell'armatura nel getto (se in zona più o meno compatta del cls), dall'inclinazione dell'armatura rispetto alla direzione del getto del cls. 4) diametro equivalente, si considera in caso di gruppi di ferri (2 o 3), dove $\phi_n = \phi \sqrt{n}$, e n rappresenta il numero dei ferri. 5) la lunghezza di ancoraggio (L_b), ovvero la lunghezza necessaria ad ancorare un ferro che è soggetta alla tensione di snervamento, che sarà data $L_b = \phi / 4 (f_{yd} / f_{bd})$ cioè il prodotto tra un quarto del diametro del ferro e il rapporto tra le resistenze di aderenza dell'acciaio e del cls. 6) l'operazione di ancoraggio, necessaria per consentire la completa trasmissione delle forze interne al c.l.s. Esistono vari sistemi dal più classico che è quello dritto, al piego a 90° tipico delle estremità che si effettua intorno al mandrino per poi proseguire per almeno $2,5\phi$, al gancio con angolo di curvatura a 150° sino ad arrivare all'ancoraggio ad uncino. Altro tipo di ancoraggio che si utilizza quando ci sono forti concentrazioni di armature al fine di non ostacolare l'assemblaggio delle reti per la presenza di una serie di pieghi, uncini, etc è quello di saldare trasversalmente un ferro rispetto a quello longitudinale, ferro che dovrà avere particolari caratteristiche sia per il diametro (ϕ pari al 60% di quello longitudinale) sia di posizione (poiché scarica la tensione al c.l.s, dovrà essere saldato ad una distanza dalla sezione in cui vogliamo avere la massima efficienza, di almeno 5ϕ). 7) le giunzioni, che rappresentano un intervento inevitabile nei ferri, poiché la lunghezza commerciale di produzione di 12mt., che deriva dalla necessità di trasporto (lunghezza max cassone autocarro 15 mt. in casi speciali), nella maggior parte dei casi non è sufficiente. Anche in questo caso ci sono vari sistemi, come la sovrapposizione di due ferri permettendo il passaggio del cls tra loro, con specifici criteri per la lunghezza di sovrapposizione (L_s), oppure la saldatura avvicinando i ferri testa a testa e saldandoli lateralmente con altri due ferri, ma controllando sempre il tipo di acciaio dato che non tutti gli acciai sono saldabili e che la lunghezza di sovrapposizione sia entro certi limiti; 8) le armature minime, con tutta una serie di disposizioni anche in questo caso relative al diametro e distanze dei ferri, aree minime dell'acciaio, etc, che devono essere inserite al fine di coprire errori di calcolo, errori esecutivi, etc anche se dal calcolo progettuale non risulterebbe la necessità di inserimento.

Oscillazioni libere di un sistema a più gradi di libertà (pulsazioni proprie, massa modale, calcolo delle sollecitazioni).



Per descrivere le **oscillazioni libere di un sistema a n gradi di libertà** (MDOF) supponiamo di analizzare una struttura costituita da un telaio multipiano (a N traversi) incastrato alla base, nell'ipotesi che 1) le aste siano indeformabili per sforzi assiali; 2) le masse siano concentrate al livello dei traversi; 3) le forze esterne siano orizzontali ed applicate a livello dei traversi. Da un punto di vista cinematico la sua deformata è definita dagli spostamenti (x_i) dei piani, cosicché il sistema in tal caso avrà N gradi di libertà. Nelle ipotesi assunte per i sistemi lineari l'equazione delle oscillazioni libere si scrive nella forma:

$$[M] \cdot \ddot{\mathbf{x}}(t) + [C] \cdot \dot{\mathbf{x}}(t) + [K] \cdot \mathbf{x}(t) = \mathbf{F}_s(t)$$

nella quale $[M]$ è la *matrice delle masse*, $[C]$ è la *matrice dei coefficienti di smorzamento*, $[K]$ è la *matrice di rigidità o dei coefficienti elastici*, $[F]$ è la *matrice delle forzanti* ed è caratterizzata dalle forze applicate ai vari piani F_1 , F_2 ed F_3 , $\mathbf{x}(t)$ è il *vettore degli spostamenti* dei nodi relativi alla struttura rispetto ad un piano di riferimento (suolo) solidale alla base della struttura, mentre $d\mathbf{x}(t)/dt$ che è il *vettore delle velocità nodali* e $d^2\mathbf{x}(t)/dt^2$ che è il *vettore delle accelerazioni nodali* sono indicati, rispettivamente, con un punto e due punti. Se indichiamo poi con ω_n la generica **pulsazione propria**, risolvendo l'equazione linearizzata si afferma che il moto di un sistema ad n-gradi di libertà intorno alla posizione di equilibrio, nell'approssimazione di piccole perturbazioni, è composto da un numero N di moti armonici indipendenti l'uno dall'altro e corrispondenti a tutte le frequenze possibili ($\pm \omega_n$). Le oscillazioni libere del sistema a n gradi di libertà sono quei particolari modi di vibrare, dove per ciascun modo di vibrazione si risale a qual'è il periodo di vibrazione T, cioè l'intervallo di tempo che la struttura impiega per eseguire un'oscillazione completa e tornare al punto di partenza, oscillazioni dei piani della struttura che non sono indipendenti l'uno dall'altro, ma che avvengano contemporaneamente. L'importanza delle oscillazioni libere è che, una qualunque deformazione, assunta per effetto della forzante, può essere descritta come combinazione lineare dei modi principali di vibrare. I modi principali non partecipano con la stessa intensità nella combinazione che determina la deformazione effettiva. Il modo principale con più bassa frequenza (pulsione) ma con periodo più alto, ha un peso maggiore rispetto alle vibrazioni, la cui frequenza è maggiore ma con un periodo inferiore. Per questo si definisce un coefficiente di partecipazione modale γ_j , che si pone come termine moltiplicativo nelle formule di determinazione effettiva delle spinte sismiche sui piani, che tiene conto dell'influenza del modo j-esimo di pulsazione ω_j e che verrà ripetuto tante volte quante sono i modi considerati (nel nostro esempio tre come i piani della struttura), che verrà espresso dalla seguente relazione:

$$\gamma_j = \frac{\Phi_j^T \cdot [M] \cdot \mathbf{R}}{\Phi_j^T \cdot [M] \cdot \Phi_j}$$

Φ_j è l'autovettore relativo al modo j-esimo di pulsazione ω_j ;
 Φ_j^T è la matrice trasposta di Φ_j ;
 M è la matrice diagonale delle masse;
 R è il vettore direzionale di influenza del terremoto.

Per determinare il contributo del “modo” all'azione sismica complessiva ci si riferisce alla **massa partecipante o massa modale (M)**. La massa modale sta a significare la massa associata a quel generico modo di vibrare. Questo parametro assume connotazione importante per le verifiche sulle strutture quando si deve definire il numero di modi da prendere in considerazione quando ci si trova di fronte a oscillatori a n gradi di libertà e con n molto grande. Il numero dei modi di vibrare è funzione della massa partecipante di ciascun modo di vibrare. Ogni modo di vibrare darà un contributo all'azione sismica totale con un proprio tagliante sismico alla base, che sarà dato dall'accelerazione spettrale corrispondente al periodo di vibrazione del modo per la massa partecipante del modo di vibrare. E' utile di solito esprimere la massa partecipante come percentuale della massa sismica totale, (si calcola utilizzando i valori caratteristici dei carichi permanenti e dei carichi accidentali ridotti con opportuni coefficienti di sicurezza) dato che se non considera una sufficiente percentuale di massa partecipante il rischio è quello di trascurare una parte dell'azione sismica agente. La normativa prescrive di considerare un numero di modi tale per cui la massa partecipante sia almeno pari all'85% della massa sismica totale e comunque superiore al 5%. La massa partecipante è data dalla seguente espressione che anche in questo caso verrà ripetuta tante volte quante sono i modi considerati.

$$\tilde{M}_j = \frac{(\Phi_j^T \cdot \mathbf{M} \cdot \mathbf{R})^2}{\Phi_j^T \cdot \mathbf{M} \cdot \Phi_j}$$

Per il calcolo delle sollecitazioni agenti sulla struttura per effetto dell'azione sismica, si considera il taglio alla base $T_n(t)$ e lo si calcola come somma di tutti i contributi modali dei tagli alla base associati agli N modi di vibrare:

$$T_n(t) = \tilde{M}_j \cdot \omega_n \cdot X_n(t)$$

Per il momento $M(t)$ alla base della struttura, si indica con Z il vettore che ha per elementi le ordinate dei traversi rispetto al suolo e si calcola :

$$M(t) = \mathbf{z}^T \cdot \mathbf{T}(t)$$

Teoremi della plasticità (teorema cinematico, teorema misto).

La teoria della plasticità per i materiali rigido-plastici, assume che quando l'azione sollecitante risulta inferiore al valore di snervamento del materiale (plasticizzazione) le deformazioni sono inesistenti. Se il carico viene incrementato in modo costante sino al punto in cui può avvenire lo snervamento del materiale, il carico raggiunge il suo valore massimo (carico di collasso o rottura) e si instaura così un meccanismo che porta la struttura al collasso plastico, dovuto alla formazione di un numero di cerniere sufficiente a rendere la struttura labile. La teoria che studia il collasso è l'analisi limite o calcolo a rottura, che consente di valutare direttamente lo stato limite ultimo di una struttura che rappresenta l'ultimo stadio, ovvero il collasso plastico. Il materiale rigido-plastico non è un materiale reale, in quanto rappresenta una idealizzazione del comportamento dei materiali elasto-plastici, nei quali in fase di collasso le deformazioni di tipo plastico sono geometricamente molto più importanti di quelle elastiche che risultano trascurabili. Per il calcolo del carico di collasso si assumono preliminarmente le seguenti ipotesi,

1. in ogni sezione, è possibile raggiungere il momento plastico, conservando sufficiente capacità rotazionale (duttilità);
2. le cerniere plastiche sono concentrate in un punto (in realtà, sono distribuite su un tratto finito di trave con una larghezza che varia tra 0,5 e 1,5 volte l'altezza della sezione);
3. il momento plastico non è influenzato da N , T né dalla presenza di forze concentrate;
4. il collasso non avviene per fenomeni di instabilità locale;
5. i carichi crescono proporzionalmente attraverso un unico moltiplicatore " μ " chiamato moltiplicatore dei carichi, dato che il principio di sovrapposizione degli effetti non è applicabile essendo venuta meno l'ipotesi elastico-lineare;

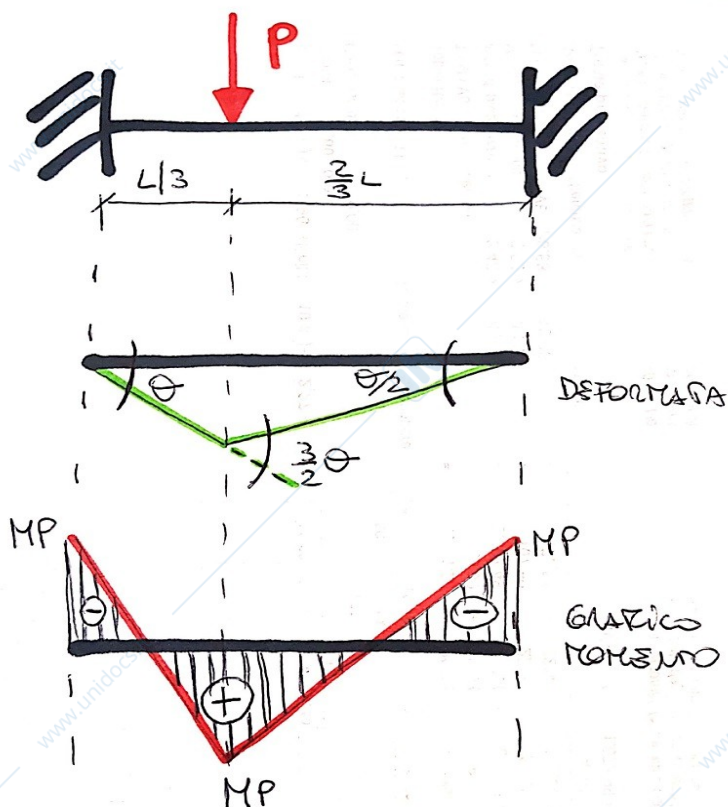
Attraverso l'applicazione del teorema cinematico (o del limite superiore) e del teorema statico (o limite inferiore), si arriva alla definizione del carico di collasso. Le due soluzioni individuano l'intervallo all'interno del quale è contenuto l'esatto valore del carico e se le due soluzioni coincidono, il comune valore individua l'esatto valore del carico di collasso il c.d teorema misto. La definizione dei teoremi recita:

Teorema cinematico: un carico cinematicamente ammissibile al quale corrisponde un meccanismo di collasso, è maggiore o uguale all'effettivo carico limite. ($\mu_c \geq \mu_r$);

Teorema statico: un carico staticamente ammissibile, con il quale non è superato il momento plastico sopportabile da una struttura, è minore o uguale all'effettivo carico limite. ($\mu_s \leq \mu_r$)

Teorema misto: afferma che se un carico è cinematicamente e staticamente ammissibile allora è il vero carico limite. ($\mu_s \leq \mu_r \leq \mu_c$);

Un esempio applicativo in strutture monodimensionali è possibile averlo considerando una trave a doppio incastro sulla quale è applicata in modo eccentrico un carico concentrato.

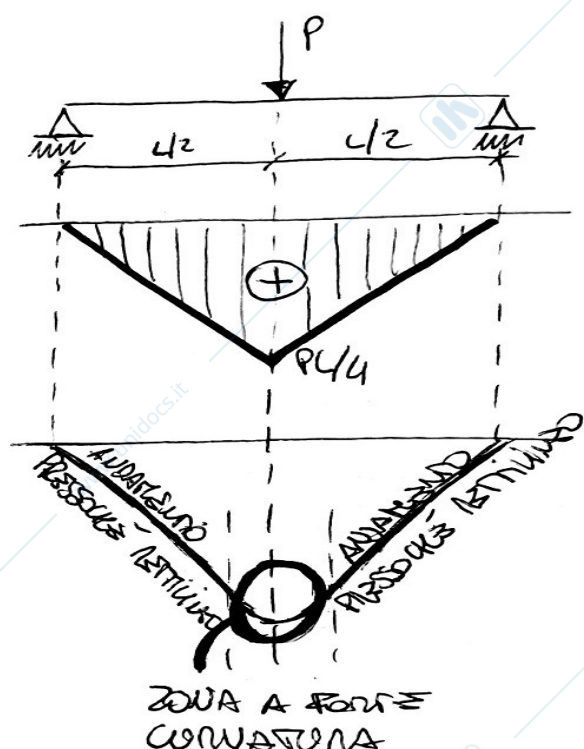


Per prima cosa si cerca di individuare un possibile meccanismo di collasso dove si formeranno le cerniere plastiche, che in questo esempio possiamo ipotizzare nei due incastri dove si trovano due momenti plastici negativi ($-M_p$) e la terza dove è presente il momento plastico massimo positivo ($+M_p$). Se indichiamo θ (teta) la rotazione della deformata nell'angolo sinistro, la relativa rotazione dell'angolo di destra sarà $\theta/2$, mentre l'angolo in corrispondenza del carico concentrato sarà $3/2\theta$. A questo punto definite le rotazioni della deformata e le sollecitazioni del momento, applicando il PLV (principio dei lavori virtuali), otteniamo che il lavoro esterno prodotto dal carico sarà uguale al lavoro interno prodotto dalle tre cerniere

plastiche, $(PL\theta)/3 = M_p\theta + 3/2M_p\theta + 1/2M_p\theta$. Dal quale si ricava il carico limite $P_L = 9M_p/L$. Il successivo passo richiede la verifica se il carico limite è staticamente ammissibile. Attraverso il teorema statico calcoliamo il momento isostatico considerando la nostra struttura in semplice appoggio e ottenendo che il momento isostatico è $M_I = 2/9 PL$. Si nota che il valore del momento isostatico è il doppio del momento plastico $M_I = 2M_p$ dove M_p altro non è che l'involuppo dei momenti plastici negativi e positivi e dal quale emerge che la condizione iniziale assunta cinematicamente ammissibile è anche staticamente ammissibile. Si può concludere quindi che la posizione ipotizzata delle cerniere è quella che effettivamente la struttura avrebbe generato durante l'evoluzione plastica se sottoposta al carico limite P_L che rappresenta il reale carico a collasso.

Trave isostatica durante la formazione di una cerniera plastica (modalità di calcolo dello stato tensionale in regime flessione-tagliante, perché se struttura n volte iperstatica occorrono n+1 cerniere plastiche per ottenere il collasso).

Parlando di una trave isostatica plasticizzata con formazione di cerniera plastica possiamo prendere a titolo di esempio una trave appoggiata di luce L e caricata da una forza P nella



sezione di mezzeria che divide la trave in L/2. Il diagramma dei momenti è di tipo triangolare con carico massimo isostatico pari a $PL/4$ nella mezzeria. Agendo con carichi sempre maggiori, si tenderà a plasticizzare la sezione in mezzeria dove si trova il momento massimo. Entrando nel campo plastico, dal diagramma dei momenti si può ricavare l'andamento della deformata, che risulta essere lineare fino a un certo punto, per poi accentuare la curvatura man mano che si plasticizza la sezione in mezzeria, che normalmente ha dimensione tra 0.5-1.5 l'altezza della sezione. Tutto avviene come se la trave fosse costituita da tronchi rigidi collegati da una cerniera plastica in cui gli effetti di tutta la fase deformativa si sviluppano nella zona della cerniera plastica, dove le deformazioni elastiche sono piccole in confronto a quelle dovute agli

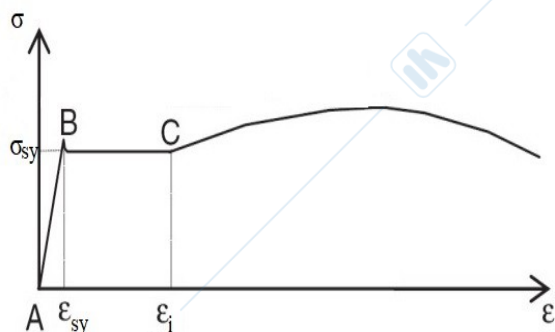
effetti plastici. In pratica la cerniera quando il momento è minore del momento plastico $M < M_p$ rimane rigida e le deformazioni sono piccolissime. Quando il momento $M = M_p$, mantiene costante il valore del momento plastico e in quella zona i due conci di trave ruotano contemporaneamente. Questa analisi sperimentale permette di considerare le strutture nella loro configurazione finale, come costituite da tratti o tronchi rigidi per quanto riguarda almeno le strutture lineari connesse da cerniere plastiche, in cui la grande quantità di deformazioni e quindi anche la dissipazione di energia avviene all'interno delle zone plasticizzate. Una considerazione importante che deve essere studiata in questo tipo di analisi è l'eventuale presenza di taglio in contemporanea alla flessione. Nelle strutture metalliche le modalità di calcolo dello stato tensionale, sono relazioni del tipo: $\sigma^2 + \alpha^2 \tau^2 = \sigma^2 s_y$. Se poniamo $\alpha = 2$ abbiamo il criterio di **Tresca**; se poniamo $\alpha = \sqrt{3}$ abbiamo il criterio di **Von Mises** (quello usato da tutti i codici nella progettazione delle strutture in acciaio). La presenza del taglio può introdurre del disturbo alla cerniera plastica proprio perché impegna una parte della resistenza del materiale, presenza significativa solo per le sezioni che hanno un coefficiente di forma $\phi > 1$ (ad esempio IPE, HE). In questo caso, la presenza del taglio viene considerata imponendo che il collasso avvenga per le sole tensioni σ che si formano nelle piattabande e invece per combinazioni di tensioni normali e tangenziali che il collasso avvenga nelle anime. Da questo, il compito della formazione della cerniera plastica viene assoggettato alle sole σ nelle piattabande dato che in esse le tensioni tangenziali sono irrilevanti, invece scendendo lungo l'anima, la presenza di tensioni importanti impone di tener conto della combinazione di σ e τ . Quindi se il taglio è sufficientemente basso e tale da comportare tensioni tangenziali non molto prossime allo stato limite, allora l'influenza del taglio sulla valutazione del momento plastico è del tutto

trascurabile. Nelle strutture in cemento armato invece, il caso dell'effetto del taglio sul momento flettente ancora non è del tutto definito e anche se non si può escludere una possibile influenza i codici di progettazione non ne tengono per il momento conto. Nel caso invece di una **struttura iperstatica**, prendiamo una trave continua a tre appoggi, facendo crescere progressivamente il carico uniforme fino al collasso. Essendo il carico uniforme, la cerniera plastica si formerà nel punto dell'appoggio centrale dove il momento negativo è decisamente più grande del momento positivo. La formazione di una prima cerniera plastica per effetto del carico nel punto dell'appoggio centrale trasforma la trave in una isostatica, avendo aggiunto un grado di libertà e diventano due travi isostatiche (appoggiate-appoggiate). Andando ancora avanti con ulteriori incrementi di carico, si formerà ancora un'altra cerniera plastica su ogni mezzera delle due travi o dove il momento è massimo positivo. In queste condizioni avendo la trave tre appoggi infila, si trasformerà in un meccanismo che ne comporterà il collasso. Ne segue che il valore del carico che corrisponde alla formazione di un'ulteriore cerniera plastica sarà il carico di rottura o collasso, non essendo la struttura in grado di sopportare ulteriori incrementi di carico. In generale si può dire che, in una struttura n volte iperstatica occorrono $n+1$ cerniere plastiche per raggiungere la condizione di collasso. Questo perché ogni volta che si forma una cerniera plastica, si toglie un grado di vincolo e si aggiunge un grado di libertà (conferiscono la possibilità di rotazione), nel punto in cui prima di formare la cerniera plastica i due tronchi erano mutuamente incastrati. Ma se è n volte iperstatica e si toglie n gradi di vincolo, la struttura diventa isostatica non raggiungendo il collasso. Quindi affinché la struttura diventi un meccanismo ovvero un sistema labile e si arrivi al collasso, dovremmo sottrarre un ulteriore grado di vincolo attribuendo un ennesimo grado di libertà. Questa è una regola del tutto generale perché esistono delle eccezioni:

1. il collasso parziale, come ad esempio avviene in una struttura del tipo a telaio multiplo a tre gambe, in cui il collasso anche se parziale della struttura (che comporta comunque la sospensione dell'incremento di carico) avviene con solo 4 cerniere plastiche anziché le 7 previste essendo la struttura 6 volte iperstatica.
2. Il collasso più che completo e questo ad esempio riguarda la trave continua presa ad esempio precedentemente in cui ci possiamo aspettare il collasso con la formazione di 2 cerniere plastiche, poiché la struttura è 1 volta iperstatica. Ma in questo caso il collasso completo avviene con la formazione di 3 cerniere plastiche. Questo per la verità è un caso del tutto teorico perché le due cerniere plastiche non si formeranno contemporaneamente, tenuto conto della distribuzione delle resistenze dei materiali e della non perfetta simmetria della trave, che farà sì che se ne formi prima uno e poi l'altra.

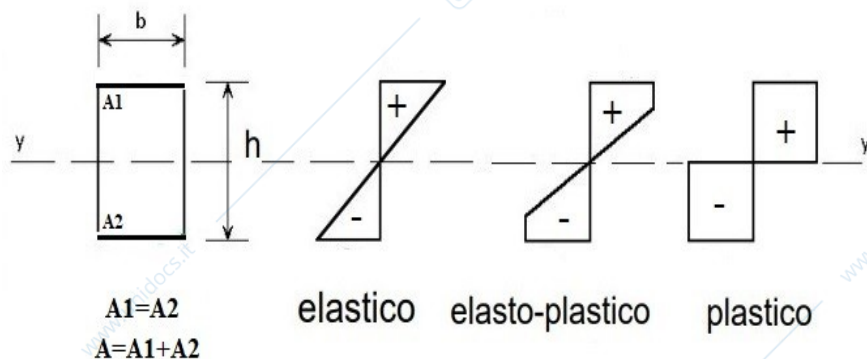
Comportamento plastico dell'acciaio (migrazione dell'asse neutro, classificazione delle sezioni in acciaio, introducendo il concetto del coefficiente di forma)

Per descrivere il comportamento plastico dell'acciaio dobbiamo far riferimento ai diagrammi tensione (σ) e deformazione (ϵ) reali dei materiali da costruzione. Nel caso dell'acciaio, materiale duttile dotato di grande capacità di deformazione in campo plastico, il diagramma tensio-



nale è caratterizzato da un primo tratto elastico-lineare (AB) al termine del quale si forma una tensione di snervamento σ_{xy} alla quale corrisponde una deformazione ϵ_{xy} . Continuando con il progressivo aumento di carico arriviamo nella fase (BC) che rappresenta l'ampiezza del campo plastico del materiale, in cui la tensione di snervamento σ_{xy} resta costante e il materiale progressivamente si snerva dando luogo a grandi deformazioni plastiche, sino ad arrivare al punto C in cui la deformazione assume il valore ϵ_i . Da questo

momento in poi avviene una fase di incrudimento della struttura con aumento tensionale che porterà al collasso finale. In linea generale possiamo dire che per gli acciai da costruzione la deformazione plastica è circa 10 volte quella elastica, rendendo l'acciaio un ottimo materiale da costruzione. La risposta di una generica sezione rettangolare metallica, soggetta a momento flettente è così rappresentata (vedi figura) dalla quale ne consegue che la formazione della



cerniera plastica è un processo progressivo, che inizia con la formazione delle deformazioni plastiche nella sezione fino a quando si raggiunge la plasticizzazione completa. Imponendo la condizione di equilibrio della nostra sezione rettangolare e applicando solo il momento flettente per cui $N=0$, possiamo dire che $\int_A \sigma_s d_A = 0$ ma siccome

$A=A_1+A_2$, allora $\int_{A_1} \sigma d_A + \int_{A_2} \sigma d_A = 0$. Arrivati a sezione plasticizzata, $\int_{A_1} \sigma_{sy} d_A - \int_{A_2} \sigma_{sy} d_A = 0$, ma essendo σ_{sy} un valore costante nella fase di plasticizzazione della sezione, $\sigma_{sy} \int_{A_1} d_A - \sigma_{sy} \int_{A_2} d_A = 0$ e siccome $\int_{A_1} d_A$ e $\int_{A_2} d_A$ altro non sono che A_1 e A_2 , allora possiamo dire $\sigma_{sy}(A_1 - A_2) = 0$. Assunta come ipotesi che $\sigma_{sy} \neq 0$ conseguentemente $A_1 - A_2 = 0$ e quindi $A_1 = A_2$. Questo porta ad affermare che l'asse neutro plastico, qualunque sia la forma della sezione, divide la sezione in aree uguali. Ma poichè l'asse neutro elastico divide la sezione in due aree aventi momenti statici uguali, ne consegue che in linea generale (nella sezione rettangolare essendo simmetrica questo non accade), asse neutro elastico e asse neutro plastico sono distanti. Quindi, partendo da un asse neutro elastico per una certa fase di carico, progressivamente questo asse neutro si modifica e si sposta verso la posizione definitiva, ovvero dell'asse neutro plastico, la c.d. **migrazione dell'asse neutro**. Raggiunta la plasticizzazione della sezione se si impone l'equilibrio alla rotazione, abbiamo che $M_p = \int_A \sigma_y d_A$ quindi $M_p = \sigma_{sy} \int_{A_1} y d_A - \sigma_{sy} \int_{A_2} y d_A$. Ma il prodotto $y d_A$ è il momento statico rispetto all'asse neutro plastico, quindi $M_p = \sigma_{sy} (|S_1| + |S_2|)$. La somma dei

due momenti statici ($|S1|+|S2|$) prende il nome di Z , modulo di resistenza plastico della sezione, dalla quale è possibile definire (φ) il **coefficiente di forma**, cioè il rapporto tra Z e W (coefficiente di resistenza elastico), che deve essere sempre maggiore di 1 e che fornisce indicazione sulle risorse plastiche all'interno della sezione. Con φ elevato la sezione ha molte risorse plastiche (poco sfruttata in campo elastico). Con φ ridotto, ovvero poco superiore a 1, la sezione ha poche risorse plastiche (molto sfruttata in campo elastico). L'acciaio però che per definizione è il materiale che ha un comportamento plastico ottimale tra i materiali da costruzione, nella realtà fruisce poco di questa qualità, in quanto lo sfruttamento elevato della sezione in campo elastico, fa sì che le risorse plastiche locali della sezione siano modeste, questo perché non si riesce a plasticizzare tutta la sezione. L'eurocodice 3 definisce la classificazione delle sezioni trasversali dei profilati in funzione della snellezza delle parti che le compongono: flange ed anime. Le sezioni vengono distinte in 4 classi in funzione della loro capacità rotazionale C_θ definita come: $C = \theta_r/\theta_y - 1$ essendo θ_r e θ_y le curvature corrispondenti al raggiungimento della deformazione ultima ed allo snervamento e che rispondono alle seguenti caratteristiche:

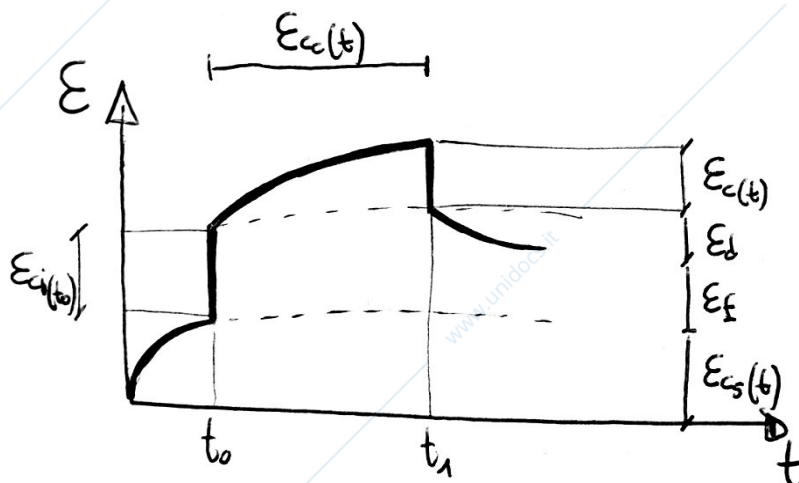
- Classe 1: sezioni in grado di generare una cerniera plastica con grande capacità di rotazione;
- Classe 2: sezioni in grado di generare una cerniera plastica con limitate capacità di rotazione;
- Classe 3: sezioni nelle quali flange ed anime arrivano a snervarsi, ma i fenomeni di instabilità locale sono così rapidi dopo lo snervamento, che non è possibile avere una cerniera plastica;
- Classe 4: sezioni nelle quali si hanno fenomeni di instabilità locale già in fase elastica, prima del raggiungimento dello snervamento in qualsiasi punto della sezione stessa.

Alcune importi regolate da ricordare nella classificazione delle sezioni sono:

1. la classe di un profilo sarà la peggiore (cioè quella espressa dal numero più grande) delle classi degli elementi che la compongono. Ad esempio, se abbiamo una sezione con l'ala in classe 2 e l'anima in classe 3, la sua classe sarà la 3.
2. la classe di un elemento della sezione cambia se esso è assoggettato a compressione, a pressoflessione o a flessione semplice, poiché l'appartenenza ad una classe ha ripercussione nella determinazione del momento resistente della sezione.
3. Per le sezioni in classe 4, a causa delle instabilità locali, si calcolano dei valori efficaci (ridotti) sia dell'area che del coefficiente di resistenza (A_{eff} e W_{eff}).

Viscosità lineare (principio di Mc.Herry, applicabilità del principio di sovrapposizione degli effetti nel calcestruzzo, fluage e le implicazioni sulla progettazione)

Per discutere dei principi di viscosità lineare, ipotizziamo a titolo di esempio di prendere due campioni uguali di c.l.s prelevati dalla stessa betoniera e di sottoporli a due differenti trattamenti all'interno di una camera climatica (a temperatura e umidità costante) e di sottoporre uno dei due campioni alla misurazione degli effetti del ritiro nel caso in cui non sia soggetto a nessun carico. Se riportiamo le misura in diagramma ε/t (deformazioni/tempo) apprezziamo questo comportamento :



Il ritiro cresce rapidamente all'inizio per poi tendere ad un asintoto orizzontale ($\varepsilon_{cs}(t)$ - deformazione di ritiro generica del c.l.s). Se al tempo t_0 ad uno dei due campioni viene applicato un carico assiale in un intervallo di tempo piccolo, ("piccolo" in relazione alla scala t che si riferisce a mesi o anni, anche 10 ore è da considerarsi come un'applicazione istantanea), per effetto di questo carico il provino subisce una deformazione istantanea ($\varepsilon_{ci}(t_0)$ - deformazione elastica istantanea del c.l.s al tempo t_0). In mancanza di deformazioni viscosi, anche per il provino caricato, sarebbe giusto aspettarsi lo stesso andamento delle deformazioni del provino scarico, ovvero un andamento parallelo a quest'ultimo e dovuto alle sole forze di ritiro. Nella realtà questo non avviene poiché le deformazioni sono maggiori ($\varepsilon_{cc}(t)$ - deformazione plastica) dovute alla presenza del carico. Se al tempo t_1 viene scaricato il provino, anche in questo caso sarebbe giusto aspettarsi di recuperare la stessa deformazione elastica accumulata al momento del carico, ma in realtà ciò non accade e la deformazione ($\varepsilon_c(t)$ - deformazione elastica allo scarico) che viene restituita è minore di quella accumulata all'inizio. Questo perché il c.l.s è un materiale "invecchiante", ovvero la sua resistenza e il suo modulo elastico, ciascuno con leggi diverse, continuano a crescere nel tempo. Logico pensare che la successiva evoluzione possa avere l'andamento secondo la curva di ritiro, ma anche in questo caso non è così, poiché oltre alla deformazione per il ritiro, al tempo t_1 viene restituita un'ulteriore deformazione. In conclusione, una parte della deformazione viscosa accumulata viene restituita in un tempo differito (ε_d) e una parte non viene più restituita (ε_f). Quest'ultima deformazione di natura irreversibile, rappresenta la classica **deformazione di fluage**, che produce con l'aumento nel tempo un'ulteriore deformazione nel calcestruzzo, anche se il carico applicato rimane costante. Per le tensioni (σ_c) applicate al provino (che producono la deformazione elastica

istantanea) minori del 40% della resistenza caratteristica misurata a j -giorni, i valori di ε_{ci} e ε_{cc} sono proporzionali alla tensione applicata. Poichè per produrre una deformazione viscosa, occorre un carico permanente, difficilmente lo stato tensionale sarà tale da essere superiore al 40% della resistenza caratteristica. Quindi nella quasi totalità dei casi, ci troviamo nel caso di proporzionalità di tutte le deformazioni. Da questo, il cls viene considerato un materiale invecchiante, con comportamento visco-elastico lineare. La messa in evidenza delle deformazioni viscosi e quindi del comportamento non lineare nel tempo del cls, sembrerebbe complicare molto l'analisi delle strutture, venendo a mancare la linearità tra deformazioni e tensioni alla base della teoria elastica, che impedisce l'applicazione del principio della sovrapposizione degli effetti, impedendo di considerare l'effetto globale come la somma degli effetti prodotti dalla singole azioni. Con il **principio di MacHenry** è possibile superare questi problemi di non linearità, attraverso l'analisi della sola fase viscosa di un numero di campioni. MacHenry mise in evidenza che una generica $\Delta\sigma$ applicata al tempo t_1 , produce uguale effetto, qualunque sia l'età della messa in carico ed il segno di $\Delta\sigma$ (quindi sia in carico che scarico). Questa osservazione, che valutò l'effetto indotto dal carico non rispetto alla deformazione totale, ma bensì rispetto a quella che si sarebbe prodotta se il carico non fosse stato rimosso, ha permesso in caso di presenza di una variazione di tensione complessa, di considerare la sovratensione come somma degli effetti delle variazioni prodotte da ciascun intervallo in cui la tensione è costante, ritornando nella condizione di applicabilità del principio della sovrapposizione degli effetti. Relativamente all'**ordine di grandezza del fluage** o deformazione differita massima ($\phi - \phi_i$) è di 2 o 3 volte la deformazione elastica istantanea. Di conseguenza la deformazione totale può raggiungere valori pari a 3 o 4 volte quella iniziale. Lo scorrimento viscoso è un elemento importante di cui tener conto nelle verifiche allo stato limite, allo scopo di evitare inconvenienti nelle condizioni di esercizio, quali ad esempio la rottura di tamponature, frecce eccessive, etc. In alcuni casi possono modificare la distribuzione degli sforzi interni, come ad esempio nei sistemi strutturali non omogenei (pilastri in c.a) in cui si verificano punti in cui alla riduzione progressiva dello sforzo del cls corrisponde un aumento dello sforzo nelle armature; oppure nei sistemi omogenei come ad esempio nelle strutture iperstatiche, in cui si verificano nel tempo modifiche dei vincoli esterni. Nella prassi progettuale non si effettuano specifici calcoli per valutare l'effetto della deformazione differita, anche se però se ne tiene conto implicitamente in numerosi casi. Ad esempio nel metodo delle tensioni ammissibili, si tiene conto del fluage e del ritiro, nel modulo "n" (coefficiente di omogeneizzazione) oppure nel calcolo di strutture iperstatiche si trascurano le sollecitazioni torsionali che nascerebbero per congruenza.