

L'enigma del premio per il rischio azionario

Punti principali

- Vedremo uno dei più famosi enigmi della finanza (**l'equity premium puzzle**):
 - Il modello *standard* del CCAPM non è in grado di spiegare l'evidenza empirica relativa al premio per il rischio del mercato azionario a meno di non assumere **valori estremi** e **poco plausibili** per l'avversione al rischio
- Molteplici soluzioni sono state proposte per «spiegare» tale enigma:
 - Ipotizzando **preferenze diverse** per gli investitori (es. basate sulle abitudini di consumo oppure separando le preferenze nei confronti del rischio da quelle nei confronti delle fluttuazioni temporali)
 - Sottolineando vari **errori empirici** nella verifica del CCAPM (es. criticando il modo di misurare il consumo o il rischio del mercato azionario)

1. Il CCAPM e il premio per il rischio di mercato

Evidenza empirica del mercato statunitense (1889-1978)

- Analizzando i dati relativi al mercato statunitense dal 1889 al 1978, Mehra e Prescott (1985) hanno trovato:

Tasso di interesse privo di rischio	0,8%
Rendimento medio del mercato azionario	6,98%
Tasso di crescita medio del consumo	1,8%
Scarto quadratico medio del tasso di crescita del consumo	3,6%
Premio per il rischio del mercato azionario	6,18%

- Per comprendere meglio i valori precedenti, supponiamo di aver investito **\$1.000** nel 1889. Nel 1978, il controvalore del nostro investimento sarebbe stato:
 - \$2.032** (se investito nel **titolo privo di rischio**)
 - \$405.444** (se investito nel **portafoglio di mercato**)

Premio per il rischio di mercato in diversi paesi

- Anche altri paesi sono caratterizzati da elevati valori del premio per il rischio del mercato azionario

Paese	Periodo	Rendimento medio del mercato azionario (%)	Tasso di interesse del titolo sicuro (%)	Premio per il rischio (%)
Regno Unito	1900-2005	7,4	1,3	6,1
	1970.Q1-1999.Q2	8,2	1,3	6,9
Giappone	1900-2005	9,3	-0,5	9,8
	1970.Q2-1999.Q1	4,7	1,4	3,3
Germania	1900-2005	8,2	-0,9	9,1
	1978.Q4-1997.Q4	9,8	3,2	6,6
Francia	1900-2005	6,1	-3,2	9,3
	1973.Q2-1998.Q4	9,0	2,7	6,3
Svezia	1900-2005	10,1	2,1	8,0
	1970.Q1-1999.Q3	10,6	2,0	8,6
Australia	1900-2005	9,2	0,7	8,5
India	1991-2004	12,6	1,3	11,3

Fonte: *Dimson, Marsh e Stauton (2002), Mehra (2007) e Campbell (2003)*

Dov'è l'enigma?

- L'enigma non consiste nel fatto che il premio per il rischio del mercato azionario trovato nei dati sia elevato:
 - gli investitori, infatti, potrebbero richiedere un **extra-rendimento elevato** per assumersi **il rischio di investire in azioni**
- ... bensì nel fatto che il modello del CCAPM con **funzione di utilità CRRA additiva** riesce a spiegare l'evidenza empirica *solo se* l'**avversione al rischio relativo** avesse un valore compreso tra 30 e 50...
 - ... ma tale range di valori non è ritenuto plausibile!
- Al contrario, un valore ritenuto **plausibile** per l'avversione al rischio relativo (es. 10) è compatibile con:
 - un rendimento del titolo sicuro molto elevato (13,2%)
 - un premio per il rischio molto basso (1,4%)

Vediamo l'origine dell'enigma...

- Partiamo dalla condizione di **ottimalità** vista nel modello del CCAPM

$$E_t \left[\frac{\beta u'(\tilde{c}_{t+1})}{u'(c_t)} \left(\frac{\tilde{d}_{it+1} + \tilde{p}_{it+1}}{\tilde{p}_{it}} \right) \right] = E_t \left[\frac{\beta u'(\tilde{c}_{t+1})}{u'(c_t)} (1 + \tilde{r}_{it+1}) \right] = 1$$

↑
rendimento
↑
fattore stocastico di sconto

- Ipotizzando che la funzione di utilità $u(c) = c^{1-\gamma} / (1-\gamma)$, si ha:

$$E_t \left[\beta \left(\frac{\tilde{c}_{t+1}}{c_t} \right)^{-\gamma} (1 + \tilde{r}_{it+1}) \right] = 1,$$

o, prendendone il logaritmo,

$$\log \beta + \log \left[E_t \left[\left(\frac{\tilde{c}_{t+1}}{c_t} \right)^{-\gamma} (1 + \tilde{r}_{it+1}) \right] \right] = 0$$

.. utilizzando le proprietà della distribuzione lognormale

- Supponiamo ora che i **prezzi** dei titoli finanziari e il **fattore stocastico di sconto** siano distribuiti come **variabili lognormali**

- **Ricordate:** se \tilde{x} è lognormale \rightarrow

$$\log [E_t(x)] = E_t[\log(x)] + \frac{1}{2} \text{var}_t[\log(x)]$$

- Pertanto, la precedente condizione di ottimalità diventa:

$$\log \beta - \gamma E_t \left[\log \left(\frac{\tilde{c}_{t+1}}{c_t} \right) \right] + E_t [\log(1 + \tilde{r}_{it+1})] + \frac{1}{2} \text{var}_t \left[\log \left[\left(\frac{\tilde{c}_{t+1}}{c_t} \right)^{-\gamma} (1 + \tilde{r}_{it+1}) \right] \right] = 0$$

$$\log \beta - \gamma E_t \left[\log \left(\frac{\tilde{c}_{t+1}}{c_t} \right) \right] + E_t [\log(1 + \tilde{r}_{it+1})] + \frac{1}{2} \text{var}_t \left[-\gamma \log \left(\frac{\tilde{c}_{t+1}}{c_t} \right) + \log(1 + \tilde{r}_{it+1}) \right] = 0$$

Nota: una variabile casuale ha una distribuzione lognormale quando il suo logaritmo è distribuito come una normale

.. semplifichiamo le cose

- Semplificando, si ottiene:

$$\log \left[E_t (1 + \tilde{r}_{it+1}) \right] = -\log \beta + \gamma E_t \left[\log \left(\frac{\tilde{c}_{t+1}}{c_t} \right) \right] - \frac{\gamma^2}{2} \text{var}_t \left[\log \left(\frac{\tilde{c}_{t+1}}{c_t} \right) \right] + \gamma \text{cov}_t \left[\log \left(\frac{\tilde{c}_{t+1}}{c_t} \right), \log (1 + \tilde{r}_{it+1}) \right]$$



- Quest'espressione non ci aiuta molto. Pertanto, approssimiamo $\log(\tilde{c}_{t+1} / c_t) \approx \Delta \tilde{c}_{t+1} / c_t$ e $\log(1 + \tilde{r}_{it+1}) \approx \tilde{r}_{it+1}$, ottenendo così:

$$E_t (\tilde{r}_{it+1}) \approx -\log \beta + \gamma E_t \left(\frac{\Delta \tilde{c}_{t+1}}{c_t} \right) - \frac{\gamma^2}{2} \text{var}_t \left(\frac{\Delta \tilde{c}_{t+1}}{c_t} \right) + \gamma \text{cov}_t \left(\frac{\Delta \tilde{c}_{t+1}}{c_t}, \tilde{r}_{it+1} \right)$$

Rendimento atteso

Tasso di crescita atteso
del consumo

Varianza del tasso di
crescita del consumo

Covarianza tra
rendimento e tasso di
crescita del consumo

Il rendimento del titolo sicuro

- L'espressione precedente vale per ogni titolo, incluso quello **privo di rischio**:

$$r_{ft+1} \approx -\log \beta + \gamma E_t \left(\frac{\Delta \tilde{c}_{t+1}}{c_t} \right) - \frac{\gamma^2}{2} \text{var}_t \left(\frac{\Delta \tilde{c}_{t+1}}{c_t} \right)$$

- Il **tasso di interesse** è funzione di 3 termini:
 1. $\log(\beta)$: maggiore è l'**impazienza** dell'investitore e minore sarà l'utilità del consumo futuro $\rightarrow r_{ft+1}$ deve aumentare per invogliare i consumatori a posticipare il consumo.
 2. $\gamma E_t(\Delta \tilde{c}_{t+1} / c_t)$: più è ricca l'economia e più gli investitori vorranno trasferire risorse dal futuro al presente $\rightarrow r_{ft+1}$ **deve aumentare per garantire l'equilibrio**
 3. $\gamma^2 \text{var}_t(\Delta \tilde{c}_{t+1} / c_t)$: gli investitori (avversi al rischio) vorranno **proteggersi dalla rischiosità del consumo** aumentando la domanda del titolo privo di rischio $\rightarrow r_{ft+1} \downarrow$

.. finalmente ci siamo: ecco l'equity premium puzzle!

- Utilizzando l'espressione del tasso di interesse, si ottiene il **premio per il rischio di mercato**:

$$E_t(\tilde{r}_{it+1}) - r_{ft+1} \approx \gamma \text{cov}_t\left(\frac{\Delta \tilde{c}_{t+1}}{c_t}, \tilde{r}_{it+1}\right) \equiv \gamma \sigma_t^{ic}$$



- Nel caso di un portafoglio C **perfettamente correlato** con il consumo:

$$E_t(\tilde{r}_{Ct+1}) - r_{ft+1} \approx \gamma (\sigma_t^c)^2$$

Ma, in equilibrio, il **portafoglio C = portafoglio di mercato M!**

- Sostituendo ora i valori empirici trovati da Mehra e Prescott, abbiamo l'**enigma**:

$$E_t(\tilde{r}_{Mt+1}) - r_{ft+1} \approx \gamma (\sigma_t^c)^2$$

Varianza del tasso di crescita del consumo = 0,1296%

Rendimento medio del mercato azionario = 6,98%

Tasso privo di rischio = 0,8%

L'uguaglianza richiede $\gamma \approx 48!$

2. Soluzioni *teoriche* all'equity premium puzzle: il modello basato sull'utilità attesa generalizzata

Problemi legati alla funzione di utilità potenza

- Il limite principale della funzione di utilità potenza è che non consente di separare l'avversione al rischio dalla preferenza riguardo le variazioni del consumo nel corso del tempo:

elasticità intertemporale di sostituzione = inverso dell'avversione al rischio

variazione percentuale del tasso di crescita del consumo rispetto alla variazione percentuale del tasso di interesse

$$\Leftrightarrow \frac{d \log \left(\frac{c_{t+1}}{c_t} \right)}{d \log (1 + r_{ft+1})}$$

- Bastano pochi passaggi per capire il perchè:

$$\frac{d \log \left(\frac{c_{t+1}}{c_t} \right)}{d \log \left(\frac{u'(c_t)}{\beta u'(c_{t+1})} \right)} = - \frac{d \log \left(\frac{c_{t+1}}{c_t} \right)}{d \log \left(\frac{u'(c_{t+1})}{u'(c_t)} \right)} = - \frac{d \log \left(\frac{c_{t+1}}{c_t} \right)}{-\gamma d \log \left(\frac{c_{t+1}}{c_t} \right)} = \frac{1}{\gamma}$$

- Pertanto, l'investitore preferirà un consumo il più possibile costante, sia tra stati del mondo diversi che nel corso del tempo

Utilità attesa generalizzata

- Epstein e Zin (1991) hanno proposto un modello di pricing basato sul consumo in cui gli investitori:

$$\max_{\{c_t, \alpha_{1t}, \dots, \alpha_{Nt}\}} U_t = \left\{ (1-\beta) c_t^\rho + \beta \left\{ E_t \left(\tilde{U}_{t+1}^{1-\gamma} \right) \right\}^{\frac{\rho}{1-\gamma}} \right\}^{\frac{1}{\rho}},$$

sotto il vincolo

$$\tilde{w}_{t+1} = (w_t - c_t) \sum_{i=1}^N \alpha_{it} (\tilde{r}_{it+1} - r_{ft+1}),$$

dove l'avversione al rischio γ è separata dall'elasticità intertemporale di sostituzione $1/(1-\rho)$

- Ovviamente, quando $\rho=1-\gamma$, il problema di scelta diventa

$$\max_{\{c_t, \alpha_{1t}, \dots, \alpha_{Nt}\}} U_t = \left\{ (1-\beta) E_t \left[\sum_{s=1}^{\infty} \beta^s c_{t+s}^{1-\gamma} \right] \right\}^{\frac{1}{1-\gamma}}$$

che è equivalente al problema di scelta visto nel modello del CCAPM con funzione potenza

Fattore stocastico di sconto in questo modello

- Anche nel modello con utilità attesa generalizzata la **condizione di ottimalità** è la solita:

$$1 = E_t \left[\tilde{m}_{t+1} (1 + \tilde{r}_{it+1}) \right],$$

Ma in questo caso il **fattore stocastico di sconto** \tilde{m}_{t+1} è dato da:

$$\tilde{m}_{t+1} = \beta^{\frac{1-\gamma}{\rho}} \left(\frac{\tilde{c}_{t+1}}{c_t} \right)^{\frac{(1-\gamma)(\rho-1)}{\rho}} \underbrace{\left(1 + \tilde{r}_{Mt+1} \right)^{\frac{1-\gamma-\rho}{\rho}}}_{\text{rendimento del portafoglio di mercato}}$$

- Definiamo ora $\theta = (1-\gamma)/\rho$. Approssimando $\log(\tilde{c}_{t+1} / c_t) \approx \Delta \tilde{c}_{t+1} / c_t$ e $\log(1 + \tilde{r}_{it+1}) \approx \tilde{r}_{it+1}$ otteniamo

$$\log(\tilde{m}_{t+1}) \approx \theta \log \beta - \theta(1-\rho) \frac{\Delta \tilde{c}_{t+1}}{c_t} - (1-\theta) \tilde{r}_{Mt+1}$$

- Anche in questo caso, **quando $\rho=1-\gamma$** (cioè $\theta=1$):

$$\tilde{m}_{t+1} = \beta \left(\frac{\tilde{c}_{t+1}}{c_t} \right)^{-\gamma}$$

Il premio per il rischio azionario in questo modello

- Prendiamo il logaritmo della condizione di ottimalità, e utilizzando la proprietà delle distribuzioni lognormali, si ha:

$$E_t [\log(\tilde{m}_{t+1})] + E_t [\log(1 + \tilde{r}_{it+1})] + \frac{1}{2} \text{var}_t [\log(\tilde{m}_{t+1} (1 + \tilde{r}_{it+1}))] = 0$$

- Questa espressione è valida per ogni titolo, sia **rischioso** che **privo di rischio**! Sostituendo ora l'espressione del fattore stocastico di sconto, possiamo calcolare il **premio per il rischio azionario**:

$$\log[E_t(1 + \tilde{r}_{it+1})] - \log(1 + r_{ft+1}) = -\text{cov}_t [\log(\tilde{m}_{t+1}), \log(1 + \tilde{r}_{it+1})]$$

o, semplificando ulteriormente:

$$E_t(\tilde{r}_{it+1}) - r_{ft+1} \approx \theta(1 - \rho) \text{cov}_t \left[\frac{\Delta \tilde{c}_{t+1}}{c_t}, \tilde{r}_{it+1} \right] + (1 - \theta) \text{cov}_t [\tilde{r}_{Mt+1}, \tilde{r}_{it+1}]$$

Vantaggi del modello con utilità attesa generalizzata

- Il premio per il rischio di qualunque titolo è una sorta di **media ponderata di due covarianze**: quella tra il titolo e il tasso di crescita del consumo, e quella tra il titolo e il portafoglio di mercato.
- Al contrario, nel modello *standard* del CCAPM conta solo una covarianza: quella con **il tasso di crescita del consumo**
- Quindi, i modelli basati sull'utilità attesa generalizzata sono in grado di catturare sia le **caratteristiche del CCAPM** che **quelle del CAPM**
- Il punto cruciale di questo modello, però, è che ora esiste un parametro in più: ρ
 - non è necessario avere un elevato coefficiente di avversione al rischio per spiegare *l'evidenza empirica* relativa ad **un elevato premio per il rischio azionario** e **un basso tasso d'interesse**

3. Soluzioni *teoriche* all'equity premium puzzle: i modelli basati sulle abitudini di consumo

Il modello basato su *internal habit*

- Un'altra classe di modelli ha ipotizzato che l'utilità istantanea dell'investitore **NON** dipende più dal suo livello di consumo
 - bensì dal **confronto tra il proprio consumo** e quello di un **certo benchmark**
- Nel modello di Constantinides (1990) l'utilità istantanea è funzione della **differenza** tra il **consumo corrente** dell'investitore e la **media ponderata dei suoi consumi passati** (*internal habit*)
- Più precisamente, in questo modello, l'investitore:

$$\max_{\{c_t, a_{1t}, \dots, a_{Nt}\}_{t=0}^{\infty}} E_0 \left[\sum_{t=1}^{\infty} \beta^t \frac{(\tilde{c}_t - \tilde{h}_t)^{1-\gamma}}{1-\gamma} \right]$$

sotto il vincolo intertemporale di bilancio

$$\tilde{w}_{t+1} = (1 + r_{ft+1})w_t + \sum_{i=1}^N a_{it} (\tilde{r}_{it+1} - r_{ft+1}) - c_t$$

dove il *benchmark* \tilde{h}_t è la media ponderata dei **suoi** consumi passati

Il modello basato su *internal habit* (2)

- Il vantaggio principale del modello con *internal habit* è che l'avversione al rischio relativo

$$-\frac{c_t u''(c_t - h_t)}{u'(c_t - h_t)} = \frac{\gamma}{1 - \frac{h_t}{c_t}} = \frac{\gamma c_t}{c_t - h_t}$$

non è più **costante** come nel modello *standard* del CCAPM, ma **fluttua nel tempo** in base al rapporto c_t/h_t

- Questo rende l'investitore **particolarmente avverso alle variazioni del consumo**: egli sceglie quanto **consumare** e quanto **investire** in modo da mantenere quanto più possibile **costante** la differenza tra il consumo corrente e il suo *benchmark*, $c_t - h_t$
- Proprio questa caratteristica consente al modello di **generare un'elevata domanda del titolo sicuro** e quindi un **basso tasso di interesse**
 - Al contrario, il modello è in grado di spiegare l'elevato premio per il rischio azionario trovato nei dati

Il modello basato su *external habit*

- Campbell e Cochrane (1999) hanno proposto un modello con la stessa **funzione di utilità istantanea** di Constantinides (1990)
 - ma, come benchmark h_t , una **variabile esogena** che dipende dalla **storia passata del consumo aggregato** e non di quello del singolo investitore (*external habit*)
- Più precisamente, dopo aver definito il **surplus consumption ratio** $g_t = (c_t - h_t)/c_t$, i due studiosi hanno ipotizzato il seguente processo di tipo **autoregressivo eteroschedastico**:

$$\log(\tilde{g}_{t+1}) = (1 - \phi) \bar{g} + \phi \log(g_t) + \lambda(g_t) \left[\log\left(\frac{\tilde{c}_{t+1}}{c_t}\right) - \mu \right],$$

dove \bar{g} è la media di lungo periodo, ϕ la persistenza del processo e $\lambda(g_t)$ la sensibilità alle variazioni del consumo. Inoltre, la funzione $\lambda(g_t)$ è stata scelta in modo che g_t :

1. sia sempre **compresa tra 0 e 1**
2. abbia un andamento di tipo **mean-reverting**

Fattore stocastico di sconto con *external habit*

- Ovviamente, in questo modello, l'**avversione al rischio**

$$-\frac{c_t u''(c_t - h_t)}{u'(c_t - h_t)} = \frac{\gamma}{\frac{c_t - h_t}{c_t}} = \frac{\gamma}{g_t}$$

non è costante nel tempo, ma **fluttua in modo anticiclico**:

- nelle fasi di contrazione (g_t basso) l'investitore è più avverso al rischio
- nelle fasi di espansione (g_t alto) egli è meno avverso al rischio
- Il **fattore stocastico di sconto** può essere scritto come:

$$\tilde{m}_{t+1} = \frac{\beta (\tilde{c}_{t+1} - \tilde{h}_{t+1})^{-\gamma}}{(c_t - h_t)^{-\gamma}} = \beta \left(\frac{\tilde{c}_{t+1}}{c_t} \right)^{-\gamma} \frac{\left(1 - \frac{\tilde{h}_{t+1}}{\tilde{c}_{t+1}} \right)^{-\gamma}}{\left(1 - \frac{h_t}{c_t} \right)^{-\gamma}} = \beta \left(\frac{\tilde{c}_{t+1}}{c_t} \right)^{-\gamma} \left(\frac{\tilde{g}_{t+1}}{g_t} \right)^{-\gamma}$$

- o, equivalentemente, $\log(\tilde{m}_{t+1}) = \log \beta - \gamma \log \left(\frac{\tilde{c}_{t+1}}{c_t} \right) - \gamma \log \left(\frac{\tilde{g}_{t+1}}{g_t} \right)$

Vantaggi del modello con *external habit*

La funzione $\lambda(g_t)$ ipotizzata da Campbell e Cochrane (1999):

- consente di bilanciare l'effetto della sostituzione intertemporale con quello della domanda per motivi precauzionali, dando così origine ad un tasso di interesse costante nel tempo.
- produce un andamento anticiclico per il market price of risk

$$\frac{\sigma_t(\tilde{m}_{t+1})}{E_t(\tilde{m}_{t+1})} = \sqrt{e^{\text{var}_t[\log(\tilde{m}_{t+1})]} - 1} \approx \text{var}_t[\log(\tilde{m}_{t+1})] = \gamma\sigma(1 + \lambda(g_t))$$

Infatti, per ipotesi $\lambda(g_t)$ assume valori elevati nelle fasi di contrazione e valori bassi in quelle di espansione

- genera un premio per il rischio azionario più elevato di quello prodotto dal modello *standard* del CCAPM, poiché:

$$E_t(\tilde{r}_{Mt+1}) - r_{ft+1} \approx \gamma\sigma(1 + \lambda(g_t))\sigma_t(\tilde{r}_{Mt+1})$$

e la funzione $\lambda(g_t)$ è sempre positiva

4. Soluzioni *teoriche* all'equity premium puzzle: il modello basato sulla teoria del prospetto

La teoria del prospetto

- Secondo la **teoria del prospetto** le **scelte degli individui non sono sempre perfettamente razionali**; anzi, sono tipicamente influenzate da diversi aspetti di natura *emotiva* e *psicologica*
- Sulla base di queste idee, Barberis, Huang e Santos (2001) hanno proposto un modello in cui:
 1. l'utilità degli investitori dipende non solo dal consumo ma anche **dalla variazione della ricchezza investita**
 2. gli investitori sono caratterizzati da **avversione alle perdite** (*loss aversion*): la riduzione di utilità che essi subiscono in caso di perdite è maggiore dell'incremento di utilità che ottengono in caso di guadagni
- Anche questo modello genera **un'avversione al rischio che varia nel tempo**:
 - dopo una sequenza di rendimenti negativi la ricchezza dell'investitore sarà minore, rendendolo più preoccupato di ulteriori perdite e generando un'avversione al rischio più alta

Avversione alle perdite e premio per il rischio azionario

- Le **fluttuazioni del coefficiente di avversione al rischio** generano innanzitutto **un'elevata volatilità** dei rendimenti azionari:
 - una variazione positiva dei dividendi spingerà verso l'alto il prezzo perché 1) **i fondamentali sono ora più alti** e 2) anche il **fattore stocastico di sconto è più alto** a causa della minore avversione al rischio dell'investitore.

Ragionamento speculare nel caso di variazione negativa dei dividendi. Perché?

- A sua volta, l'elevata volatilità del rendimento azionario implica una probabilità più elevata di subire perdite nel caso di investimenti azionari → pertanto, è necessario offrire un **premio per il rischio più elevato per invogliare gli investitori a detenere azioni in portafoglio**
- Al contrario, gli investitori vorranno detenere **una maggior quantità del titolo sicuro** rispetto al *CCAPM*, facendo così **abbassare il tasso di interesse**

5. Soluzioni *empiriche* all'equity premium puzzle

L'importanza dei rari eventi catastrofici

- Il modello *standard* del CCAPM non considera la possibilità che si verifichino **rari eventi catastrofici** nell'economia
- Eppure, l'evidenza empirica relativa al secolo scorso – Barro (2006) – ha documentato l'esistenza di **periodi di forti contrazioni** del PIL di diversi paesi → i rari eventi catastrofici
- Come mostrato da Barro (2006), la stima del **rischio del portafoglio di mercato diventa maggiore** se si considera la possibilità che si verifichino eventi in cui il consumo diventa molto basso (quindi con utilità marginale molto alta).
- Un modello con rari eventi catastrofici può spiegare:
 - sia un **elevato premio per il rischio azionario** (per invogliare gli investitori a detenere azioni)
 - sia un risparmio elevato a scopi precauzionali → **un tasso di interesse di equilibrio basso** sul titolo privo di rischio

Critiche al modo di misurare il consumo

- Mankiw e Zeldes (1991) hanno sostenuto che sia **erroneo includere tutte le famiglie nelle misure del consumo aggregato**:
 - Non tutte le famiglie, infatti, detengono azioni → pertanto, la condizione di ottimalità relativa ai titoli rischiosi deve valere solo per le famiglie che hanno azioni in portafoglio
 - Tuttavia, nonostante il consumo dei due gruppi di individui abbia caratteristiche diverse, il *loro* modello non riesce a spiegare del tutto l'enigma del premio per il rischio azionario
- Savov (2011) ha proposto di misurare il consumo aggregato utilizzando una **misura alternativa basata sui rifiuti solidi urbani (*garbage*)**:
 - Il modello corrispondente (*garbage-CCAPM*), pur non spiegando completamente gli enigmi del premio per il rischio e del tasso di interesse sul titolo sicuro, produce **risultati migliori** rispetto a un CCAPM basato su misure tradizionali del consumo aggregato.